

Inhaltsverzeichnis

I	Allgemeine Begriffe	11
1	Allgemeine Begriffe	13
1.1	Einleitung	13
1.2	Zahlenkörper	15
1.2.1	Natürliche Zahlen	15
1.2.2	Ganze Zahlen	15
1.2.3	Rationale Zahlen	16
1.2.4	Irrationale Zahlen	16
1.2.5	Reelle Zahlen	16
1.2.6	Komplexe Zahlen	19
1.3	Mathematische Beweismethoden	23
1.3.1	Direkter Beweis	23
1.3.2	Indirekter Beweis	24
1.3.3	Vollständige Induktion	24
1.4	Ungleichungen	28
1.4.1	Betrag einer reellen Zahl	28
1.4.2	Geordneter Körper	28
1.4.3	Dreiecksungleichung	29
II	Reelle Funktionen	31
2	Funktion	33
2.1	Der Begriff der Funktion	33
2.2	Ganzrationale Funktionen	37
2.3	Gebrochen-rationale Funktionen	42
2.4	Verkettung von Funktionen	45
2.5	Polynomdivision	50
2.6	Kettenbrüche	51
2.7	Interpolationsformel von Lagrange	53
2.8	Algebraische Funktionen	55
2.9	Die allgemeine Exponentialfunktion	58
2.10	Die e-Funktion	61
2.11	Anwendungen der e-Funktion	62
2.11.1	Kondensator	62
2.11.2	Radioaktiver Zerfall	64
2.11.3	Stetige Verzinsung	64
2.11.4	Typen von e-Funktionen	65

2.12	Die allgemeine Logarithmusfunktion	68
2.13	Logarithmensätze	70
2.14	Logarithmus als Lösung der Gleichung $a^x = c$	74
2.15	Hyperbelfunktionen	75
2.16	Beziehungen zwischen den Hyperbelfunktionen	78
2.17	Areafunktionen	83
2.18	Beziehungen zwischen den Funktionen	85
3	Grenzwerte von Funktionen	89
3.1	Begriff des Grenzwertes einer Funktion	89
3.2	Grenzwert einer Funktion an der Stelle x_0	91
3.3	Rechtsseitige und linksseitige Grenzwerte	92
3.4	Uneigentliche Grenzwerte	93
3.5	Grenzwertsätze	95
4	Stetigkeit	97
4.1	Definition von Stetigkeit	97
4.2	Definitionslücken	100
4.2.1	Unendlichkeitsstellen	100
4.2.2	Lücken	101
4.2.3	Sprungstellen	101
4.2.4	Spezialfälle	102
4.2.5	Die Gaußklammer	102
4.3	Stetigkeit einer Funktion über einem Intervall	104
4.4	Stetigkeit rationaler Funktionen	106
4.5	Stetigkeit trigonometrischer Funktionen	107
4.6	Sätze über stetige Funktionen	110
III	Folgen und Reihen	113
5	Zahlenfolgen	115
5.1	Begriff der Zahlenfolge	115
5.2	Grenzwerte von Zahlenfolgen	118
5.3	Hauptsatz über monotone Folgen	120
5.4	Die EULERSche Zahl e	121
5.5	Geometrische Zahlenfolgen	122
5.6	Das Konvergenzkriterium von Cauchy	124
5.7	Sätze zu konvergenten Zahlenfolgen	125
6	Unendliche Reihen	127
6.1	Der Begriff der unendlichen Reihe	127
6.2	Konvergenz unendlicher Reihen	130
6.3	Cauchy-Kriterium für unendliche Reihen	132
6.4	Quotientenkriterium von d'Alembert	135

IV	Differentialrechnung einer reellen Veränderlichen	139
7	Differentialrechnung	141
7.1	Geradensteigung	141
7.2	Sekantensteigung	142
7.3	Tangentensteigung	143
7.4	Differentialquotient	145
7.5	Die Ableitungsfunktion	146
7.6	Einfache Ableitungsregeln	147
7.7	Höhere Ableitungen	150
8	Allgemeine Differentiationsregeln	153
8.1	Produktregel	153
8.2	Quotientenregel	155
8.3	Kettenregel	157
9	Differentiation elementarer Funktionen	159
9.1	Umkehrfunktionen	159
9.2	Trigonometrische Funktionen	161
9.2.1	Die Ableitung von $f : x \mapsto f(x) = \sin(x)$	161
9.2.2	Die Ableitung von $f : x \mapsto f(x) = \cos(x)$	161
9.2.3	Die Ableitung von $f : x \mapsto f(x) = \tan(x)$	162
9.2.4	Die Ableitung von $f : x \mapsto f(x) = \cot(x)$	163
9.3	Ableitung der Logarithmusfunktion	164
9.4	Ableitung der Exponentialfunktion	166
9.5	Zyklometrische Funktionen	167
9.5.1	Arcussinus	167
9.5.2	Arcuscosinus	167
9.5.3	Arcustangens	168
9.5.4	Arcuscotangens	168
9.6	Hyperbolische Funktionen	170
9.7	Areafunktionen	173
9.8	Logarithmische Ableitung	176
9.9	Implizite Funktionen und ihre Ableitung	179
9.10	Ableitungsfunktionen	183
10	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	187
10.1	Der Satz von Rolle	187
10.2	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	189
10.3	Anwendungen des Mittelwertsatzes	191
11	Die Regeln von Bernoulli-Hospital	193

V	Integralrechnung einer reellen Veränderlichen	199
12	Integralrechnung	201
12.1	Das Riemannsche Integral	201
12.2	Das bestimmte Integral als Flächeninhalt	202
12.3	Das bestimmte Integral	205
12.4	Integrierbare Funktionen	214
13	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	217
13.1	Hauptsatz	217
13.2	Stammfunktion und unbestimmtes Integral	221
13.3	Integralfunktion	224
13.4	Mittelwertsatz der Integralrechnung	225
14	Integrationsregeln	229
14.1	Grundintegrale	229
14.2	Partielle Integration	232
14.3	Integration durch Substitution	234
15	Uneigentliche Integrale	237
15.1	Integrale über unbeschränkte Intervalle	237
15.2	Integrale von nicht beschränkten Funktionen	243
16	Partialbruchzerlegung	245
16.1	Allgemeine Betrachtungen	245
16.2	Einfache reelle Nullstellen	248
16.3	Mehrfache reelle Nullstellen	251
16.4	Einfache komplexe Nullstellen	254
16.5	Mehrfache komplexe Nullstellen	257
17	Integration transzendenter Funktionen	261
VI	Potenzreihen	265
18	Potenzreihen	267
19	Der Taylorsche Satz	275
19.1	Taylorformel und Restglied	275
19.2	Taylor-Reihen	277
20	Anwendungen	281
20.1	Mac-Laurin-Reihe	281

21 Reihenentwicklungen	283
21.1 Funktion $\sin(x)$	283
21.2 Funktion $\cos(x)$	285
21.3 e-Funktion	286
21.4 Funktion $\cosh(x)$	287
21.5 Gleichung von Euler	288
21.6 Die Binomialreihe	289
21.7 Reihenentwicklung und Integration	291
21.8 Reihen	292