

# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis  
Griechisches Alphabet

|           |   |    |
|-----------|---|----|
| <b>1.</b> | <b>Grundlagen</b>   | 1  |
| 1.1       | Mengen und Elemente                                       | 1  |
| 1.2       | Aufbau der Zahlenmengen                                   | 4  |
| 1.3       | Aussagenlogik   | 10 |
| 1.3.1     | Aussagen und Aussageformen                                | 10 |
| 1.3.2     | Operationen mit Aussagen                                  | 13 |
| 1.3.3     | Implikation und Äquivalenz                                | 16 |
| 1.3.4     | Gesetze der Aussagenlogik                                 | 18 |
| 1.3.5     | Der Mathematische Beweis                                  | 20 |
| 1.4       | Mengenverknüpfungen                                       | 24 |
| 1.5       | Beschränkte und unbeschränkte Teilmengen von $\mathbb{R}$ | 32 |
| 1.6       | Das Rechnen mit Ungleichungen                             | 35 |
| 1.7       | Der absolute Betrag                                       | 38 |
| 1.8       | Folgen und Reihen   | 41 |
| 1.9       | Das Summenzeichen   | 44 |
| 1.10      | Das Produktzeichen  | 51 |
| 1.11      | Binomialkoeffizient, binomische Reihe                     | 56 |
| 1.12      | Aufgaben  | 60 |
| <b>2.</b> | <b>Kombinatorik</b>                                       | 63 |
| 2.1       | Permutationen   | 64 |
| 2.2       | Variationen und Kombinationen ohne Wiederholung           | 68 |
| 2.3       | Variationen und Kombinationen mit Wiederholung            | 70 |
| 2.4       | Binomialverteilung und Hypergeometrische Verteilung       | 73 |
| 2.5       | Aufgaben  | 75 |

|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| <b>3.</b> | <b>Zins- und Rentenrechnung</b>   | 77  |
| 3.1       | Einfache Verzinsung   | 78  |
| 3.2       | Verzinsung mit Zinseszinsen   | 79  |
| 3.3       | Effektiver Zinssatz bei unterjähriger Verzinsung  | 81  |
| 3.4       | Rentenrechnung  | 82  |
| 3.4.1     | Nachschüssige Rente   | 83  |
| 3.4.2     | Vorschüssige Rente  | 87  |
| 3.4.3     | Tilgung durch gleichbleibende Annuitäten  | 90  |
| 3.4.4     | Effektivverzinsung einer Annuitätenschuld   | 93  |
| 3.5       | Aufgaben  | 98  |
| <b>4.</b> | <b>Funktion</b>   | 101 |
| 4.1       | Geordnete Paare, Tupel, Produktmengen   | 102 |
| 4.2       | Relationen  | 108 |
| 4.3       | Abbildungen, Funktionen   | 110 |
| 4.3.1     | Definitionen  | 110 |
| 4.3.2     | Graphische Darstellung reellwertiger Funktionen   | 111 |
| 4.3.3     | Eigenschaften von Funktionen  | 116 |
| 4.4       | Spezielle Eigenschaften reellwertiger Funktionen<br>einer reellen Variablen $f: D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}$ | 122 |
| 4.5       | Elementare reelle Funktionen  | 130 |
| 4.5.1     | Ganze rationale Funktionen (Polynome)   | 130 |
| 4.5.2     | Gebrochene rationale Funktionen   | 142 |
| 4.5.3     | Algebraische Funktionen   | 147 |
| 4.5.4     | Trigonometrische Funktionen   | 148 |
| 4.5.5     | Exponential- und Logarithmusfunktionen  | 151 |
| 4.6       | Zur empirischen Ermittlung von Funktionen   | 155 |
| 4.7       | Aufgaben  | 157 |

|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| <b>5.</b> | <b>Grenzwerte und Stetigkeit</b>  | 160 |
| 5.1       | Grenzwert einer unendlichen Folge   | 162 |
| 5.2       | Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow +\infty$ bzw. $x \rightarrow -\infty$ | 169 |
| 5.3       | Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow x_0$                                  | 172 |
| 5.4       | Stetigkeit  | 182 |
| 5.5       | Eigenschaften stetiger Funktionen   | 186 |
| 5.6       | Asymptote   | 189 |
| 5.7       | Aufgaben  | 191 |
| <b>6.</b> | <b>Differentialrechnung</b>   | 193 |
| 6.1       | Begriff und Bedeutung des Differentialquotienten                                  | 193 |
| 6.2       | Differentiationsregeln  | 201 |
| 6.3       | Ableitung transzendornter Funktionen  | 206 |
| 6.4       | Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung                                       | 210 |
| 6.5       | Anwendungen der Differentialrechnung  | 217 |
| 6.6       | Approximation von Funktionen  | 228 |
| 6.7       | Die Regel von DE L'HOSPITAL   | 233 |
| 6.8       | Aufgaben  | 236 |
| <b>7.</b> | <b>Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen</b>                             | 239 |
| 7.1       | Geometrische Darstellung einer Funktion $z = f(x, y)$                             | 240 |
| 7.2       | Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion $z = f(x, y)$                             | 247 |
| 7.3       | Partielle Ableitungen   | 249 |
| 7.4       | Tangentialfläche und totales Differential   | 252 |
| 7.5       | Differentiation parameterabhängiger Funktionen<br>(Kettenregel)                   | 256 |
| 7.6       | Partielle Ableitungen zweiter und höherer Ordnung                                 | 258 |
| 7.7       | Implizite Funktionen  | 260 |
| 7.8       | Relative Extrema  | 266 |
| 7.9       | Lineare Regression  | 271 |
| 7.10      | Relative Extrema unter Nebenbedingungen   | 274 |
| 7.11      | Homogene Funktionen   | 282 |
| 7.12      | Aufgaben  | 283 |

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| <b>8.</b> | <b>Integralrechnung</b>  | 285 |
| 8.1       | Das bestimmte Integral   | 285 |
| 8.2       | Das unbestimmte Integral   | 293 |
| 8.3       | Integrationstabellen   | 298 |
| 8.4       | Integrationsregeln   | 299 |
| 8.4.1     | Die Methode der partiellen Integration                             | 299 |
| 8.4.2     | Die Methode der Substitution der Variablen                         | 300 |
| 8.4.3     | Die Integration rationaler Funktionen                              | 304 |
| 8.5       | Anwendung bestimmter Integrale                                     | 312 |
| 8.5.1     | Fläche zwischen dem Graph einer Funktion $f(x)$ und der $x$ -Achse | 312 |
| 8.5.2     | Fläche zwischen zwei Kurven  | 313 |
| 8.5.3     | Volumenberechnung aus der Querschnittsfläche                       | 314 |
| 8.5.4     | Volumen eines Rotationskörpers                                     | 316 |
| 8.6       | Uneigentliche Integrale  | 319 |
| 8.6.1     | Unendliche Integrationsintervalle                                  | 319 |
| 8.6.2     | Integration von nicht beschränkten Funktionen                      | 322 |
| 8.7       | Doppelintegrale  | 324 |
| 8.8       | Das STIELTJESSche Integral   | 328 |
| 8.9       | Aufgaben   | 331 |
|           | <b>Lösungen zu den Übungsaufgaben</b>                              | 333 |
|           | <b>Ausgewählte Literatur</b>                                       | 353 |
|           | <b>Rentenbarwertfaktoren</b>                                       | 355 |
|           | <b>Sachverzeichnis</b>   | 356 |