

Inhalt

Vorbemerkungen	6
A Funktionen	7
A 1 Der Begriff <i>Funktion</i>	7
A 2 Rationale Funktionen	11
A 2.1 Arten rationaler Funktionen	11
A 2.2 Nullstellen und Symmetrieverhalten	11
A 3 Nichtrationale Funktionen und ihre Nullstellen	15
A 3.1 Exponentialfunktionen	15
A 3.2 Logarithmusfunktionen	17
A 4 Weitere reelle Funktionen	22
A 5 Verknüpfen, Verketten und Umkehren von Funktionen	25
A 6 Funktionenscharen	30
B Arbeiten mit Zahlenfolgen und Reihen	33
B 1 Zahlenfolgen	33
B 1.1 Der Begriff Zahlenfolge	33
B 1.2 Eigenschaften von Zahlenfolgen	36
B 1.3 Partialsummen; Partialsummenfolgen	39
B 1.4 Arithmetische und geometrische Zahlenfolgen	40
B 2 Konvergenz von Zahlenfolgen	47
B 2.1 Grenzwert einer Zahlenfolge	47
B 2.2 Grenzwertsätze für Zahlenfolgen	48
B 3 Reihen	50
C Weitere Eigenschaften von Funktionen	53
C 1 Monotonie und Beschränktheit von Funktionen	53
C 2 Grenzwert von Funktionen; Grenzwertsätze	54
C 3 Stetigkeit von Funktionen	59
D Differentialrechnung und ihre Anwendung zur Untersuchung von Funktionseigenschaften	62
D 1 Anliegen und Grundbegriffe der Differentialrechnung	62
D 1.1 Der Begriff <i>Ableitung einer Funktion</i>	62
D 1.2 Zusammenhang zwischen Differenzierbarkeit und Stetigkeit	65
D 2 Regeln zur Ableitung von Funktionen	67
D 2.1 Konstantenregel, Faktorregel und Potenzregel	67
D 2.2 Summen-, Produkt- und Quotientenregel	67
D 2.3 Kettenregel	69
D 2.4 Umkehrregel	70
D 3 Ableitungen elementarer Funktionen	70
D 3.1 Ableitung von Potenzfunktionen	70
D 3.2 Ableitung von Exponential- und Logarithmusfunktionen	71
D 3.3 Ableitung trigonometrischer Funktionen	72
D 3.4 Ableitungen höherer Ordnung	77
D 4 Sätze über differenzierbare Funktionen	79
D 5 Anwenden der Differentialrechnung zur Untersuchung von Funktionseigenschaften	81
D 5.1 Monotonieverhalten	81
D 5.2 Extrema	82
D 5.3 Krümmungsverhalten und Wendestellen	86
D 5.4 Verhalten im Unendlichen	89
D 5.5 Unstetigkeitsstellen	90
D 5.6 Kurvendiskussion an Beispielen	92
E Integralrechnung	102
E 1 Das unbestimmte Integral	102
E 1.1 Die Begriffe Stammfunktion und unbestimmtes Integral	102
E 2 Das bestimmte Integral	105
E 2.1 Flächeninhalt unter der Normalparabel	105
E 2.2 Der Begriff bestimmtes Integral	105
E 2.3 Begriffserweiterung und Eigenschaften bestimmter Integrale	105
E 2.4 Mittelwertsatz der Integralrechnung	106
E 3 Beziehung zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral	107
E 3.1 Das bestimmte Integral als Funktion der oberen Integrationsgrenze	107
E 3.2 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	107
E 4 Berechnen bestimmter Integrale; Anwendung zum Ermitteln von Flächeninhalten	108
E 4.1 Berechnen bestimmter Integrale	108
E 4.2 Ermitteln von Flächeninhalten	109

E	Weitere Integrationsmethoden	117
E 5.1	Integration durch lineare Substitution	117
E 5.2	Integration durch nichtlineare Substitution	117
E 5.3	Partielle Integration	118
E 5.4	Integration durch Partialbruchzerlegung	118
E 6	Integration weiterer Funktionen; uneigentliche Integrale	118
E 6.1	Integration trigonometrischer Funktionen	118
E 6.2	Integration von Exponential- und Logarithmusfunktionen	118
F	Weitere Anwendungen von Begriffen, Sätzen und Verfahren der Analysis	
	beim Lösen inner- und außermathematischer Probleme	125
F 1	Beschreiben von Prozessen und Zusammenhängen durch Funktionen	125
F 1.1	Approximation durch Polynomfunktionen	125
F 1.2	Die TAYLORSche Formel für ganzrationale Funktionen	126
F 1.3	Der Satz von TAYLOR	126
F 1.4	Taylorentwicklung einiger nichtrationaler Funktionen	126
F 1.5	Das Verfahren der linearen Regression	128
F 2	Fragen der Näherungsrechnung	129
F 3	Extremwertprobleme	134
F 4	Weitere Anwendungen der Integralrechnung	140
F 4.1	Volumen- und Mantelfläche von Rotationskörpern; Bogenlänge von Kurven	140
F 4.2	Physikalische Probleme	145
F 5	Differentialgleichungen	147
F 5.1	Der Begriff <i>Differentialgleichung</i>	147
F 5.2	Arten von Differentialgleichungen	147
F 5.3	Zum Lösungsverhalten von Differentialgleichungen	147
F 5.4	Geometrische Veranschaulichung von Differentialgleichungen 1. Ordnung	148
F 5.5	Lösungsverfahren für Differentialgleichungen 1. Ordnung	148
F 5.6	Näherungsverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen 1. Ordnung	148
F 5.7	Lösen linearer homogener Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	148
F 5.8	Anwendungen von Differentialgleichungen	149
	<i>Komplexe Aufgaben zu den Kapiteln A bis F</i>	152
G	Analytische Geometrie und lineare Algebra	159
G 1	Vektoren im Anschauungsraum	159
G 1.1	Pfeile und Vektoren	159
G 1.2	Addition und Vervielfachung von Vektoren	159
G 1.3	Vektoren in der Ebene und im Raum: Basis; Komponentenzerlegung	161
G 1.4	Basen und Koordinatensysteme	162
G 1.5	Punkte, Strecken und Dreiecke in einem Koordinatensystem	166
G 1.6	Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit	168
G 1.7	Beweise unter Verwendung von Vektoren	169
G 1.8	Praktische Anwendungen	170
G 2	Geraden in der Ebene und im Raum	174
G 2.1	Punktrichtungsgleichung einer Ebene	174
G 2.2	Zweipunktegleichung einer Geraden	176
G 2.3	Lagebeziehungen von Geraden	180
G 2.4	Schnittpunkt von zwei Geraden	182
G 2.5	Schnittwinkel von zwei Geraden in der Ebene	184
G 3	Lineare Gleichungssysteme	185
G 3.1	Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen; GAUSSches Eliminierungsverfahren	185
G 3.2	Lösbarkeit und Lösungsmenge von Gleichungssystemen	185
G 3.3	Determinanten; Regel von CRAMER	186
G 3.4	Praktische Anwendungen	186
G 4	Ebenen im Raum	188
G 4.1	Parametergleichung einer Ebene	188
G 4.2	Parameterfreie Gleichung einer Ebene	188
G 4.3	Spezielle Ebenen	189
G 4.4	Lagebeziehungen von Gerade und Ebene	190
G 4.5	Lagebeziehungen von zwei Ebenen	192
G 5	Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	193
G 5.1	Struktur der Lösungsmenge eines homogenen linearen Gleichungssystems	193
G 5.2	Lineare Gleichungssysteme in Vektorschreibweise	193
G 5.3	Lösungsmenge eines inhomogenen linearen Gleichungssystems	195
G 5.4	Koeffizientenmatrix; Vektoren und Matrizen	195
G 5.5	Weitere Rechenoperationen mit Matrizen; Rechenregeln	195
G 5.6	Lösen von Anwendungsproblemen	199
G 6	Skalarprodukt von Vektoren	202
G 6.1	Definition und Eigenschaften	202
G 6.2	Anwendungen des Skalarprodukts	203
G 6.3	Abstand eines Punktes von einer Geraden bzw. Ebene; HESSEsche Normalformen	208
G 6.4	Schnittwinkel zweier Ebenen	212

G 7	Kreise und Kugeln	213
G 7.1	Gleichungen von Kreis und Kugel	213
G 7.2	Kreis und Gerade	216
G 7.3	Zwei Kreise	218
G 7.4	Kugel und Gerade	221
G 7.5	Kugel und Ebene	222
G 7.6	Zwei Kugeln	224
G 8	Das Vektorprodukt	224
G 8.1	Definition und Eigenschaften	224
G 8.2	Abstand zweier Geraden	226
G 9	Vektorräume	227
G 9.1	Der Begriff <i>Vektorraum</i>	227
G 9.2	Beispiele für Vektorräume	227
G 9.3	Unterräume und Erzeugendensysteme	227
G 9.4	Basen und Dimension von Unterräumen eines Vektorraums	227
	<i>Komplexe Aufgaben zu Kapitel G</i>	230
H	Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundfragen ihrer Anwendung	249
H 1	Zufallsexperimente	249
H 1.1	Ein- und mehrstufige Zufallsexperimente; Ergebnismengen; Baumdiagramm der Ergebnisse	249
H 1.2	Zufällige Ereignisse; Verknüpfen von Ereignissen	252
H 1.3	Absolute und relative Häufigkeiten; empirisches Gesetz der großen Zahlen	257
H 1.4	Wahrscheinlichkeitsverteilung; KOLMOGOROWSches Axiomensystem, Additionssatz	260
H 1.5	Vier- und Mehrfeldertafeln; Zerlegungen der Ergebnismenge	263
H 2	Gleichverteilung	267
H 2.1	Der Begriff <i>Gleichverteilung</i> (LAPLACE-Experimente)	267
H 2.2	Rechenregel für die Gleichverteilung (LAPLACE-Regel)	268
H 2.3	Verschiedene Modelle für ein und dasselbe Zufallsexperiment	268
H 2.4	Baumdiagramme; Pfadregeln	269
H 2.5	Zählprinzip bei k -Tupeln	273
H 2.6	Zählprinzip bei n -elementigen Mengen	276
H 2.7	Urnenmodelle; Ziehen mit und ohne Zurücklegen; hypergeometrische Verteilung	282
H 2.8	Simulation mithilfe von Zufallszahlen	288
H 3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	290
H 3.1	Der Begriff <i>bedingte Wahrscheinlichkeit</i> ; allgemeiner Multiplikationssatz	290
H 3.2	Satz der totalen Wahrscheinlichkeit	297
H 3.3	BAYESSche Formel	298
H 3.4	Unabhängigkeit von Ereignissen; spezieller Multiplikationssatz	306
H 4	Zufallsgrößen	313
H 4.1	Endliche Zufallsgrößen	313
H 4.2	Erwartungswert	314
H 4.3	Streuung	323
H 5	Binomialverteilung	329
H 5.1	BERNOULLI-Experimente	329
H 5.2	BERNOULLI-Ketten; binomialverteilte Zufallsgröße	330
H 5.3	Tabellierungen zur Binomialverteilung	339
H 5.4	Grafische Veranschaulichung der Binomialverteilung $B_{n; p}$	345
H 5.5	Erwartungswert und Streuung binomialverteilter Zufallsgrößen	347
H 5.6	Simulation von BERNoulli-Ketten mit dem Taschenrechner	353
H 5.7	Grenzwertsatz von DE MOIVRE-LAPLACE zur Binomialverteilung	356
H 5.8	Normalverteilung	363
	<i>Komplexe Aufgaben zu Kapitel H</i>	369
J	Statistik	376
J 1	Testen von Hypothesen – Testverfahren	376
J 1.1	Grundprobleme des Testens von Hypothesen	376
J 1.2	Testen einer unbekannten Wahrscheinlichkeit; Alternativtests	378
J 1.3	Testen einer unbekannten Wahrscheinlichkeit; Signifikanztests	380
J 1.4	Zur Qualität statistischer Tests; Gütfunktion	390
J 2	Anwendungen aus verschiedenen Bereichen	392