

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Vektorrechnung</b>                                              | <b>1</b>  |
| 1.1      | Begriffe und Schreibweisen . . . . .                               | 2         |
| 1.2      | Rechnen mit Vektoren . . . . .                                     | 5         |
| 1.3      | Skalarprodukt und einige Anwendungen . . . . .                     | 8         |
| 1.4      | Lineare Unabhängigkeit . . . . .                                   | 10        |
| 1.5      | Vektorprodukt . . . . .                                            | 17        |
| 1.6      | Vektordarstellung einer Geraden . . . . .                          | 21        |
| 1.6.1    | Darstellungsformen . . . . .                                       | 21        |
| 1.6.2    | Abstand eines Punktes von einer Geraden . . . . .                  | 25        |
| 1.6.3    | Abstand zweier Geraden . . . . .                                   | 28        |
| 1.6.4    | Schnittpunkt zweier Geraden . . . . .                              | 29        |
| 1.6.5    | Schnittwinkel zweier Geraden . . . . .                             | 31        |
| 1.7      | Vektordarstellung einer Ebene . . . . .                            | 33        |
| 1.7.1    | Darstellungsformen . . . . .                                       | 33        |
| 1.7.2    | Abstand eines Punktes und einer Geraden von einer Ebene . . . . .  | 40        |
| 1.7.3    | Schnittpunkt und Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene . . . . . | 43        |
| 1.7.4    | Abstand zweier Ebenen . . . . .                                    | 45        |
| 1.7.5    | Schnittgerade und Schnittwinkel zweier Ebenen . . . . .            | 46        |
| 1.8      | Übungsaufgaben . . . . .                                           | 50        |
| <b>2</b> | <b>Differentialrechnung</b>                                        | <b>55</b> |
| 2.1      | Grenzwert einer Funktion und Stetigkeit . . . . .                  | 55        |
| 2.2      | Differenzierbarkeit und Ableitungen . . . . .                      | 65        |

|          |                                                                |            |
|----------|----------------------------------------------------------------|------------|
| 2.3      | Numerische Nullstellen-Bestimmung . . . . .                    | 77         |
| 2.3.1    | Intervallhalbierung . . . . .                                  | 77         |
| 2.3.2    | Vereinfachtes Newton-Verfahren . . . . .                       | 79         |
| 2.3.3    | Regula Falsi (Sekantenverfahren) . . . . .                     | 80         |
| 2.3.4    | Newton-Verfahren (Tangentenverfahren) . . . . .                | 82         |
| 2.4      | Unbestimmte Ausdrücke . . . . .                                | 83         |
| 2.5      | Elastizitäten . . . . .                                        | 85         |
| 2.6      | Übungsaufgaben . . . . .                                       | 88         |
| <b>3</b> | <b>Integralrechnung</b>                                        | <b>91</b>  |
| 3.1      | Stammfunktion und unbestimmtes Integral . . . . .              | 91         |
| 3.2      | Bestimmtes Integral . . . . .                                  | 98         |
| 3.3      | Partialbruchzerlegung . . . . .                                | 107        |
| 3.3.1    | 1. Fall: Nur reelle Nullstellen des Nenners . . . . .          | 108        |
| 3.3.2    | 2. Fall: Nur komplexe Nullstellen des Nenners . . . . .        | 110        |
| 3.3.3    | 3. Fall: Reelle und komplexe Nullstellen des Nenners . . . . . | 111        |
| 3.3.4    | Integration der Partialbrüche . . . . .                        | 112        |
| 3.4      | Rotationskörper . . . . .                                      | 114        |
| 3.5      | Numerische Integration . . . . .                               | 116        |
| 3.5.1    | Sehnentrapezformel . . . . .                                   | 116        |
| 3.5.2    | Rechteckformel oder Tangententrapezformel . . . . .            | 117        |
| 3.5.3    | Simpson-Formel oder Keplersche Fassregel . . . . .             | 118        |
| 3.5.4    | Weitere Quadraturformeln . . . . .                             | 118        |
| 3.6      | Übungsaufgaben . . . . .                                       | 119        |
| <b>4</b> | <b>Grundlagen der komplexen Zahlen</b>                         | <b>123</b> |
| 4.1      | Komplexe Zahlen und ihre Darstellungen . . . . .               | 123        |
| 4.2      | Rechenregeln für komplexe Zahlen . . . . .                     | 128        |
| 4.2.1    | Grundrechenarten . . . . .                                     | 128        |
| 4.2.2    | Potenzieren und Radizieren . . . . .                           | 131        |
| 4.2.3    | Exponentialfunktion und Logarithmus . . . . .                  | 133        |
| 4.2.4    | Nullstellen von Polynomen . . . . .                            | 134        |
| 4.3      | Übungsaufgaben . . . . .                                       | 135        |

---

|          |                                                      |            |
|----------|------------------------------------------------------|------------|
| <b>5</b> | <b>Matrizen- und Determinantenrechnung</b>           | <b>137</b> |
| 5.1      | Matrizenarten und Rechenregeln . . . . .             | 138        |
| 5.2      | Quadratische Form und Definitheit . . . . .          | 146        |
| 5.3      | Elementare Matrizenoperationen . . . . .             | 148        |
| 5.4      | Funktionen einer Matrix . . . . .                    | 150        |
| 5.4.1    | Spur einer quadratischen Matrix . . . . .            | 150        |
| 5.4.2    | Rang einer Matrix . . . . .                          | 151        |
| 5.4.3    | Determinante einer quadratischen Matrix . . . . .    | 152        |
| 5.4.4    | Anwendungen der Determinante . . . . .               | 157        |
| 5.5      | Inverse und Pseudoinverse . . . . .                  | 159        |
| 5.5.1    | Inverse einer regulären Matrix . . . . .             | 159        |
| 5.5.2    | Pseudoinverse einer beliebigen Matrix . . . . .      | 162        |
| 5.6      | Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .               | 165        |
| 5.7      | Anwendungen von Eigenwerten . . . . .                | 168        |
| 5.7.1    | Gleichmäßiges Wachstum abhängiger Merkmale . . . . . | 168        |
| 5.7.2    | Wanderungsbewegungen . . . . .                       | 169        |
| 5.8      | Dekompositionen . . . . .                            | 171        |
| 5.8.1    | Spektralzerlegung . . . . .                          | 171        |
| 5.8.2    | Cholesky-Zerlegung . . . . .                         | 172        |
| 5.9      | Übungsaufgaben . . . . .                             | 174        |
| <b>6</b> | <b>Folgen und Reihen</b>                             | <b>177</b> |
| 6.1      | Arithmetische Folgen . . . . .                       | 177        |
| 6.2      | Interpolationspolynom von Lagrange . . . . .         | 181        |
| 6.3      | Geometrische Folgen . . . . .                        | 183        |
| 6.4      | Fibonacci-Folge . . . . .                            | 185        |
| 6.5      | Eigenschaften von Folgen . . . . .                   | 185        |
| 6.5.1    | Beschränkte Folgen . . . . .                         | 185        |
| 6.5.2    | Monotone und alternierende Folgen . . . . .          | 186        |
| 6.5.3    | Konvergente Folgen . . . . .                         | 187        |
| 6.6      | Reihen und arithmetische Reihen . . . . .            | 191        |

|          |                                                       |            |
|----------|-------------------------------------------------------|------------|
| 6.7      | Geometrische Reihen . . . . .                         | 195        |
| 6.8      | Finanzmathematische Anwendungen . . . . .             | 197        |
| 6.8.1    | Zinsrechnung . . . . .                                | 197        |
| 6.8.2    | Rentenrechnung . . . . .                              | 200        |
| 6.8.3    | Tilgungsrechnung . . . . .                            | 201        |
| 6.9      | Konvergenzkriterien für Reihen . . . . .              | 206        |
| 6.10     | Funktionenreihen . . . . .                            | 211        |
| 6.11     | Übungsaufgaben . . . . .                              | 215        |
| <b>7</b> | <b>Trigonometrische und Hyperbelfunktionen</b>        | <b>217</b> |
| 7.1      | Trigonometrische Funktionen . . . . .                 | 217        |
| 7.2      | Trigonometrische Umkehrfunktionen . . . . .           | 227        |
| 7.3      | Hyperbelfunktionen . . . . .                          | 230        |
| 7.4      | Areafunktionen . . . . .                              | 234        |
| 7.5      | Übungsaufgaben . . . . .                              | 236        |
| <b>8</b> | <b>Funktionen mehrerer Variablen</b>                  | <b>237</b> |
| 8.1      | Darstellungen und einfache Eigenschaften . . . . .    | 238        |
| 8.2      | Grenzwerte, Stetigkeit, Differenzierbarkeit . . . . . | 242        |
| 8.3      | Optimierung . . . . .                                 | 247        |
| 8.4      | Integralrechnung . . . . .                            | 253        |
| 8.4.1    | Leibniz-Regel . . . . .                               | 253        |
| 8.4.2    | Doppelintegrale . . . . .                             | 253        |
| 8.4.3    | Dreifachintegrale und Koordinatensysteme . . . . .    | 257        |
| 8.5      | Übungsaufgaben . . . . .                              | 266        |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>                           | <b>269</b> |
|          | <b>Stichwortverzeichnis</b>                           | <b>271</b> |