

Inhaltsverzeichnis

Teil 1

1	Einiges über Logik	1
1.1	Aussagenlogik (Junktorenlogik)	2
1.2	Quantoren	8
1.3	Mengen	13
2	Relationen - Abbildungen	19
2.1	Geordnete Paare und Relationen	19
2.2	Ordnungsrelationen	21
2.3	Äquivalenzrelationen	23
2.4	Abbildungen	26
3	Zahlen	29
3.1	Die reellen Zahlen	29
3.2	Die stufenweise Zahlenbereichserweiterung $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$, eine Skizze	40
3.3	Betrags- und Signums-Funktion	47
3.4	Folgen, Rekursion und Induktion	50
4	Der Grenzwertbegriff	61
4.1	Funktionen	61
4.2	Grenzwert bei Funktionen	66
4.3	Stetigkeit bei Funktionen	77
4.4	Eigenschaften stetiger Funktionen	86
4.5	Reelle und komplexe Zahlenfolgen	99
4.6	Reihen	119
4.7	Potenzreihen	140
5	Differentiation	149
5.1	Differenzierbarkeit	149
5.2	Differentiation von Potenzreihen – Exponentialfunktion	158
5.3	Mittelwertsätze – Monotonie – Extrema – Umkehrfunktionen	167
5.4	Logarithmus und allgemeine Potenz	184

X Inhaltsverzeichnis

5.5	Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	188
5.6	Taylor-Polynome und Taylor-Reihen	212
6	Integration	227
6.1	Definition des Integrals	227
6.2	Eigenschaften des Integrals	236
6.3	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	249
6.4	Explizit berechenbare Integrale – Integrationsmethoden	259
6.5	Integration rationaler Funktionen	264
6.6	Integrale, die sich auf Integrale rationaler Funktionen zurückführen lassen	276
6.7	Inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	282
6.8	Uneigentliche Integrale	288
7	Limesvertauschungen	308
7.1	Gleichmäßige Konvergenz	316
7.2	Stetigkeit und Differenzierbarkeit von Grenzfunktionen	325
7.3	Vertauschungen von limes und Integral	332

Lineare Algebra

8	Lineare Räume	343
8.1	Zur Definition von linearen Räumen	343
8.2	Skalarprodukt und Norm	349
8.3	Lineare Unabhängigkeit – Dimension – Basis	357
8.4	Teilräume – Summen, direkte Summen von Teilräumen	373
8.5	Bemerkungen über „Vektoren“ in der klassischen Physik	384
9	Affine Teilräume	386
9.1	Affine Teilräume eines linearen Raumes	386
9.2	Hyperebenen in euklidischen und unitären Räumen – Normalendarstellung . .	392
10	Lineare Abbildungen und Matrizen	397
10.1	Definition und Beispiele linearer Abbildungen	397
10.2	Wertebereich, Nullraum und Invertierbarkeit linearer Abbildungen	400
10.3	Matrizen – Matrixdarstellung linearer Abbildungen	408
10.4	Adjungierte und inverse Abbildungen und Matrizen	423

11 Determinanten	439
11.1 Vektorprodukt und Spatprodukt im \mathbb{V}^3	439
11.2 Existenz und Eindeutigkeit der Determinante	445
12 Lineare Gleichungssysteme	467
12.1 Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen	467
12.2 Lineare Gleichungssysteme mit quadratischer Koeffizientenmatrix	474
12.3 Lösen beliebiger linearer $m \times n$ -Gleichungssysteme	476
13 Transformation von Koordinaten und Matrixdarstellung linearer Abbildungen	485
13.1 Transformation von Koordinaten bei Basiswechsel	485
13.2 Transformation von Matrixdarstellungen linearer Abbildungen bei Basiswechsel	490
13.3 Orthogonale Transformationen – unitäre Abbildungen	496
14 Dualräume – Multilinearformen – Tensoren	500
14.1 Dualräume	500
14.2 Multilinearformen und Tensoren – eine Skizze	504
14.3 Beispiele zur Tensorrechnung (<i>von Joachim Asch</i>)	512
15 Eigenwerte linearer Abbildungen und Matrizen	520
15.1 Eigenwerte – Eigenvektoren – Charakteristisches Polynom	520
15.2 Eigenwerte und Eigenräume symmetrischer Abbildungen	528
Kleines Lexikon mathematischer Grundvokablen	548
Hinweise zu den Aufgaben	550
Literatur	565
Symboliste	567
Index	569

Teil 2

16 Abbildungen aus dem \mathbb{R}^m in den \mathbb{R}^n	583
17 Differentiation bei Abbildungen aus \mathbb{R}^m nach \mathbb{R}^n	612
18 Kurvenintegrale	689
19 Integration im \mathbb{R}^m	748
20 Oberflächenintegrale	835
21 Integralsätze	862
22 Funktionentheorie	906
23 Gewöhnliche Differentialgleichungen: Lösungen und Lösungsmethoden bei speziellen Typen	981
24 Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von Anfangswertproblemen	1014
25 Lineare Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung	1039
26 (Prä-) Hilbert-Räume – Weierstraß'scher Approximationssatz – Fourier-Reihen und Fourier-Transformation	1072
27 Lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung	1143
Hinweise zu den Aufgaben	1213
Literatur	1227
Symboliste	1229
Index	1231