## **Contents**

## Part I Indiscernibility Relation Based Rough Sets

Chapte		Indiscernibility Relation, Rough Sets and Information System $\cdots$	
1.1	Paw	ak's Rough Approximation · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	3
	1.1.1	Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	3
	1.1.2	Uncertainty Measurements and Knowledge Granulation	7
	1.1.3	Knowledge Reductions · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· 10
	1.1.4	Knowledge Dependency · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 12
1.2	Varia	able Precision Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	1.2.1	Inclusion Error and Variable Precision Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	1.2.2	Several Reducts in Variable Precision Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 14
1.3	Mult	igranulation Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 16
	1.3.1	Optimistic Multigranulation Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	.16
	1.3.2	Pessimistic Multigranulation Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· 20
	1.3.3	Multigranulation Rough Memberships · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· 23
1.4	Hiera	archical Structures on Multigranulation Spaces · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	.24
	1.4.1	Definitions of Three Hierarchical Structures · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 25
	1.4.2	Relationships Between Hierarchical Structures and Multigranulation	
		Rough Sets · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
1.5		mation System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	1.5.1	Information System and Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 33
	1.5.2	Rough Sets in Multiple-source Information Systems · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 34
	1.5.3	Several Reducts in Decision System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 35
1.6		lusions·····	
Ref	erences	3	. 39
	Pa	rt II Incomplete Information Systems and Rough Sets	
Chapte	er 2 E	Expansions of Rough Sets in Incomplete Information Systems · ·	. 45
2.1	Toler	rance Relation Based Rough Set Approach · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	2.1.1	Tolerance Relation and Its Reducts · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· 46
	2.1.2	Tolerance Relation Based Rough Set and Generalized Decision Reduct $\cdot \cdot$	
2.2	Value	ed Tolerance Relation Based Rough Set Approach · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	2.2.1	Valued Tolerance Relation · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	2.2.2	Valued Tolerance Relation Based Fuzzy Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 55
2.3		imal Consistent Block Based Rough Set Approach · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 56
	2.3.1		.56
	2.3.2	Maximal Consistent Block Based Rough Set and Approximate	

		Distribution Reducts · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	59
2.4	Desc	riptor Based Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	63
	2.4.1	Descriptor and Reduct Descriptor · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	63
	2.4.2	Descriptor Based Rough Set and Generalized Decision Reduct	
		of Descriptor · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
2.5	Simi	larity Relation Based Rough Set Approach · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	70
	2.5.1	Similarity Relation and Similarity Based Rough Set · · · · · · · · · · · ·	··· 70
	2.5.2	Approximate Distribution Reducts in Similarity Relation Based	
		Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	73
2.6	Diffe	erence Relation Based Rough Set Approach · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	77
	2.6.1	Difference Relation and Its Reducts·····	77
	2.6.2	Rough Set Based on Difference Relation · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	81
	2.6.3	Approximate Distribution Reducts in Difference Relation Based	
		Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
2.7		ted Tolerance Relation Based Rough Set Approach	89
	2.7.1	Limited Tolerance Relation · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	89
	2.7.2	Limited Tolerance Relation Based Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	90
2.8		acteristic Relation Based Rough Set Approach	
	2.8.1	Characteristic Relation and Characteristic Relation Based Rough Set · ·	92
	2.8.2	Approximate Distribution Reducts in Characteristic Relation Based	0.4
2.0	-	Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
2.9	Conc	S · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	97
		Neighborhood System and Rough Set in Incomplete	97
Chapte	ıs r T	Information System	101
3.1		hborhood System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
5.1	3.1.1	·	101
	3.1.2	Binary Neighborhood System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	104
	3.1.3	Covering and Neighborhood System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	104
	3.1.4	Fuzzy Neighborhood System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	106
	3.1.5	Neighborhood System and Topological Space · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	107
	3.1.6	Knowledge Operation in Neighborhood System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	108
3.2	Neig	hborhood System and Rough Approximations	112
	3.2.1	Neighborhood System Based Rough Sets · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	112
	3.2.2	Relationship Between Neighborhood System Based Rough Set	
		and VPRS · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	113
	3.2.3	Neighborhood System Based Rough Approximations in Incomplete	
		Information System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. 115
3.3	Redu	acts Neighborhood Systems · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	3.3.1	Reducts Neighborhood Systems in Incomplete Information System · · ·	…118
	3.3.2	Neighborhood Systems Based Approximate Distribution Reducts · · · ·	·· 123
3.4		clusions · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
Ref	erence	s · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · 129

Part I	II Dominance-based Rough Sets and Incomplete Information Systems
Chapte	er 4 Dominance-based Rough Sets in "*" Incomplete Information
	<b>System</b> ······133
4.1	Dominance-based Rough Set · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
4.2	Expanded Dominance-based Rough Set in Incomplete Information
	System with "*" Unknown Values · · · · · · 136
4.3	Valued Dominance-based Fuzzy Rough Set Approach
	4.3.1 Valued Dominance Relation
	4.3.2 Fuzzy Rough Approximations
4.4	4.3.3 Extraction of Decision Rules
4.4	
	4.4.1 Definition of ↑ and ↓ Descriptors · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	4.4.2 Reduct of ↑ and ↓ Descriptors · · · · · · · 151 4.4.3 ↑ and ↓ Certain Rules · · · · · · · · 152
	4.4.4 Optimal ↑ and ↓ Certain Rules
4.5	
4.5	4.5.1 Limited Dominance-based Rough Set
	4.5.2 Comparisons Between Expanded and Limited Dominance-based
	Rough Sets · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
4.6	
	erences · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Chapte	
Chapte	System · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
5.1	Similarity Dominance Relation
	5.1.1 Definition of Similarity Dominance Relation · · · · · · · 170
	5.1.2 Reducts of Similarity Dominance Relations · · · · · · · 171
5.2	Similarity Dominance-based Rough Set and Approximate Distribution
	Reducts
	5.2.1 Similarity Dominance-based Rough Set · · · · · · · · · · 174
	5.2.2 Approximate Distribute Reducts in Similarity Dominance-based
	Rough Set
5.3	Similarity Dominance-based Rough Sets in Fuzzy Decision System · · · · 184
	5.3.1 Similarity Dominance-based Rough Fuzzy Set · · · · · · · · · 184
	5.3.2 Relative Approximate Distribution Reducts of Similarity
	Dominance-based Rough Fuzzy Set · · · · · 187
5.4	
Refe	erences · · · · · · 191
Part l	IV Incomplete Information Systems and Multigranulation Rough Sets
Chapte	er 6 Multigranulation Rough Sets in Incomplete Information System
6.1	Tolerance Relations Based Multigranulation Rough Sets

## xiv Contents

	6.1.1	Optimistic and Pessimistic Tolerance Relations Based Multigranulation
		Rough Sets
	6.1.2	Properties of Multigranulation Rough Sets Based on Tolerance
		Relations
	6.1.3	Comparisons Among Several Rough Sets · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	6.1.4	Approximation Distribution Reducts in Tolerance Relations Based
	~	Multigranulation Rough Sets · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
6.2	Simi	larity Relations Based Multigranulation Rough Sets209
	6.2.1	Optimistic and Pessimistic Similarity Relations Based Multigranulation
	*	Rough Sets
	6.2.2	Properties of Multigranulation Rough Sets Based on Similarity
		Relations · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	6.2.3	Comparisons Among Several Rough Sets · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	6.2.4	Approximate Distribution Reducts in Similarity Relations Based
		Multigranulation Rough Sets · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
6.3		clusions · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Ref	erence	s · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Glossa	ry · · · ·	223
	•	227