

Inhalt

Vorwort	1
6 Funktionen einer reellen Veränderlichen	5
6.1 Wichtige Begriffe bei Funktionen	5
6.1.1 Monotonie	7
6.1.2 Umkehrfunktionen	8
6.1.3 Komposition von Funktionen	9
6.1.4 Symmetrie	10
6.2 Lineare Funktionen oder Geraden	12
6.3 Quadratische Funktionen oder Parabeln	18
6.4 Die kubische Funktion	22
6.5 Polynome	23
6.6 Stetigkeit	25
6.7 Rationale Funktionen	28
6.8 Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen	32
6.8.1 Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten	32
6.8.2 Exponentialfunktionen	34
6.8.3 Die Logarithmusfunktion	47
6.8.4 Darstellung von Potenz- und Exponentialfunktionen als Geraden	49
6.9 Trigonometrie und Winkelfunktionen	57
6.9.1 Darstellung von Winkeln	57
6.9.2 Winkelfunktionen	62
6.9.3 Schwingungen	67
7 Folgen, Reihen und Grenzwerte	93
7.1 Zahlenfolgen	93
7.2 Grenzwert und Konvergenz	96
7.3 Unendliche Reihen	101
7.4 Grenzwerte bei Funktionen	104

7.5	Zinsrechnung	108
7.5.1	Verzinsung eines Kapitals	108
7.5.2	Tilgungsrechnung	110
7.5.3	Effektivzinsen	112
7.5.4	Prozentannuitäten	114
8	Differentialrechnung	119
8.1	Die Ableitung einer Funktion	119
8.1.1	Der Differentialquotient	119
8.1.2	Ableitungen spezieller Funktionen	123
8.2	Das Differential	126
8.3	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	129
8.4	Differentiationsregeln	131
8.5	Höhere Ableitungen	135
8.6	Anwendung der Differentialrechnung	137
8.6.1	Kurvendiskussion	137
8.6.2	Extremwertaufgaben	145
8.6.3	Das Newton-Verfahren	148
8.6.4	Die Regel von de l'Hospital	150
9	Integralrechnung	159
9.1	Das unbestimmte Integral	159
9.2	Grundintegrale und Rechenregeln	161
9.3	Partielle Integration und Substitution	162
9.3.1	Partielle Integration	162
9.3.2	Integration durch Substitution	163
9.4	Das bestimmte Integral	165
9.5	Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	169
9.6	Die Integralfunktion	171
9.7	Natürliche Logarithmus- und Exponentialfunktion	177
9.8	Allgemeine Logarithmus- und Exponentialfunktion, Potenzen	181
9.9	Anwendung der Integralrechnung	183

10 Taylorentwicklung und Potenzreihen	199
10.1 Taylor-Polynome	199
10.2 Der Satz von Taylor	202
10.3 Taylorreihen, Potenzreihen	205
11 Funktionen von zwei oder mehr Veränderlichen	209
11.1 Definition von Funktionen mehrerer Veränderlicher	209
11.2 Stetigkeit und partielle Differenzierbarkeit	214
11.3 Das vollständige Differential	219
11.3.1 Der Begriff des vollständigen Differentials	219
11.3.2 Anwendungen des vollständigen Differentials	221
11.3.3 Fehlerrechnung	223
11.4 Extremwerte	231
11.4.1 Bedingungen für Extrema	231
11.4.2 Die Methode der kleinsten Quadrate	236
11.5 Optimierung	239
11.5.1 Optimierung unter Einbeziehung des Rands	239
11.5.2 Methode des Lagrange-Faktors	241
11.5.3 Lineare Optimierung	242
12 Mehrfache Integrale	251
12.1 Doppelintegrale	251
12.2 Berechnung der Doppelintegrale durch iterierte Integrale	254
12.3 Dreifachintegrale und ihre Berechnung	258
12.4 Krummlinige Koordinaten	261
13 Differentialgleichungen	269
13.1 Einteilung der Differentialgleichungen	269
13.2 Geometrische Interpretation der DGLen 1. Ordnung	271
13.3 Differentialgleichungen vom Typ $y'(x) = f(x)$	272
13.4 Differentialgleichungen vom Typ $y'(x) = g(y)$	273
13.4.1 Die Differentialgleichung $y' = ky$	273
13.4.2 Die Differentialgleichung $y' = ay + b$	274

13.4.3 Die Differentialgleichung $y' = a(b - y)(d - y)$	275
13.5 Differentialgleichungen vom Typ $y' = f(x) \cdot g(y)$	278
13.6 Differentialgleichungen vom Typ $y' = f(y/x)$	280
13.7 Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	281
13.8 Die lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . .	286
13.9 Einfache Systeme von Differentialgleichungen	292
14 Ordnung und Chaos in dynamischen Systemen	303
14.1 Dynamische Systeme	303
14.2 Nichtlineare iterierte Abbildungen	305
14.2.1 Die logistische Abbildung	305
14.2.2 Dynamik iterierter Abbildungen	306
14.2.3 Praktische Anwendung	315
14.3 Nichtlineare Differentialgleichungen	317
14.3.1 Lotka-Volterra-Systeme	317
14.3.2 Dynamik von Differentialgleichungen	317
14.4 Fraktale Geometrie	321
14.4.1 Skaleninvarianz und Selbstähnlichkeit	321
14.4.2 Die Hausdorff-Dimension	322
14.5 Fraktale Graphiken auf dem Computer	330
14.5.1 Die Mandelbrot-Menge	330
14.5.2 Julia-Mengen	334
14.5.3 Das Chaos-Spiel	336
14.5.4 Bifurkationsdiagramme iterierter Abbildungen	338
Literatur	340
Sachregister	341