

Inhaltsverzeichnis

I	Mathematik	1
1	AUSSAGENLOGIK UND MENGENLEHRE	3
1.1	AUSSAGE	3
1.2	REGELN ZUR AUSSAGENLOGIK	4
1.2.1	Negation	4
1.2.2	Konjunktion	4
1.2.3	Disjunktion	4
1.2.4	Implikation	4
1.2.5	Äquivalenz	5
1.2.6	Gleichwertige Verknüpfungen von Aussagen	6
1.3	BEWEISTECHNIKEN	6
1.3.1	Der direkte Beweis	6
1.3.2	Der indirekte Beweis	7
1.3.3	Vollständige Induktion	8
1.4	ZUSAMMENFASSUNG	11
1.5	MENGENLEHRE	12
1.5.1	Definitionen	12
1.5.2	Beschreibung von Mengen	12
1.5.3	Bezeichnungen	12
1.5.4	Teilmengen	12
1.5.5	Gleichheit von Mengen	13
1.5.6	Anzahl der Elemente	13
1.5.7	Spezielle Mengen	13
1.5.8	Mengenoperationen	14
1.5.9	Rechenregeln	15
1.5.10	Das Veitchdiagramm	16
1.6	AUFGABEN ZUR AUSSAGENLOGIK UND MENGENLEHRE	17
1.6.1	Aufgaben	17
1.6.2	Lösungen	20
2	FOLGEN UND REIHEN	27
2.1	FOLGEN	27
2.1.1	Definition einer Folge	27
2.1.2	Darstellung von Folgen	27
2.1.3	Spezielle Folgen	28

2.1.4	Eigenschaften von Folgen	29
2.1.5	Häufungspunkte	30
2.1.6	Konvergenz und Grenzwert	30
2.2	REIHEN UND SUMMEN	31
2.2.1	Definitionen	31
2.2.2	Bildungsgesetze für spezielle Reihen	31
2.2.3	Grenzwert einer Reihe	33
2.3	ZUSAMMENFASSUNG	34
2.4	AUFGABEN ZU FOLGEN UND REIHEN	35
2.4.1	Aufgaben	35
2.4.2	Lösungen	35
3	DIFFERENZENGLEICHUNGEN	37
3.1	DIFFERENZENGLEICHUNGEN IN DEN WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN	37
3.2	KLASSIFIKATION	37
3.3	LÖSUNGEN AUSGEWÄHLTER DIFFERENZENGLEICHUNGEN	38
3.3.1	Homogene lineare Differenzengleichung 1. Ordnung	38
3.3.2	Inhomogene lineare Differenzengleichung 1. Ordnung	38
3.3.3	Interpretation der allgemeinen Lösung	39
3.3.4	Sonderfälle der inhomogenen linearen Differenzengleichung 1. Ordnung	39
3.4	DAS COBWEB - MODELL	40
3.4.1	Analytische Herleitung	40
3.4.2	Graphische Herleitung	41
3.5	ZUSAMMENFASSUNG	42
3.6	AUFGABEN ZU DEN DIFFERENZENGLEICHUNGEN	42
3.6.1	Aufgaben	42
3.6.2	Lösungen	45
4	FINANZMATHEMATIK	49
4.1	ZINSRECHNUNG	49
4.1.1	Einführung	49
4.1.2	Fragestellungen bei jährlicher Verzinsung	50
4.1.3	Unterjährige Verzinsung	51
4.1.4	Stetige Verzinsung	51
4.2	RENTENRECHNUNG	52
4.2.1	Nachschüssige und vorschüssige Zahlungen	52
4.2.2	Fragestellungen der Rentenrechnung	52
4.3	TILGUNGSRECHNUNG	53
4.3.1	Rückzahlung in Teilbeträgen	53
4.4	ZUSAMMENFASSUNG	56
4.5	RECHNEN MIT ANLEIHEN	57
4.5.1	Finanzierung durch Schuldverschreibungen	57
4.5.2	Ausstattung einer Anleihe	57
4.5.3	Grundlagen zum Rechnen mit Anleihen	58
4.6	AUFGABEN ZUR FINANZMATHEMATIK	60

4.6.1	Aufgaben	60
4.6.2	Lösungen	63
5	FUNKTIONEN	69
5.1	BEGRIFFE UND DEFINITIONEN	69
5.1.1	Darstellung von Funktionen	70
5.1.2	Definitionsbereich	70
5.1.3	Implizite und explizite Darstellung der Funktionen	70
5.1.4	Komposition	70
5.2	EIGENSCHAFTEN VON FUNKTIONEN	71
5.2.1	Surjektivität	71
5.2.2	Injektivität	71
5.2.3	Bijektivität	72
5.2.4	Umkehrfunktionen	72
5.2.5	Monotonie	72
5.2.6	Beschränktheit	73
5.2.7	Symmetrie	73
5.2.8	Nullstellen	73
5.2.9	Grenzwert	74
5.2.10	Stetigkeit	75
5.2.11	Polstellen	75
5.2.12	Asymptotisches Verhalten	75
6	DIFFERENTIALRECHNUNG	77
6.1	DIFFERENZEN- UND DIFFERENTIALQUOTIENT	77
6.2	DIFFERENZIERBARKEIT VON FUNKTIONEN	78
6.3	DIFFERENTIALQUOTIENTEN ELEMENTARER FUNKTIONEN	78
6.4	DIFFERENTIATIONSREGELN	78
6.4.1	Konstanter-Faktor-Regel	78
6.4.2	Summenregel	78
6.4.3	Produktregel	78
6.4.4	Quotientenregel	78
6.4.5	Kettenregel	79
6.5	WICHTIGE SÄTZE DER DIFFERENTIALRECHNUNG	79
6.5.1	Der Satz von Rolle	79
6.5.2	Der Mittelwertsatz	79
6.6	HÖHERE ABLEITUNGEN	80
6.7	ANWENDUNGEN DER DIFFERENTIALRECHNUNG	80
6.7.1	Extremwerte	80
6.7.2	Wendepunkte	81
6.7.3	Regel von de l'Hospital	81
6.7.4	Das Newton-Verfahren	81
6.8	AUFGABEN ZU FUNKTIONEN UND DIFFERENTIALRECHNUNG	82
6.8.1	Aufgaben	82
6.8.2	Lösungen	83

7	WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHE FUNKTIONEN	87
7.1	ANGEBOTS- UND NACHFRAGEFUNKTION	87
7.2	PRODUKTIONS- (ERTRAGS-) FUNKTION	88
7.2.1	Durchschnittsertragsfunktion	88
7.2.2	Grenzertragsfunktion	89
7.3	KOSTENFUNKTION	89
7.3.1	Durchschnittskostenfunktion	89
7.3.2	Grenzkostenfunktion	90
7.4	UMSATZFUNKTION	90
7.5	GEWINNFUNKTION	90
7.6	GRAPHIKEN	91
7.7	AUFGABEN ZU DEN WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHEN FUNKTIONEN	92
7.7.1	Aufgaben	92
7.7.2	Lösungen	94
8	ELASTIZITÄTEN	99
8.1	DURCHSCHNITTSELASTIZITÄT	99
8.2	ELASTIZITÄT (PUNKTELASTIZITÄT)	99
8.3	EIGENSCHAFTEN	100
8.3.1	Allgemeine Eigenschaften	100
8.3.2	Elastizität linearer Funktionen	100
8.3.3	Funktionen mit konstanter Elastizität	101
8.4	ANWENDUNGSBEISPIELE	101
8.4.1	Preiselastizität	101
8.4.2	Zinselastizität	101
8.5	AUFGABEN ZU DEN ELASTIZITÄTEN	102
8.5.1	Aufgaben	102
8.5.2	Lösungen	104
9	FUNKTIONEN MIT MEHREREN VERÄNDERLICHEN	107
9.1	MATHEMATISCHE DEFINITION	107
9.2	DARSTELLUNGSMÖGLICHKEITEN	108
9.2.1	Lineare Funktionen	108
9.2.2	Nichtlineare Funktionen	108
9.2.3	Isolinien	108
9.2.4	Homogenität und Skalenerträge	108
9.3	ABLEITUNGEN	109
9.3.1	Partielle Ableitung 1. Ordnung	109
9.3.2	Partielle Ableitungen 2. Ordnung	109
9.4	EXTREMWERTE	110
9.5	EXTREMWERTBESTIMMUNG UNTER NEBENBEDINGUNGEN	111
9.5.1	Substitutionsmethode	111
9.5.2	Lagrangemethode	112
9.6	DIE LINEARE EINFACHREGRESSION	113
9.6.1	Problemstellung	113
9.6.2	Mathematische Lösung des Problems	114

9.7	ZUSAMMENFASSUNG	115
9.8	GRAPHIKEN	116
9.9	AUFGABEN ZU DEN FUNKTIONEN MIT MEHREREN VERÄNDERLICHEN	116
9.9.1	Aufgaben	116
9.9.2	Lösungen	119
10	INTEGRALRECHNUNG	127
10.1	DAS UNBESTIMMTE INTEGRAL	127
10.2	INTEGRATIONSREGELN	127
10.2.1	Grundintegrale	127
10.2.2	Konstanter-Faktor-Regel	128
10.2.3	Summenregel	128
10.2.4	Partielle Integration	128
10.2.5	Integration durch Substitution	128
10.2.6	Integration mittels Partialbruchzerlegung	129
10.3	HAUPTSATZ DER DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG	130
10.4	DAS BESTIMMTE INTEGRAL	130
10.5	AUFGABEN ZUR INTEGRALRECHNUNG	130
10.5.1	Aufgaben	130
10.5.2	Lösungen	132
11	DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	137
11.1	DEFINITION UND KLASSIFIKATION VON DIFFERENTIALGLEI- CHUNGEN	138
11.2	LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN 1. ORDNUNG	138
11.2.1	Die homogene lineare DGL 1. Ordnung	138
11.2.2	Die inhomogene DGL 1. Ordnung	139
11.3	EIN DYNAMISCHES MARKTPREIS-MODELL	139
11.4	AUFGABEN ZU DEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	141
11.4.1	Aufgaben	141
11.4.2	Lösungen	142
12	VEKTOREN	145
12.1	GRUNDBEGRIFFE UND DEFINITIONEN	145
12.1.1	Schreibweisen	145
12.2	VERGLEICH VON VEKTOREN	146
12.3	VEKTOROPERATIONEN	146
12.3.1	Vektoraddition (innere Verknüpfung)	146
12.3.2	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar (äußere Verknüpfung)	146
12.3.3	Nullvektor	147
12.4	GEOMETRISCHE DARSTELLUNG VON VEKTOREN	147
12.5	DER VEKTORRAUM	148
12.6	EIGENSCHAFTEN VON VEKTOREN	148
12.6.1	Linearkombinationen	148
12.6.2	Lineare Ab- und Unabhängigkeit	149
12.6.3	Norm eines Vektors	150

XIV

12.7 BASIS UND EINHEITSVEKTOREN	150
12.8 SKALARPRODUKT	151
13 MATRIZEN	153
13.1 Schreibweisen	153
13.2 VERGLEICH ZWEIER MATRIZEN	154
13.3 SPEZIELLE MATRIZEN	154
13.4 MATRIZENOPERATIONEN	155
13.4.1 Addition	155
13.4.2 Multiplikation mit einem Skalar	155
13.4.3 Multiplikation von Matrizen	156
13.5 AUFGABEN UND LÖSUNGEN ZU DEN VEKTOREN UND MATRIZEN	157
13.5.1 Aufgaben	157
13.5.2 Lösungen	161
14 LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME	169
14.1 BEGRIFFE UND DEFINITIONEN	169
14.2 ELEMENTARE ZEILENOPERATIONEN	170
14.3 LÖSBARKEIT LINEARER GLEICHUNGSSYSTEME	170
14.3.1 Bestimmung des Ranges einer Matrix	170
14.3.2 Rang als Kriterium der Lösbarkeit	170
14.4 LÖSEN VON LGS MIT DEM GAUß-ALGORITHMUS	171
14.4.1 Teilweise Elimination	171
14.4.2 Vollständige Elimination	172
14.4.3 Pivotieren	173
14.5 ZUSAMMENFASSUNG	174
14.6 INVERSIONSVVERFAHREN ZUR LÖSUNG VON LGS	175
14.7 AUFGABEN ZU DEN LINEAREN GLEICHUNGSSYSTEMEN	175
14.7.1 Aufgaben	175
14.7.2 Lösungen	178
15 DETERMINANTEN	185
15.1 BERECHNUNG VON DETERMINANTEN	186
15.2 REGEL VON SARRUS	186
15.3 EIGENSCHAFTEN UND RECHENREGELN	186
15.3.1 Transponieren	186
15.3.2 Spalten vertauschen	186
15.3.3 Nullspalten	186
15.3.4 Übereinstimmen/Vielfaches von Spalten	187
15.3.5 Multiplikation einer Spalte mit einem Faktor c	187
15.3.6 Addition des c -fachen einer Spalte zu einer anderen	187
15.3.7 Produktsatz für Determinanten	187
15.4 BERECHNUNG VON DETERMINANTEN HÖHERER ORDNUNG	187
15.4.1 Entwicklungssatz von Laplace	188
15.4.2 Spezialfall: Determinante einer Dreiecksmatrix	188
15.5 CRAMERSCHE REGEL	188
15.6 BESTIMMUNG DER INVERSEN	189

	XV
15.7 AUFGABEN ZU DEN DETERMINANTEN	190
15.7.1 Aufgaben	190
15.7.2 Lösungen	190
16 INPUT-OUTPUT-ANALYSE	193
16.1 INPUT-OUTPUT-TABELLE	193
16.1.1 Elemente der Input-Output-Tabelle	194
16.1.2 Bereiche der Input-Output-Tabelle	194
16.1.3 Ziele der Input-Output-Darstellung	196
16.2 INPUT-OUTPUT-ANALYSE (LEONTIEF-MODELL)	196
16.2.1 Relative Kennzahlen	196
16.2.2 Mathematische Formulierung des Leontief-Modells	197
16.3 FRAGESTELLUNGEN DER INPUT-OUTPUT-ANALYSE	197
16.4 KRITIKPUNKTE DES INPUT-OUTPUT-MODELLS	198
16.5 ZUSAMMENFASSUNG	199
16.6 GRENZEN DES INPUT-OUTPUT-MODELLS	200
16.7 AUFGABEN ZUR INPUT-OUTPUT-ANALYSE	200
16.7.1 Aufgaben	200
16.7.2 Lösungen	203
17 INNERBETRIEBLICHE LEISTUNGSVERRECHNUNG	209
17.1 GRUNDLAGEN IN ANLEHNUNG AN DIE KOSTENRECHNUNG	209
17.1.1 Zuordnung der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung (ibL)	210
17.1.2 Begriffe und Definitionen	210
17.2 PROBLEMSTELLUNG UND NOTWENDIGKEIT DER IBL	211
17.3 VERFAHREN DER IBL	212
17.4 GESAMTKOSTEN EINER VORKOSTENSTELLE UND KONSOLIDIERUNG	212
17.5 AUFGABEN ZUR INNERBETRIEBLICHEN LEISTUNGSVERRECHNUNG	213
17.5.1 Aufgaben	213
17.5.2 Lösungen	217
18 MARKOVKETTEN	223
18.1 EINFÜHRUNGSBEISPIEL	223
18.2 BEGRIFFE UND DEFINITIONEN	224
18.3 BERECHNUNG DER FOLGEPERIODEN	225
18.4 STATIONÄRER ZUSTAND	226
18.5 ABGRENZUNG DER GRENZVERTEILUNG VON DER STATIONÄREN VERTEILUNG	227
18.6 AUFGABEN ZU DEN MARKOVKETTEN	228
18.6.1 Aufgaben	228
18.6.2 Lösungen	230

19 TEILEBEDARFSRECHNUNG	233
19.1 STRENGE SYSTEMHIERARCHIE	234
19.2 GELOCKERTE SYSTEMHIERARCHIE	235
19.3 KEINE HIERARCHIE	236
19.4 BERÜCKSICHTIGUNG VON ZWISCHENLAGERN	237
19.5 AUFGABEN ZUR TEILEBEDARFSRECHNUNG	238
19.5.1 Aufgaben	238
19.5.2 Lösungen	240
20 LINEARE PROGRAMMIERUNG	243
20.1 DEFINITION UND EIGENSCHAFTEN DES ALLGEMEINEN LP-PROBLEMS	243
20.2 GRAPHISCHE LÖSUNG	244
20.3 LÖSUNG MIT DEM SIMPLEX-ALGORITHMUS	246
20.3.1 Die Standardform	246
20.3.2 Ablauf des Simplex-Algorithmus	246
20.4 SONDERFÄLLE VON LP-PROBLEMEN	249
20.4.1 Degeneration	249
20.4.2 Unbeschränkte Lösung	249
20.4.3 Mehrere optimale Lösungen	250
20.4.4 Keine zulässige Lösung	250
20.5 ERWEITERUNG DES SIMPLEX-ALGORITHMUS	251
20.5.1 $\geq$ Beschränkungen	251
20.5.2 $=$ Beschränkungen	252
20.6 LÖSUNGSVERFAHREN FÜR MINIMIERUNGSPROBLEME	253
20.7 AUFGABEN ZUR LINEAREN PROGRAMMIERUNG	253
20.7.1 Aufgaben	253
20.7.2 Lösungen	255
21 DAS DUALITÄTSPRINZIP	261
21.1 INTERPRETATION DER DUALVARIABLEN	261
21.1.1 Dualvariablen als Schattenpreise	262
21.1.2 Dualvariablen als Mietpreise	262
21.1.3 Problemstellung	262
21.1.4 Mathematische Formulierung	263
21.2 VERALLGEMEINERUNG DES DUALITÄTSPRINZIPS	264
21.3 SONDERFÄLLE	264
21.4 AUFGABEN ZUM DUALITÄTSPRINZIP	264
21.4.1 Aufgaben	264
21.4.2 Lösungen	266
II Praktika	269
22 AUFGABEN ZU MATHE 1	271
22.1 Praktikum 1: Aussagenlogik und Beweistechnik	271
22.2 Praktikum 2: Mengenlehre	272
22.3 Praktikum 3: Folgen und Reihen	274

22.4	Praktikum 4: Differenzengleichungen	276
22.5	Praktikum 5: Finanzmathematik	278
22.6	Praktikum 6: Funktionen	279
22.7	Praktikum 7: WiWi-Funktionen	281
22.8	Praktikum 8: Elastizitäten	284
22.9	Praktikum 9: Funktionen mit mehreren Veränderlichen	285
22.10	Praktikum 10: Wiederholung	287
22.11	Lösungen	288
23	Aufgaben zu Mathe 2	319
23.1	Praktikum 1: Integralrechnung	319
23.2	Praktikum 2: Differentialgleichungen	320
23.3	Praktikum 3: Matrizenrechnung	321
23.4	Praktikum 4: Lineare Gleichungssysteme / Matrizenrechnung	322
23.5	Praktikum 5: Lineare Unabhängigkeit / LGS / Rang	326
23.6	Praktikum 6: Inverse Matrix / Determinante / Rang	328
23.7	Praktikum 7: Ökonomische Anwendungen (LGS) I	330
23.8	Praktikum 8: Ökonomische Anwendungen (LGS) II	333
23.9	Praktikum 9: Ökonomische Anwendungen (LGS) III / LP I	334
23.10	Praktikum 10: Lineare Programmierung II	336
23.11	Praktikum 11: Lineare Programmierung III	338
23.12	Praktikum 12: Wiederholung	340
23.13	Lösungen	342
	LITERATURVERZEICHNIS	379
	INDEX	381