

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
I Wahrscheinlichkeitsrechnung	3
1 Wahrscheinlichkeit von Ereignissen	3
1.1 Ereignisse	3
1.2 Wahrscheinlichkeitsbegriffe	9
1.3 Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit	11
1.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit	14
1.5 Stochastisch unabhängige Ereignisse	16
1.6 Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	19
2 Eindimensionale Zufallsvariablen und ihre Verteilung	29
2.1 Zufallsvariablen	29
2.2 Verteilung einer Zufallsvariablen X	33
2.2.1 Verteilungsfunktion von X	33
2.2.2 Wahrscheinlichkeitsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen X	36
2.2.3 Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen X	39
2.3 Erwartungswert und Varianz von X	42
2.4 Quantilfunktion von X	47
2.5 Erwartungswert und Varianz von Summen von Zufallsvariablen I	50
2.6 Ungleichung von Tschebyscheff	53
2.7 Analogien zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und deskriptiver Statistik	56

3	Spezielle diskrete Verteilungen	63
3.1	Einführung	63
3.2	Einpunktverteilung	63
3.3	Bernoulli-Verteilung $B(1; \pi)$	64
3.4	Binomialverteilung $B(n; \pi)$	65
3.5	Geometrische Verteilung $G(\pi)$	71
3.6	Hypergeometrische Verteilung $H(n; N; M)$	72
3.7	Poisson-Verteilung $Po(\mu)$	79
4	Spezielle stetige Verteilungen	83
4.1	Rechteckverteilung $R(\alpha; \beta)$	83
4.2	Exponentialverteilung $Exp(\lambda)$	86
4.3	Pareto-Verteilung $Par(\alpha; c)$	89
4.4	Normalverteilung $N(\mu; \sigma^2)$	92
4.5	Standardnormalverteilung $N(0; 1)$	97
4.6	χ^2 -Verteilung χ^2_ν	104
4.7	t -Verteilung t_ν	106
4.8	F -Verteilung F_{ν_1, ν_2}	107
4.9	Quantile stetiger Verteilungen	108
5	Gemeinsame Verteilung und Grenzwertsätze	115
5.1	Gemeinsame Verteilung mehrerer Zufallsvariablen	115
5.2	Randverteilungen und bedingte Verteilungen zweier Zufallsvariablen . . .	116
5.3	Kovarianz und Korrelationskoeffizient	123

5.4	Erwartungswert und Varianz von Summen von Zufallsvariablen II	125
5.5	Schwaches Gesetz der großen Zahlen	126
5.6	Zentraler Grenzwertsatz	127
5.7	Normalverteilung als Grenzverteilung	129

II Statistische Inferenz 135

6 Stichprobentheorie 135

6.1	Grundbegriffe	135
6.2	Stichprobenmittelwert \bar{X}	141
6.2.1	Erwartungswert und Varianz von \bar{X}	141
6.2.2	Verteilung von \bar{X} bei normalverteilten Zufallsvariablen X_i	143
6.2.3	Verteilung von \bar{X} bei beliebig verteilten Zufallsvariablen X_i	146
6.3	Stichprobenanteilswert $\hat{\pi}$	147
6.3.1	Erwartungswert und Varianz von $\hat{\pi}$	147
6.3.2	Verteilung von $\hat{\pi}$	148
6.4	Stichprobenvarianz S^2, S^{*2}	151
6.5	Differenz von Stichprobenmittelwerten und Stichprobenanteilswerten . .	153
6.5.1	Verteilung der Differenz von Stichprobenmittelwerten	153
6.5.2	Verteilung der Differenz von Stichprobenanteilswerten	156
6.6	Verteilung des Quotienten von Stichprobenvarianzen	156

7 Statistische Schätzverfahren 159

7.1	Grundbegriffe	159
-----	-------------------------	-----

7.2	Schätzfunktionen	161
7.2.1	Konstruktion von Schätzfunktionen	161
7.2.2	Erwartungstreue, effiziente und konsistente Schätzer	166
7.3	Intervallschätzung	166
7.3.1	Konstruktion von Konfidenzintervallen	166
7.3.2	Konfidenzintervalle für μ , π und σ^2	169
7.4	Stichprobenumfang bei Vorgabe der Intervallbreite	174
8	Statistische Testverfahren	179
8.1	Grundbegriffe	179
8.2	Konstruktion von Tests und kritischen Bereichen	184
8.3	Parametrische Tests	190
8.3.1	Tests für den Erwartungswert μ	190
8.3.2	Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte μ_X und μ_Y	194
8.3.3	Tests für die Wahrscheinlichkeit oder den Anteilswert π	198
8.3.4	Tests für den Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten oder zweier Anteilswerte π_X und π_Y	199
8.3.5	Tests für die Varianz σ^2	201
8.3.6	Tests für den Vergleich zweier Varianzen σ_X^2 und σ_Y^2	203
8.4	Nichtparametrische Tests	205
8.4.1	Test für die Anpassungshypothese (χ^2 -Anpassungstest)	205
8.4.2	Test für die Unabhängigkeitshypothese (χ^2 -Unabhängigkeitstest) .	208
8.5	Schätzen und Testen für die lineare Einfachregression	213

ANHANG 225

Kombinatorische Grundbegriffe 227

Statistische Tabellen 229

Tabelle 1	Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$	229
-----------	--	-----

Tabelle 2a	Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x n; \pi)$ der Binomialverteilung $B(n; \pi)$. .	230
------------	--	-----

Tabelle 2b	Verteilungsfunktion $F(x n; \pi)$ der Binomialverteilung $B(n; \pi)$	234
------------	--	-----

Tabelle 3a	Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x \mu)$ der Poisson-Verteilung $Po(\mu)$. . .	238
------------	---	-----

Tabelle 3b	Verteilungsfunktion $F(x \mu)$ der Poisson-Verteilung $Po(\mu)$	240
------------	---	-----

Tabelle 4a	Verteilungsfunktion $\Phi(u)$ der Standardnormalverteilung	242
------------	--	-----

Tabelle 4b	p -Quantile u_p der Standardnormalverteilung	243
------------	--	-----

Tabelle 4c	Zentrale $(1 - \alpha)$ -Schwankungsintervalle der Standardnormalverteilung	243
------------	---	-----

Tabelle 5	p -Quantile $\chi^2_{\nu, p}$ der χ^2 -Verteilung χ^2_ν	244
-----------	---	-----

Tabelle 6	p -Quantile $t_{\nu, p}$ der t -Verteilung t_ν	245
-----------	--	-----

Tabelle 7	p -Quantile $F_{\nu_1, \nu_2, p}$ der F -Verteilung F_{ν_1, ν_2}	246
-----------	--	-----

Literaturhinweise 248

Stichwortverzeichnis 249

Griechisches Alphabet 257