

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Formelverzeichnis	III
1 Einleitung	5
1.1 Problembeschreibung	5
1.2 Stand der Forschung	7
1.3 Ziele und Aufbau der Arbeit	13
2 Grundlagen der linearen anisotropen Elastizität	15
2.1 Einführung	15
2.2 Verallgemeinertes Hookesches Gesetz für anisotrope linear-elastische Körper	16
2.3 Allgemeine Transformationsgesetze für anisotrope Werkstoffe	21
2.4 Grundgleichungen der linearen anisotropen Elastizitätstheorie	24
3 Finite-Elemente-Methoden zur Analyse von Faserverbunden	29
3.1 Einführung	29
3.2 Grenzen laminatweiser 2D-Theorien höherer Ordnung	32
3.3 Die Verschiebungsmethode	38
3.3.1 Herleitung der Elementgleichungen	38
3.3.2 Ein isoparametrisches 3D-Faserverbundelement	42
3.3.3 Vor- und Nachteile von verschiebungsbasierten Elementen	47
4 Die p-Version der Finite-Elemente-Methode	49
4.1 Einführung	49
4.2 Hierarchische und nicht-hierarchische Verschiebungsansätze	49
4.3 Kriterien für die Wahl geeigneter Basisfunktionen	52
4.4 Nicht-hierarchische Formfunktionen	53
4.4.1 Lagrange-Polynome	53
4.4.2 Bernstein-Polynome	53
4.5 Hierarchische Formfunktionen	55
4.5.1 Legendre-Polynome	55
4.5.2 Tschebycheff-Polynome	56
4.5.3 Isotrope und anisotrope Ansatzräume	57
4.5.4 Hierarchische Formfunktionen für Volumenelemente	59
4.6 Physikalische Bedeutung der hierarchischen Verschiebungen	62
4.7 Geometriemodellierung bei der p -Version	63
5 Ein hierarchisches inhomogenes Volumenelement	69
5.1 Einführung	69

5.2 Hierarchisches Zwei-Schritt-Verfahren	69
5.2.1 Spannungen in Schichtebene	70
5.2.2 Ermittlung der Querspannungen	71
5.3 Höhere Ableitungen der Ansatzfunktionen	76
5.4 Optimale Punkte	78
5.5 Implementation des Elementes in einen FE-Code	83
5.5.1 Aufstellung der Elementsteifigkeitsmatrix und des Elementkraftvektors	83
5.5.2 Numerische Integration und Anzahl der Integrationspunkte	86
5.5.3 Patchtest	88
6 Numerische Beispiele	91
6.1 Einführung	91
6.2 Symmetrisches Cross-Ply Laminat mit $S = 5$	92
6.3 Symmetrisches Cross-Ply Laminat mit $S = 4$	97
6.4 Asymmetrischer Kreuzverbund mit $S = 5$	103
6.5 Vielschichtiges dickwandiges Laminat	106
7 Zusammenfassung und Ausblick	111
Literaturverzeichnis	113
Anhang	121
A1 Anzahl der Formfunktionen im isotropen und anisotropen Raum	121
A2 Ansatzräume für Hexaederelemente	122
A3 Lineare Blending-Function-Methode	124
A4 Blending-Function-Methode für hexagonale Volumenelemente	125
A5 Zweite Ableitungen der Formfunktionen in Matrixschreibweise	127
A6 MuPAD-Script zur Bestimmung optimaler Punkte	128
A7 Ergebnis des Patchtests	130
A8 Symmetrisches Cross-Ply Laminat mit $S = 4$ (Modell 1)	131
Lebenslauf	135