

# Inhaltsverzeichnis

Über die Autorin	9
Widmung	9
Danksagungen	9
<b>Einführung</b>	<b>21</b>
Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Törichte Annahmen über den Leser	22
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil I: Die Sicherheit der Unsicherheit: Grundlagen der Wahrscheinlichkeit	23
Teil II: Auf die Wahrscheinlichkeit setzen und wetten, um zu gewinnen	23
Teil III: Grundlegende Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil IV: Fortgeschrittene Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil V: Stetige Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	24
Anhang	25
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	25
Wie es weiter geht	26
<b>Teil I</b>	
<b>Die Sicherheit der Unsicherheit: Grundlagen der Wahrscheinlichkeit</b>	<b>27</b>
<b>Kapitel 1</b>	
<b>Wahrscheinlichkeit im Alltag</b>	<b>29</b>
Was bedeutet Wahrscheinlichkeit?	29
Was ist eine »Chance«?	29
Wahrscheinlichkeiten interpretieren: In großen Mengen und langen Zeiträumen denken	30
Wahrscheinlichkeiten im Alltag erkennen	31
Wahrscheinlichkeiten ermitteln	32
Seien Sie subjektiv	32
Wählen Sie einen klassischen Ansatz	33
Relative Häufigkeiten ermitteln	34
Verwenden Sie Simulationen	35
Denkfehler über Wahrscheinlichkeit, die Sie vermeiden sollten	36
Zwei mögliche Ergebnisse als 50-50-Situation sehen	36
Denken, dass keine Muster auftreten können	37

## **Kapitel 2**

### **Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit** **39**

Ein Überblick über die Mengennotation	39
Ergebnisse festhalten: Stichprobenräume	39
Teilmengen von Stichprobenräumen festhalten: Ereignisse	41
Die leere Menge	41
Mengenoperationen: Vereinigung, Durchschnitt und Komplement	42
Arten der Wahrscheinlichkeit	44
Wahrscheinlichkeitsnotation	44
Marginale Wahrscheinlichkeit	45
Wahrscheinlichkeit der Vereinigung	46
Wahrscheinlichkeiten des Durchschnitts	46
Komplementäre Wahrscheinlichkeit	46
Bedingte Wahrscheinlichkeit	47
Wahrscheinlichkeitsregeln verstehen und anwenden	49
Die Komplementärregel	49
Die Multiplikationsregel	50
Die Additionsregel	51
Unabhängigkeit mehrerer Ereignisse	52
Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse anhand der Definition prüfen	52
Die Multiplikationsregel für unabhängige Ereignisse nutzen	53
Einander ausschließende Ereignisse berücksichtigen	54
Einander ausschließende Ereignisse erkennen	54
Die Additionsregel mit einander ausschließenden Ereignissen vereinfachen	55
Unabhängige und einander ausschließende Ereignisse unterscheiden	56
Ein Vergleich von Unabhängigkeit und Ausschließlichkeit	56
Die Unabhängigkeit oder Ausschließlichkeit in einem Kartenspiel mit 52 Karten prüfen	57

## **Kapitel 3**

### **Wahrscheinlichkeit visualisieren: Venn-Diagramme, Baumdiagramme und das Bayes-Theorem** **59**

Wahrscheinlichkeiten mit Venn-Diagrammen visualisieren	59
Mit Venn-Diagrammen nicht gegebene Wahrscheinlichkeiten ermitteln	60
Beziehungen mit Venn-Diagrammen ordnen und visualisieren	61
Umwandlungsregeln für Mengen in Venn-Diagrammen	62
Die Grenzen von Venn-Diagrammen	63
Wahrscheinlichkeiten für komplexe Probleme mit Venn-Diagrammen ermitteln	64
Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen darstellen	67
Mehrstufige Ergebnisse mit einem Baumdiagramm visualisieren	68
Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit einem Baumdiagramm visualisieren	69
Die Grenzen der Baumdiagramme	73
Mit einem Baumdiagramm Wahrscheinlichkeiten für komplexe Ereignisse ermitteln	73

Das Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit und das Bayes-Theorem	75
Eine marginale Wahrscheinlichkeit mit dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen	75
Die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit mit dem Bayes-Theorem berechnen	79

## **Teil II**

### ***Auf die Wahrscheinlichkeit setzen und wetten, um zu gewinnen*** **85**

#### **Kapitel 4**

#### ***Kontingenztabellen mit Wahrscheinlichkeiten aufstellen*** **87**

Eine Kontingenztafel aufbauen	87
Den Stichprobenraum beschreiben	88
Die Zeilen und Spalten bilden	88
Die Daten eintragen	89
Zeilensummen, Spaltensummen und Gesamtsummen	89
Wahrscheinlichkeiten in einer Kontingenztafel finden und interpretieren	90
Wahrscheinlichkeiten von Durchschnitten ermitteln	90
Marginale Wahrscheinlichkeiten berechnen	90
Bedingte Wahrscheinlichkeiten identifizieren	91
Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse prüfen	93

#### **Kapitel 5**

#### ***Zählregeln auf Kombinationen und Permutationen anwenden*** **95**

Permutationen	95
Eine Permutation analysieren	96
Permutationsprobleme mit zusätzlichen Einschränkungen	100
Wahrscheinlichkeiten für Permutationsprobleme finden	104
Kombinationen zählen	106
Kombinationsprobleme lösen	106
Kombinationen und das Pascalsche Dreieck	107
Wahrscheinlichkeitsprobleme mit Kombinationen	109
Komplexere Kombinationen anhand von Poker-Blättern studieren	112
Wahrscheinlichkeiten für Kombinationen berechnen	118

#### **Kapitel 6**

#### ***Wider alle Chancen: Wahrscheinlichkeit beim Glücksspiel*** **123**

Kennen Sie Ihre Chancen: Wahrscheinlichkeit, Chancen und Erwartungswert	124
Lotterie spielen	125
Die Wahrscheinlichkeit, in der Lotterie zu gewinnen	125
Die Quote berechnen	126
Den Erwartungswert eines Lotterieloses berechnen	127

An den Spielautomaten spielen	131
Die durchschnittliche Auszahlung	132
Spielautomatenmythen entzaubern	132
Eine einfache Strategie für Spielautomaten	134
Das Roulette-Rad drehen	135
Die Grundlagen des Roulettes	136
Inside und Outside Bets platzieren	137
Eine Roulette-Strategie entwickeln	140
Ihre Chancen, »Bingo!« zu rufen	141
Die Möglichkeiten, beim Bingo zu gewinnen	141
Die Wahrscheinlichkeit, Bingo zu bekommen – komplizierterer, als Sie vielleicht denken	143
Der Ruin des Spielers	144
Das berühmte Geburtstagsproblem	145

### **Teil III**

#### ***Von A nach Binomial:***

#### ***Grundlegende Wahrscheinlichkeitsmodelle*** **149**

#### ***Kapitel 7***

#### ***Grundlagen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen*** **151**

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen	151
Was ist eine Zufallsvariable?	152
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung finden und anwenden	153
Die kumulative Verteilungsfunktion (KVF) ermitteln und anwenden	158
Die KVF interpretieren	159
Die KVF grafisch darstellen	160
Wahrscheinlichkeiten mit der KVF ermitteln	161
Die WMF aus der KVF ableiten	163
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen	164
Den Erwartungswert von X berechnen	165
Die Varianz von X berechnen	167
Die Standardabweichung von X berechnen	168
Ein Überblick über die diskrete Gleichverteilung	168
Die WMF der diskreten Gleichverteilung	169
Die KVF der diskreten Gleichverteilung	169
Der Erwartungswert der diskreten Gleichverteilung	170
Die Varianz und die Standardabweichung der diskreten Gleichverteilung	171

## **Kapitel 8**

### **Erfolg und Misserfolg mit der Binomialverteilung berechnen**

**173**

Das Binomialmodell erkennen	173
Die Binomialbedingungen Schritt für Schritt prüfen	174
Nicht-binomische Variablen erkennen	175
Wahrscheinlichkeiten für das Binomial ermitteln	176
Binomische Wahrscheinlichkeiten mit der WMF berechnen	177
Binomische Wahrscheinlichkeiten mit der KVF ermitteln	182
Der Erwartungswert und die Varianz der Binomialverteilung	186
Der Erwartungswert der Binomialverteilung	186
Die Varianz und die Standardabweichung der Binomialverteilung	187

## **Kapitel 9**

### **Die Normalverteilung**

**189**

Die Grundlagen der Normalverteilung	189
Form, Mittelpunkt und Spreizung	190
Die Standardnormalverteilung (Z-Verteilung)	191
Wahrscheinlichkeiten für eine Normalverteilung berechnen und anwenden	193
Den Graphen zeichnen	195
Ein Problem in die Wahrscheinlichkeitsnotation übersetzen	195
Die Z-Formel anwenden	196
Mit der Z-Tabelle die Wahrscheinlichkeit ermitteln	197
Normalverteilungsprobleme mit Rückwärtsrechnung	201
Analyse eines Normalverteilungsproblems mit Rückwärtsrechnung	202
Die Z-Tabelle rückwärts lesen	204
Die Z-Formel nach X auflösen, um X-Einheiten zu berechnen	206

## **Kapitel 10**

### **Annäherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung**

**209**

Wann benötigen Sie eine Annäherung der Binomialverteilung?	209
Warum die Annäherung an die Normalverteilung funktioniert, wenn n groß genug ist	210
Symmetrische Verteilungen: Wenn p nahe bei 0,50 liegt	211
Schiefe Verteilungen: Wenn p nahe bei null oder eins liegt	212
Die Annäherung der Binomialverteilung an die Normalverteilung verstehen	214
Feststellen, ob n groß genug ist	214
Den Mittelwert und die Standardabweichung für die Z-Formel finden	215
Die Stetigkeitskorrektur durchführen	216
Eine Binomialverteilung durch die Normalverteilung annähern:	
Ein Münzbeispiel	219

## **Kapitel 11**

### ***Stichprobenverteilungen und der Zentrale Grenzwertsatz*** **225**

Grundlagen einer Stichprobenverteilung	226
Eine Stichprobenstatistik erstellen	226
Möglichkeiten mit der Stichprobenverteilung auflisten	226
Rettung durch den Zentralen Grenzwertsatz	228
Stichprobenstatistiken mit dem Zentralen Grenzwertsatz (ZGS) berechnen	229
Das Hauptergebnis des ZGS	229
Warum der ZGS funktioniert	230
Die Stichprobenverteilung der Stichprobensumme	233
Die Anwendung des ZGS auf die Stichprobensumme	234
Wahrscheinlichkeiten für t mit dem ZGS ermitteln	234
Die Stichprobenverteilung des Stichprobenmittelwertes	237
Die Anwendung des ZGS auf den Stichprobenmittelwert	238
Wahrscheinlichkeiten für X mit dem ZGS berechnen	239
Die Stichprobenverteilung eines Stichprobenanteils	240
Die Anwendung des ZGS auf einen Stichprobenanteil	241
Wahrscheinlichkeiten für p mit dem ZGS berechnen	241

## **Kapitel 12**

### ***Möglichkeiten analysieren; Entscheidungen treffen*** **243**

Konfidenzintervalle und Wahrscheinlichkeit	243
Eine Wahrscheinlichkeit abschätzen	244
Die Kosten einer richtigen Entscheidung abschätzen	245
Ein Konfidenzintervall mit Wahrscheinlichkeiten interpretieren	246
Wahrscheinlichkeiten und Hypothesentests	247
Eine Wahrscheinlichkeit testen	248
Mit p-Werten Wahrscheinlichkeiten abschätzen	249
Die Wahrscheinlichkeit, eine Fehlentscheidung zu treffen	250
Data Snooping in Schach halten	251
Wahrscheinlichkeit in der Qualitätskontrolle	252

## **Teil IV**

### ***Fortgeschrittene Wahrscheinlichkeitsmodelle*** **255**

## **Kapitel 13**

### ***Die Poissonverteilung*** **257**

Ankünfte mit der Poissonverteilung modellieren	257
Die Bedingungen für eine Poissonverteilung	258
Die Poisson- und die Binomialverteilung im Vergleich	258
Die Wahrscheinlichkeiten für die Poissonverteilung berechnen	259
Die WMF der Poissonverteilung	259
Die KVF der Poissonverteilung	261

Der Erwartungswert und die Varianz der Poissonverteilung	264
Zeitliche oder räumliche Einheiten ändern: der Poissonprozess	265
Eine Poissonverteilung an eine Normalverteilung annähern	266
Die Bedingungen einer Annäherung an die Normalverteilung erfüllen	267
Die vollständigen Schritte für die Annäherung der Poissonverteilung an die Normalverteilung	269
<b>Kapitel 14</b>	
<b><i>Die geometrische Verteilung</i></b>	<b>273</b>
Die Form der geometrischen Verteilung	273
Die Bedingungen für eine geometrische Verteilung	274
Wann wird eine geometrische Verteilung statt einer Binomialverteilung oder Poissonverteilung gewählt?	274
Wahrscheinlichkeiten für die geometrische Verteilung mit der WMF ermitteln	275
Die WMF für die geometrische Verteilung	276
Geometrische Wahrscheinlichkeiten anwenden	277
Erwartungswert und Varianz der geometrischen Verteilung	278
Der Erwartungswert der geometrischen Verteilung	279
Die Varianz und die Standardabweichung der geometrischen Verteilung	279
<b>Kapitel 15</b>	
<b><i>Die negative Binomialverteilung</i></b>	<b>283</b>
Bedingungen für eine negative Binomialverteilung	283
Die Bedingungen für eine negative Binomialverteilung	284
Gegenüberstellung der negativen Binomialverteilung, der geometrischen Verteilung und der Binomialverteilung	284
Wahrscheinlichkeiten für die negative Binomialverteilung berechnen	285
Die Formel für die negative Binomialverteilung	285
Die WMF der negativen Binomialverteilung anwenden	287
Der Erwartungswert und die Varianz der negativen Binomialverteilung	291
Der Erwartungswert der negativen Binomialverteilung	291
Die Varianz und die Standardabweichung der negativen Binomialverteilung	292
Die Formeln für den Erwartungswert und die Varianz anwenden	293
<b>Kapitel 16</b>	
<b><i>Die hypergeometrische Verteilung</i></b>	<b>295</b>
Die Bedingungen für die hypergeometrische Verteilung	295
Wahrscheinlichkeiten für die hypergeometrische Verteilung berechnen	296
Die WMF der hypergeometrischen Verteilung	297
Die Grenzbedingungen für X	299
Mit der WMF Wahrscheinlichkeiten berechnen	300
Der Erwartungswert und die Varianz der hypergeometrischen Verteilung	302
Der Erwartungswert der hypergeometrischen Verteilung	302
Die Varianz und die Standardabweichung der hypergeometrischen Verteilung	303

## **Teil V**

### **Für Gipfelstürmer: Stetige Wahrscheinlichkeitsmodelle**

**305**

#### **Kapitel 17**

##### **Die stetige Gleichverteilung**

**307**

Die Eigenschaften der stetigen Gleichverteilung	307
Die Dichtefunktion der stetigen Gleichverteilung	308
Die allgemeine Form von $f(x)$	309
$f(x)$ für ein gegebenes $a$ und $b$ berechnen	310
Den Wert von $b$ unter der Bedingung $f(x)$ finden	310
Wahrscheinlichkeiten für die stetige Gleichverteilung berechnen	312
»Kleiner als«-Wahrscheinlichkeiten berechnen	312
»Größer als«-Wahrscheinlichkeiten berechnen	314
Wahrscheinlichkeiten zwischen zwei Werten berechnen	315
Kumulative Wahrscheinlichkeiten mit $F(x)$ berechnen	316
Der Erwartungswert und die Varianz der stetigen Gleichverteilung	318
Der Erwartungswert der stetigen Gleichverteilung	318
Die Varianz und die Standardabweichung der stetigen Gleichverteilung	319

#### **Kapitel 18**

##### **Die Exponentialverteilung (und ihre Beziehung zur Poissonverteilung)**

**321**

Die Dichtefunktion der Exponentialverteilung	322
Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	323
»Kleiner als«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	324
»Größer als«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	325
»Zwischen«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	327
Der Erwartungswert und die Varianz der Exponentialverteilung	328
Der Erwartungswert der Exponentialverteilung	328
Die Varianz und Standardabweichung der Exponentialverteilung	329
Die Beziehungen zwischen Poissonverteilungen und Exponentialverteilungen	330

## **Teil VI**

### **Der Top-Ten-Teil**

**333**

#### **Kapitel 19**

##### **Zehn Schritte zu einer besseren Note in Wahrscheinlichkeitsrechnung**

**335**

Sich mit einem Problem vertraut machen	335
Die Frage verstehen	336
Die Informationen organisieren	337
Schreiben Sie alle Formeln nieder	338

Prüfen Sie die Bedingungen	339
Mit Zuversicht rechnen	339
Präsentieren Sie Ihren Lösungsgang	340
Prüfen Sie Ihre Lösung	341
Die Ergebnisse interpretieren	342
Eine Zusammenfassung erstellen	343

## ***Kapitel 20***

### ***Die Top-Ten-Wahrscheinlichkeitsfehler (plus einem)*** **345**

Vergessen, dass eine Wahrscheinlichkeit zwischen null und eins liegen muss	345
Kleine Wahrscheinlichkeiten fehlinterpretieren	346
Wahrscheinlichkeiten für kurzfristige Vorhersagen verwenden	346
Nicht glauben, dass 1-2-3-4-5-6 gewinnen kann	347
An Läufe beim Würfeln glauben	347
Jeder Situation eine 50-50-Chance einräumen	348
Bedingte Wahrscheinlichkeiten verwechseln	349
Die falsche Wahrscheinlichkeitsverteilung anwenden	350
Die Bedingungen für ein Wahrscheinlichkeitsmodell nicht prüfen	351
Permutationen und Kombinationen verwechseln	352
Unabhängigkeit annehmen	353

### ***Anhang Referenztabellen*** **355**

Tabelle für die Binomialverteilung	355
Tabelle für die Normalverteilung	359
Tabelle für die Poissonverteilung	362

### ***Stichwortverzeichnis*** **365**