

## I Funktionen

- 1 Abhängigkeiten darstellen und interpretieren 7
- 2 Der Begriff der Funktion 9
- 3 Lineare Funktionen, Funktionenscharen 10
- 4 Ganzrationale Funktionen und ihr Verhalten für  $x \rightarrow \infty$  bzw.  $x \rightarrow -\infty$  14
- 5 Gerade und ungerade Funktionen, Symmetrie 15
- 6 Nullstellen ganzrationaler Funktionen 17
- 7 Grenzverhalten von Funktionen 19
- 8 Zusammengesetzte Funktionen 24
- 9 Vermischte Aufgaben 29

## II Einführung in die Differenzialrechnung

- 1 Differenzenquotient, Änderungsrate 34
  - 2 Die momentane Änderungsrate 36
  - 3 Die Ableitung an einer Stelle  $x_0$  39
  - 4 Die Ableitungsfunktion 43
  - 5 Ableitungen ganzrationaler Funktionen 47
  - 6 Die Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion 50
  - 7 Stetigkeit und Differenzierbarkeit einer Funktion 58
  - 8 Vermischte Aufgaben 61
- Mathematische Exkursionen  
PIERRE DE FERMAT – ein Wegbereiter der modernen Analysis 70

## III Untersuchung ganzrationaler Funktionen

- 1 Monotonie 72
  - 2 Extremstellen, Extremwerte 76
  - 3 Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extremwerte 80
  - 4 Bestimmung aller Extremwerte einer Funktion 89
  - 5 Geometrische Bedeutung der zweiten Ableitung, Wendepunkte 93
  - 6 Beispiel einer vollständigen Funktionsuntersuchung 97
  - 7 Untersuchung von Funktionen mit realem Bezug 101
  - 8 Einfache Extremwertprobleme 103
  - 9 Komplexere Extremwertprobleme 105
  - 10 Bestimmung ganzrationaler Funktionen 109
  - 11 Funktionsbestimmung in realer Situation 110
  - 12 Näherungsweise Berechnung von Nullstellen 112
  - 13 Vermischte Aufgaben 113
- Mathematische Exkursionen  
Funktionen von zwei Veränderlichen 120

### IV Einführung in die Integralrechnung

- 1 Beispiele, die zur Integralrechnung führen 123
- 2 Näherungsweise Berechnung von Flächeninhalten 124
- 3 Bestimmung von Flächeninhalten 125
- 4 Einführung des Integrals 127
- 5 Integralfunktionen 129
- 6 Stammfunktionen 130
- 7 Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 132
- 8 Flächen unterhalb der x-Achse 134
- 9 Flächen zwischen zwei Graphen 136
- 10 Vermischte Aufgaben 137

### V Weiterführung der Differenzialrechnung

- 1 Verkettung von Funktionen 140
  - 2 Die Kettenregel 142
  - 3 Die Produktregel 144
  - 4 Die Quotientenregel 145
  - 5 Definition von gebrochenrationalen Funktionen 147
  - 6 Nullstellen, Verhalten in der Umgebung von Definitionslücken 151
  - 7 Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$ , Näherungsfunktionen 154
  - 8 Skizzieren von Graphen 156
  - 9 Beispiele von vollständigen Funktionsuntersuchungen 159
  - 10 Funktionsanpassungen 169
  - 11 Untersuchung von Wurzelfunktionen 170
  - 12 Untersuchung trigonometrischer Funktionen 173
  - 13 Vermischte Aufgaben 179
- Mathematische Exkursionen
- Das Schluckvermögen einer Straße 185
  - Der Stau aus dem Nichts 186

### VI Exponential- und Logarithmusfunktionen

- 1 Eigenschaften der Funktion  $f: x \mapsto c \cdot a^x$  187
  - 2 Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung 190
  - 3 Ableiten und Integrieren zusammengesetzter Funktionen 191
  - 4 Die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion 194
  - 5 Funktionen mit beliebigen Basen, Gleichungen 197
  - 6 Funktionsuntersuchungen 199
  - 7 Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse 211
  - 8 Vermischte Aufgaben 213
- Mathematische Exkursionen
- Überlegungen zum Bevölkerungswachstum 224

## **VII Weiterführung der Integralrechnung**

- 1 Eine Erweiterung des Integralbegriffs 226
  - 2 Eigenschaften des Integrals 228
  - 3 Uneigentliche Integrale 229
  - 4 Rauminhalte von Rotationskörpern 231
  - 5 Mittelwerte von Funktionen 236
  - 6 Anwendungen der Integration 237
  - 7 Integration von Produkten 239
  - 8 Vermischte Aufgaben 240
- Mathematische Exkursionen
- Näherungsweise Berechnung von Integralen – die Fassregel von KEPLER 245

## \* **VIII Folgen und Grenzwerte**

- 1 Folgen 247
- 2 Eigenschaften von Folgen 249
- 3 Grenzwert einer Folge 251
- 4 Grenzwertsätze 253
- 5 Grenzwerte von Funktionen 256
- 6 Vermischte Aufgaben 260

## **Wahlthema: Einkommensteuer und Mathematik 265**

- 1 Das Einkommensteuergesetz 265
- 2 Die Steuerbetragsfunktion 266
- 3 Der Grenzsteuersatz 267
- 4 Steuer und Abschreibung 268

## **Wahlthema: Kurven – Mathematik mit und ohne Computer 270**

- 1 Parameterdarstellung von Kurven 270
- 2 Kurven und Graphen 273
- 3 Steigungen in Kurvenpunkten 275
- 4 Länge eines Kurvenstücks 278

## **Anhang:**

### *Voraussetzungen aus der Mittelstufe – Geraden im Koordinatensystem*

- 1 Steigung von Geraden 281
- 2 Hauptform und allgemeine Form der Gleichung einer Geraden 282
- 3 Punktsteigungsform der Gleichung einer Geraden 283
- 4 Schnittpunkt und Schnittwinkel zweier Geraden 285