

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	IX
-------------------	----

## Kapitel 1: Grundlagen der Mengenlehre

1.1 Grundbegriffe . . . . .	1
1.2 Mengenoperationen . . . . .	3
1.3 Direkte Produkte von Mengen . . . . .	6
1.4 Abbildungen von Mengen . . . . .	8
1.5 Aufgaben . . . . .	10

## Kapitel 2: Reelle Zahlen, Ungleichungen und Beträge

2.1 Die natürlichen Zahlen . . . . .	12
2.2 Die ganzen Zahlen . . . . .	12
2.3 Die rationalen Zahlen . . . . .	13
2.4 Die reellen Zahlen . . . . .	14
2.5 Das Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen . . . . .	15
2.6 Aufgaben . . . . .	18

## Kapitel 3: Finanzmathematik- arithmetische und geometrische Zahlenfolgen und ihre endlichen Reihen

3.1 Die arithmetische Folge und Reihe . . . . .	19
1. Konstante absolute Produktionszunahme . . . . .	19
2. Lineare Abschreibung . . . . .	19
3. Zinsrechnung ohne Zinseszins . . . . .	19
4. Rückzahlung einer Schuld mit festem Tilgungssatz und zusätzlich anfallenden Zinsen . . . . .	21
3.2 Die geometrische Folge und ihre endliche Reihe . . . . .	22
1. Konstanter relativer Produktionszuwachs . . . . .	22
2. Geometrisch-degressive Abschreibung . . . . .	23
3. Zinseszinsrechnung bei einmaliger Einzahlung . . . . .	24
4. Zinseszinsrechnung bei mehrmaligen Einzahlungen . . . . .	26
5. Tilgung einer Schuld in gleichen Jahresraten Rentenberechnung . . . . .	28
6. Unterjährige Einzahlungen bei jährlicher Zinsgutschrift . . . . .	30
7. Die unterjährige vorschüssige Rente . . . . .	32
8. Die unterjährige nachschüssige Rente . . . . .	33
3.3 Aufgaben . . . . .	34

**Kapitel 4: Allgemeine Zahlenfolgen und stetige Verzinsung**

4.1	Konvergente Zahlenfolgen . . . . .	37
4.2	(Unendliche) geometrische Reihen . . . . .	41
4.3	Die Eulersche Zahl e-stetige Verzinsung-stetiges Wachstum	42
4.4	Irrationale Zahlen als Grenzwerte rationaler Zahlenfolgen .	44
4.5	Rekursiv definierte Folgen und das Prinzip der vollständigen Induktion . . . . .	45
4.6	Aufgaben . . . . .	49

**Kapitel 5: Differenzialrechnung bei Funktionen  
einer Variablen**

5.1	Darstellung von Funktionen einer Variablen . . . . .	51
5.2	Stetige Funktionen . . . . .	53
5.3	Die Ableitungen einer Funktion - Grenzkostenfunktion . .	58
5.3.1	Die erste Ableitung . . . . .	58
5.3.2	Das Differenzial einer Funktion . . . . .	65
5.3.3	Höhere Ableitungen . . . . .	67
5.4	Kurvendiskussion . . . . .	67
5.4.1	1. Definitionsbereich . . . . .	68
5.4.2	2. Symmetrie . . . . .	68
5.4.3	3. Nullstellen . . . . .	68
5.4.4	4. Monotonie . . . . .	68
5.4.5	5. Krümmung . . . . .	68
5.4.6	6. Relative Extremwerte . . . . .	68
5.4.7	7. Wendepunkte . . . . .	69
5.4.8	8. Asymptoten . . . . .	69
5.5	Der Mittelwertsatz der Differenzialrechnung . . . . .	73
5.6	Exponentialfunktion, Logarithmus und Potenzfunktion. . .	73
5.6.1	Die Exponentialfunktion . . . . .	73
5.6.2	Der Logarithmus . . . . .	75
5.6.3	Die Ableitung des natürlichen Logarithmus . . . . .	77
5.6.4	Die Ableitung eines beliebigen Logarithmus . . . . .	78
5.6.5	Die Ableitung der Exponentialfunktion . . . . .	78
5.6.6	Die Ableitung einer beliebigen Potenzfunktion . . . . .	79
5.7	Die trigonometrischen Funktionen . . . . .	79
5.8	Die Elastizität und die logarithmische Ableitung . . . . .	81
5.9	Die Taylorentwicklung . . . . .	86
5.10	Unbestimmte Ausdrücke - die Regel von de l'Hospital . .	91
5.10.1	Unbestimmte Ausdrücke der Formen „ $0/0$ ; $\infty/\infty$ ; $-\infty/\infty$ “	91
5.10.2	Unbestimmte Ausdrücke der Form „ $0 \cdot (\pm\infty)$ “ . . . . .	93
5.10.3	Unbestimmte Ausdrücke der Form „ $\infty - \infty$ “ . . . . .	94
5.10.4	Unbestimmte Ausdrücke der Form „ $0^0$ ; $1^\infty$ ; $\infty^0$ “ . . . . .	95
5.11	Aufgaben . . . . .	96

**Kapitel 6: Integralrechnung bei Funktionen einer Variablen**

6.1	Das bestimmte Integral . . . . .	101
6.2	Die Integralfunktion . . . . .	106
6.3	Die Stammfunktion und das unbestimmte Integral . . . . .	107
6.4	Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe einer Stammfunktion . . . . .	108
6.5	Spezielle Integrationsmethoden . . . . .	109
6.5.1	Die Substitutionsmethode . . . . .	109
6.5.2	Partielle Integration . . . . .	110
6.6	Uneigentliche Integrale . . . . .	111
6.6.1	Integrale über unbeschränkte Intervalle . . . . .	111
6.6.2	Integrale über unbeschränkte Funktionen . . . . .	113
6.7	Anwendungen der Integralrechnung . . . . .	114
6.7.1	Bestimmung einer Funktion aus einer vorgegebenen Grenzfunktion . . . . .	114
6.7.2	Bestimmung einer Funktion aus einer vorgegebenen Elastizität	114
6.7.3	Der Gesamtumsatz bei gestaffelten und stetigen Preissenkungen	116
6.7.4	Die Konsumentenrente . . . . .	118
6.7.5	Die Produzentenrente . . . . .	119
6.7.6	Kapitalwert eines Ertragsstromes . . . . .	120
6.8	Aufgaben . . . . .	121

**Kapitel 7: Funktionen von zwei Variablen**

7.1	Stetige Funktionen . . . . .	124
7.2	Partielle Ableitungen . . . . .	129
7.3	Das totale Differenzial . . . . .	132
7.4	Totale Differenziale höherer Ordnung - Taylorentwicklung . .	134
7.5	Die Kettenregel und die Ableitung impliziter Funktionen . .	135
7.6	Richtungsableitungen und Gradient . . . . .	136
7.7	Homogene Funktionen . . . . .	139
7.8	Extremwerte ohne Nebenbedingungen und Sattelpunkte . .	144
7.9	Extremwerte unter einer Nebenbedingung . . . . .	142
7.9.1	Die Eliminationsmethode . . . . .	143
7.9.2	Die Methode von Lagrange . . . . .	144
7.10	Aufgaben . . . . .	146

**Kapitel 8: Funktionen von mehreren Variablen . . . . .** 150**Kapitel 9: Vektorrechnung . . . . .** 155

9.1	n-dimensionale Vektoren . . . . .	155
9.2	Darstellung von Geraden und Ebenen im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	161
9.3	Gleichung der Tangente an eine Fläche . . . . .	163
9.4	Aufgaben . . . . .	164

<b>Kapitel 10: Matrizenrechnung</b>	166
<b>Kapitel 11: Lineare Gleichungssysteme</b>	
11.1    Lösungsmöglichkeiten eines linearen Gleichungssystems	175
11.2    Der Gaußsche Algorithmus	177
11.3    Lösung mit Hilfe der inversen Matrix	181
11.4    Aufgaben	184
<b>Kapitel 12: Lineare Ungleichungen und lineare Programmierung</b>	
12.1    Lineare Programmierung bei zwei Variablen	188
12.2    Lineare Programmierung bei mehr als zwei Variablen	193
12.3    Aufgaben	194
<b>Anhang</b>	
1.    Ableitungen häufig vorkommender Funktionen	198
2.    Ableitungsregeln	198
3.    Unbestimmte Integrale häufig vorkommender Funktionen	199
4.    Integrationsregeln	199
<b>Lösungen der Aufgaben</b>	200
<b>Sachwortverzeichnis</b>	214