

# Inhalt

## Vorwort 7

## Funktionen 9

- 1 Grundbegriffe 9
  - 1.1 Definitionen 9
  - 1.2 Eigenschaften von Funktionen und ihrer Graphen 11
  - 1.3 Verknüpfungen von Funktionen 18
- 2 Form- und Lageänderungen von Funktionsgraphen 19
  - 2.1 Addition einer Konstanten zum Funktionsterm 19
  - 2.2 Addition einer Konstanten zum Argument der Funktion 20
  - 2.3 Multiplikation des Funktionsterms mit einer Konstanten 20
  - 2.4 Multiplikation des Arguments mit einer Konstanten 21
  - 2.5 Betrag und Funktionsterm 22
- 3 Lineare Funktionen 22
  - 3.1 Definition und Eigenschaften 22
  - 3.2 Bestimmung von Geradengleichungen 25
- 4 Die Betragsfunktion 26
- 5 Quadratische Funktionen und Wurzelfunktionen 27
  - 5.1 Die quadratischen Funktionen 27
  - 5.2 Die Wurzelfunktionen 30
- 6 Potenzfunktionen 32
  - 6.1 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten 32
  - 6.2 Potenzfunktionen mit ganzzahligen negativen Exponenten 33
  - 6.3 Allgemeine Wurzelfunktionen 34
  - 6.4 Umkehrbarkeit der Potenzfunktionen  $x \mapsto x^n$  34
  - 6.5 Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten 36
- 7 Polynomfunktionen 37
  - 7.1 Eigenschaften von Polynomfunktionen 38
- 8 Rationale Funktionen 41
  - 8.1 Eigenschaften rationaler Funktionen 41
- 9 Exponential- und Logarithmusfunktionen 44
  - 9.1 Exponentialfunktionen 44

<b>9.2</b>	Logarithmusfunktionen	45
<b>9.3</b>	Zusammenhang zwischen Exponential- und Logarithmusfunktionen	46
<b>10</b>	Trigonometrische Funktionen	47
<b>10.1</b>	Sinus- und Kosinusfunktion	47
<b>10.2</b>	Tangens- und Kotangensfunktion	48
<b>11</b>	Folgen und Reihen	50
<b>11.1</b>	Zahlenfolgen	50
<b>11.2</b>	Arithmetische Zahlenfolgen	50
<b>11.3</b>	Geometrische Zahlenfolgen	51
<b>11.4</b>	Reihen	52

## **Differentialrechnung 54**

<b>1</b>	Grenzwert	54
<b>1.1</b>	Grenzwert einer Folge	54
<b>1.2</b>	Unendliche Reihen	57
<b>1.3</b>	Grenzwert einer Funktion	58
<b>1.4</b>	Grenzwertsätze für Funktionen	62
<b>1.5</b>	Wichtige Grenzwerte von Funktionen	63
<b>2</b>	Stetigkeit	64
<b>2.1</b>	Definitionen	64
<b>2.2</b>	Stetigkeitssätze	66
<b>3</b>	Differenzierbarkeit	68
<b>3.1</b>	Differenzierbarkeit an einer Stelle	68
<b>3.2</b>	Differenzierbarkeit in einem Intervall	70
<b>3.3</b>	Ableitungen höherer Ordnung	71
<b>3.4</b>	Differentiationsregeln	72
<b>3.5</b>	Ableitungen der Grundfunktionen	74
<b>4</b>	Kurvendiskussion	76
<b>4.1</b>	Geometrische Bedeutung der 1. Ableitung	76
<b>4.2</b>	Geometrische Bedeutung der 2. Ableitung	81
<b>4.3</b>	Allgemeines Schema für eine Kurvendiskussion	82
<b>4.4</b>	Beispiel einer Kurvendiskussion	85
<b>5</b>	Polynomfunktionen zu vorgegebenen Bedingungen	87
<b>6</b>	Extremwertaufgaben	89

## **Integralrechnung 92**

<b>1</b>	Das bestimmte Integral	92
<b>1.1</b>	Flächenberechnung mit Obersumme und Untersumme	92
<b>1.2</b>	Definition und Eigenschaften des bestimmten Integrals	95
<b>2</b>	Stammfunktion und Integralfunktion	97
<b>2.1</b>	Definitionen, Beispiele, Sätze	97
<b>2.2</b>	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	98

<b>2.3</b>	Das unbestimmte Integral	99
<b>3</b>	Integrationsverfahren	101
<b>3.1</b>	Integration durch Substitution	101
<b>3.2</b>	Partielle Integration	104
<b>3.3</b>	Integration durch Partialbruchzerlegung	106
<b>4</b>	Uneigentliche Integrale	107
<b>4.1</b>	Integrale mit nicht beschränktem Integrationsbereich	107
<b>4.2</b>	Integrale mit nicht beschränktem Integranden	107
<b>5</b>	Anwendungen	108
<b>5.1</b>	Berechnung von Flächeninhalten	108
<b>5.2</b>	Berechnung von Rauminhalten von Rotationskörpern	110
<b>5.3</b>	Integrale in der Physik	111

## **Lineare Algebra und Analytische Geometrie** 113

<b>1</b>	Lineare Gleichungssysteme	113
<b>1.1</b>	Homogene und inhomogene Gleichungssysteme	113
<b>1.2</b>	Lösungsverfahren	114
<b>1.3</b>	Übersicht über die Anzahl der Lösungen mit Deutungsmöglichkeiten im $\mathbb{R}^2$	119
<b>1.4</b>	Übersicht über die Anzahl der Lösungen mit Deutungsmöglichkeiten im $\mathbb{R}^3$	119
<b>1.5</b>	Determinanten	120
<b>2</b>	Vektoren	121
<b>2.1</b>	Grundbegriffe	121
<b>2.2</b>	Grundlagen des Vektorrechnens	125
<b>2.3</b>	Anwendungen	131
<b>3</b>	Geraden	138
<b>3.1</b>	Darstellungen	138
<b>3.2</b>	Lagebeziehungen	141
<b>3.3</b>	Schnitte von Geraden	147
<b>3.4</b>	Schnittwinkel zwischen Geraden	149
<b>3.5</b>	Abstandsberechnungen bei Geraden	151
<b>4</b>	Ebenen	154
<b>4.1</b>	Darstellungen	154
<b>4.2</b>	Lagebeziehungen	161
<b>4.3</b>	Schnitte mit Ebenen	168
<b>4.4</b>	Schnittwinkel bei Ebenen	175
<b>4.5</b>	Abstandsberechnungen bei Ebenen	177
<b>5</b>	Kreise und Kugeln	178
<b>5.1</b>	Kreis- und Kugelgleichungen	178
<b>5.2</b>	Lagebeziehungen von Kreis und Kugel	180

<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</b>	<b>183</b>
<b>1</b>	<b>Beschreibende Statistik 183</b>
<b>1.1</b>	<b>Merkmale und Skalen 183</b>
<b>1.2</b>	<b>Aufbereitung von Stichprobenwerten 184</b>
<b>1.3</b>	<b>Graphische Darstellungen 186</b>
<b>1.4</b>	<b>Lage- und Streuungsmaße 186</b>
<b>2</b>	<b>Wahrscheinlichkeit 189</b>
<b>2.1</b>	<b>Zufallsexperimente 189</b>
<b>2.2</b>	<b>Ereignisse 191</b>
<b>2.3</b>	<b>Verknüpfung von Ereignissen 192</b>
<b>2.4</b>	<b>Häufigkeiten von Ereignissen 193</b>
<b>2.5</b>	<b>Die Axiome von Kolmogorow 194</b>
<b>2.6</b>	<b>Laplace-Wahrscheinlichkeit 194</b>
<b>3</b>	<b>Berechnung von Wahrscheinlichkeiten 195</b>
<b>3.1</b>	<b>Kombinatorische Hilfsmittel 195</b>
<b>3.2</b>	<b>Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten 198</b>
<b>3.3</b>	<b>Wahrscheinlichkeiten mehrstufiger Zufallsexperimente 199</b>
<b>3.4</b>	<b>Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten 200</b>
<b>3.5</b>	<b>Urnenmodelle 201</b>
<b>3.6</b>	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeit 203</b>
<b>3.7</b>	<b>Unabhängigkeit 205</b>
<b>4</b>	<b>Zufallsgrößen 206</b>
<b>4.1</b>	<b>Grundbegriffe 206</b>
<b>4.2</b>	<b>Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung 207</b>
<b>4.3</b>	<b>Ungleichungen von Tschebyschew 209</b>
<b>5</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsverteilungen 209</b>
<b>5.1</b>	<b>Bernoulli-Kette 210</b>
<b>5.2</b>	<b>Binomialverteilung 212</b>
<b>5.3</b>	<b>Hypergeometrische Verteilung 213</b>
<b>5.4</b>	<b>Poissonverteilung 214</b>
<b>5.5</b>	<b>Normalverteilung 214</b>
<b>6</b>	<b>Beurteilende Statistik 217</b>
<b>6.1</b>	<b>Parameterschätzung 217</b>
<b>6.2</b>	<b>Alternativtest 219</b>
<b>6.3</b>	<b>Signifikanztest 223</b>

<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>227</b>
-----------------------------	------------