

Inhalt

Vorwort.....	3
Inhalt.....	7
„Man könnte ewig leben“	17
<i>Drei Beispiele statistischer Auswertungen.....</i>	17
<i>Einige Möglichkeiten zur Widerlegung einer unrichtigen Beweisführung.....</i>	22
<i>Das richtige Werkzeug am falschen Platz.....</i>	23
Eine Nacht in der Wüste	25
<i>Der Flüchtling.....</i>	25
<i>Der dritte Wunsch</i>	27
<i>Die erste „Meta“-Konstruktion</i>	30
„Richtig“ oder „Falsch“	31
<i>Moralische „Richtigkeit“</i>	31
<i>Logische „Richtigkeit“.....</i>	34
<i>Korrekte Verneinung.....</i>	36
<i>Wiederum eine Meta-Konstruktion</i>	37
<i>Ist dieser Satz richtig oder falsch?</i>	38
<i>Verschiedene Ebenen von „Meta“-Konstruktionen</i>	41
Unendliche Weiten.....	45
<i>„Unendlichkeit“ in der Umgangssprache.....</i>	45
<i>Unendlichkeit hat keine Grenzen</i>	46
<i>Unendlichkeit in der praktischen Erfahrung.....</i>	49

<i>Unendlichkeit in einer, Endlichkeit in einer anderen Dimension</i>	51
<i>Eine vierte räumliche Dimension?</i>	57
<i>Zusammenfassung</i>	59
Unendlich große Mengen.....	61
<i>Endliche Mengen</i>	61
<i>Unendliche Mengen</i>	62
<i>Für unendliche Mengen ist Endlichkeit unbedeutend</i>	64
<i>Aufspalten unendlicher Mengen in unendliche Teile</i>	65
<i>Wie groß ist eine halbierte unendliche Menge?</i>	68
<i>Wann sind zwei Mengen gleich groß?</i>	69
<i>Die Größe unendlicher Mengen</i>	71
<i>Die Größe einer halbierten unendlichen Menge</i>	73
<i>Mengenaufzählung durch Etikettierung</i>	76
<i>Zusammenfassung</i>	77
Unendlichkeit auf kleinem Raum.....	79
<i>Unendlichkeit „im Kleinen“</i>	79
<i>Unendliches Zerkleinern</i>	80
<i>Kleine mathematische Strecken</i>	81
<i>Die Repräsentanten der Unendlichkeit im Kleinen</i>	83
<i>Unendlich viele Teile auf endlichem Raum</i>	84
Ansammlungen unendlich vieler Objekte	87
<i>Ansammlungen von Objekten fester Größe</i>	87
<i>Ansammlungen „langsam“ kleiner werdender Objekte</i>	89
<i>Ansammlungen „schnell“ kleiner werdender Objekte</i>	93
<i>Zenons Paradoxon</i>	96

Inhalt

<i>Auflösung von Zenons Paradoxon</i>	98
<i>Zusammenfassung</i>	102
Kausalität, Zeitreisen und Paralleluniversen	103
<i>Die „Zeit“ als Bewegungsrichtung</i>	103
<i>Ursache und Wirkung</i>	105
<i>Reisen in die Zukunft</i>	107
<i>Reisen in die eigene Vergangenheit</i>	110
<i>Ein Zeitreiseparadoxon</i>	111
<i>Reisen in eine parallele Vergangenheit</i>	114
<i>Rückkehr aus der parallelen Zeitlinie</i>	116
<i>Mehrere Reisen in die Vergangenheit</i>	117
<i>Zeit und vierte Dimension</i>	118
<i>Denkbare und unmögliche Zeitreisen</i>	119
<i>Prinzipien der Modellbildung</i>	120
Geschwindigkeit und Relativität	123
<i>Am Flughafen</i>	123
<i>Bezugssysteme der Bewegung</i>	125
<i>Die Geschwindigkeit des Lichts</i>	126
<i>Bilder der Vergangenheit</i>	129
<i>Schneller als das Licht?</i>	132
<i>Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit</i>	135
<i>Beobachter im Weltall</i>	138
<i>Verschiedene Zeitverläufe in verschiedenen Bezugssystemen</i>	140
<i>Zeitersparnis</i>	142
<i>Zwischenergebnis</i>	144
<i>Schneller in die Zukunft</i>	146

<i>Ein ruhender Pol</i>	147
<i>Das Problem der Gleichzeitigkeit</i>	150
<i>Fazit</i>	150
Logische Schlußfolgerungen	153
<i>Das Eine oder das Andere — sonst nichts</i>	153
<i>Widersprüche</i>	156
„Immer richtig“ und „immer falsch“	159
<i>Einfache Schlußfolgerungen</i>	161
<i>Schlußfolgerungen in Mengenschreibweise</i>	162
<i>Abstrahierte Schlußfolgerungen</i>	164
<i>modus ponens</i>	166
<i>modus ponens als Prinzip des menschlichen Denkens</i>	168
<i>Ein erweiterter modus ponens</i>	169
<i>Umkehrung einfacher Schlußfolgerungen</i>	170
<i>Folgerungen aus dem Gegenteil</i>	173
<i>Das genaue Gegenteil</i>	178
<i>Beweisen durch Widerlegen</i>	178
<i>Der Beweis der Ungefährlichkeit durch Widerlegen der Gefährlichkeit</i>	180
<i>Die Ausschlußmethode</i>	182
<i>Das Gegenbeispiel als Mittel der Widerlegung</i>	183
<i>Ein unlösbarer Widerspruch in mathematischer Notation</i>	184
<i>Der unlösbare Widerspruch aus Meta-Sichtweise</i>	187
<i>Folgerungen aus falschen Voraussetzungen</i>	190
<i>Fehlerquellen beim Schlußfolgern</i>	192
<i>Der logische Beweis als komplexe Kombination aus mehreren einfachen Schlußfolgerungen</i>	194

Inhalt

<i>Fehler in komplexen Beweisen</i>	198
<i>Kann jede Aussage entschieden werden?</i>	201
<i>Die Russellsche Antinomie</i>	203
<i>Syntax und Semantik</i>	203
<i>Seltsame Vorschriften für einen Dorfbarbier</i>	205
<i>Sind alle Kreter Lügner?</i>	207
<i>Zwei Kreter in Gefangenschaft</i>	209
<i>Zwei Sorten von Kretern</i>	211
<i>Was man von Epimenides lernen kann</i>	212
<i>Symbolschreibweise für Mengen und Elemente</i>	214
<i>Einige Mengen in Symbolschreibweise</i>	216
<i>Dorfbewohner in Mengenschreibweise</i>	216
<i>Lügende Kreter in Mengenschreibweise</i>	218
<i>„Dieser Satz ist falsch“ in Mengenschreibweise</i>	219
<i>Mengen, die Mengen enthalten</i>	221
<i>Unmittelbare und mittelbare Elemente</i>	222
<i>Mengen, die sich selbst enthalten</i>	224
<i>Mengen, die sich nicht selbst enthalten</i>	226
<i>Sehr große Mengen</i>	226
<i>Die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten</i>	228
<i>Die eigentliche Russellsche Antinomie</i>	229
<i>Vergleich zwischen mathematischer Notation und Umgangssprache</i>	231
<i>Auswirkungen der Russellschen Antinomie</i>	232
<i>Selbstbezug und Meta-Ebene</i>	234
<i>Typen von Mengen</i>	236

<i>Klassen und Mengen anstelle von Mengentypen</i>	239
<i>Konsequenzen für das logische Denken</i>	240
Präzise Bezeichnungen	243
<i>Die Problematik ungenauer Bezeichnungen</i>	243
<i>Verschiedene Vorstellungen hinter der gleichen Bezeichnung</i>	247
<i>Verschiedene Bezeichnungen für das gleiche Objekt</i>	249
<i>Weitere Unterscheidungen bei Bezeichnungen</i>	250
<i>Verschiedene Ebenen der Bezeichnung</i>	251
<i>Sorgfältiges Bezeichnen</i>	252
<i>„Interessante“ natürliche Zahlen</i>	253
<i>„Interessant“ als unpräzise Bezeichnung</i>	255
<i>Alle natürlichen Zahlen sind „interessant“</i>	256
<i>Fazit</i>	257
Verschiedene Unendlichkeiten	259
<i>Die natürlichen Zahlen</i>	259
<i>Die Zahl Null</i>	260
<i>Abzählbare Unendlichkeit durch die Existenz von Nachfolgern</i>	261
<i>Die Peanoschen Axiome</i>	262
<i>Das Induktionsprinzip der natürlichen Zahlen</i>	263
<i>Peanos Axiome in mathematischer Symbolschreibweise</i>	264
<i>Ein alltäglich verwendetes Induktionsprinzip</i>	265
<i>Induktion und Deduktion</i>	266
<i>Die rationalen Zahlen</i>	267
<i>Unendlichkeit in zwei Richtungen</i>	267
<i>Unendlich mal Unendlich</i>	269
<i>Die Größe der Menge der rationalen Zahlen</i>	269

Inhalt

<i>Die Menge der reellen Zahlen</i>	271
<i>Die Dezimalschreibweise der reellen Zahlen</i>	273
<i>Unendliche Ziffernfolgen</i>	275
<i>Ein erster Versuch, alle Ziffernfolgen aufzuzählen</i>	276
<i>Die abstrakte Rasterdarstellung für Aufzählungen von Ziffernfolgen</i>	278
<i>Eine stets in der Rasterdarstellung fehlende Ziffernfolge</i>	279
<i>Eine allgemeine Konstruktionsvorschrift für fehlende Ziffernfolgen</i>	280
<i>Endlich „überabzählbar unendlich“</i>	283
<i>Unendlich viele Unendlichkeiten</i>	284
<i>Widersprüche im menschlichen Denken</i>	287
<i>Widersprüche im Seelenleben</i>	287
<i>Vollständige Abbildung der Wirklichkeit</i>	291
<i>Meta-Begriffe und Selbstbezug</i>	293
<i>Widersprüche in der menschlichen Gesellschaft</i>	294
<i>Verschiedene Typen von Meta-Gebilden</i>	295
<i>Meta-Meta-Gebilde</i>	298
<i>Induktions- und Meta-Schritt im Vergleich</i>	300
<i>Widersprüche mit und im Humor</i>	302
<i>Eine Beurteilung des menschlichen Denkens?</i>	303
<i>Selbstbeurteilung durch psychoanalytische Methoden?</i>	304
<i>Meta-Psychologie</i>	307
<i>Ein Widerspruch im menschlichen Denksystem?</i>	307
<i>Nachwort</i>	315
<i>Logik außerhalb der Mathematik</i>	315

<i>Überspezialisierung als Verlust der logischen Vielseitigkeit und geistigen Breite</i>	317
<i>Die schwache Stellung des logischen Denkens in der profitorientierten Gesellschaft.....</i>	320
<i>Selbständiges und eigenständiges Denken.....</i>	322
<i>Umständliche und überladene Ausdrucksweise</i>	323
<i>Das logisch-mathematische Denken muß auf andere Lebensbereiche übertragen werden.....</i>	325
Literaturverzeichnis mit Lesevorschlägen	329
<i>Werke von Bertrand Russell.....</i>	329
<i>Wissenschaftliche und populärwissenschaftliche Werke</i>	331
<i>Biographien.....</i>	335
<i>Erzählerische Werke</i>	336
<i>Weitere Literatur.....</i>	341
Anmerkungen	351
<i>„Man könnte ewig leben“</i>	351
<i>Eine Nacht in der Wüste.....</i>	353
<i>„Richtig“ oder „Falsch“</i>	353
<i>Unendliche Weiten</i>	355
<i>Unendlich große Mengen.....</i>	359
<i>Unendlichkeit auf kleinem Raum</i>	362
<i>Ansammlungen unendlich vieler Objekte.....</i>	362
<i>Kausalität, Zeitreisen und Paralleluniversen</i>	363
<i>Geschwindigkeit und Relativität</i>	366
<i>Logische Schlußfolgerungen</i>	369
<i>Die Russellsche Antinomie.....</i>	372
<i>Präzise Bezeichnungen</i>	373

Inhalt

<i>Verschiedene Unendlichkeiten</i>	376
<i>Widersprüche im menschlichen Denken</i>	383
<i>Nachwort</i>	392
<i>Literaturverzeichnis mit Lesevorschlägen</i>	405
Sachverzeichnis	413
Personenverzeichnis	425
Über den Verfasser	427