

# Variables

## 1. Variables globales, variables locales

1.1 Variable globale .....	63
1.2 Propriétés globales .....	64
1.3 Variable locale .....	66
1.4 Variable dépendant de l'environnement .....	67
1.5 Conclusion .....	68

## 2. Entier, rationnel, flottant & complexe

2.1 Entiers rationnels et valeurs approchées .....	70
2.2 Nombres complexes .....	73

## 3. Types et Têtes

3.1 Types sous-jacents .....	74
3.2 Fonctions caractéristiques d'ensemble .....	76

## 4. Chaînes de caractères

4.1 Interactions avec les systèmes d'exploitation .....	78
4.2 Crédit de symboles .....	78
4.3 Messages .....	80
4.4 Conclusion .....	81

## 5. Listes

5.1 Génération de listes par l'utilisateur .....	81
5.2 Manipulation de listes .....	84
5.3 Opérations élémentaires sur les listes .....	92
5.4 Opérations plus sophistiquées .....	95

## Introductions

### Préface

1.	À propos de ce livre . . . . .	1
1.1	Objectifs, état d'esprit . . . . .	2
1.2	Contenu et structure, contraintes . . . . .	3
1.3	Faits et Preuves . . . . .	8
1.4	Réalisation technique . . . . .	8
1.5	Conventions . . . . .	8
2.	Mathematica et les autres . . . . .	9
2.1	Pascal & langages procéduraux . . . . .	10
2.2	Lisp, Schème & langages applicatifs typés . . . . .	10
2.3	Maple . . . . .	13
3.	Remerciements . . . . .	13

### Les incontournables

	Introduction . . . . .	17
1.	Manipulation directe: version 2 & 3 . . . . .	18
2.	Le dialogue . . . . .	24
2.1	La boucle d'interrogation . . . . .	24
2.2	Liaisons, environnement. Trace . . . . .	26
3.	Informations et aide . . . . .	27
3.1	Browser . . . . .	27
3.2	L'information directe . . . . .	28
4.	Création: nouveaux symboles & définitions de nouvelles fonctions . . . . .	29
5.	Méthodes de travail . . . . .	31
6.	L'indispensable syntaxe . . . . .	34
6.1	Délimiteurs espace “,” et “;” . . . . .	34
6.2	Délimiteurs (), {}, [] . . . . .	35
6.3	Passage à la ligne et évaluation . . . . .	35
7.	Structures manipulées et syntaxe associée . . . . .	36
8.	Majuscules, minuscules & conventions de notations . . . . .	38
9.	Messages d'erreur . . . . .	38
9.1	La structure des messages . . . . .	38
9.2	Quelques erreurs délibérées . . . . .	39
10.	Contrôle et interruptions . . . . .	42

**Partie I: Regard informatique, sous-ensemble du langage à connaître****Fonctions - I**

Introduction . . . . .	45
1. Primitives, application, retour et composée . . . . .	46
2. Définition et application de fonctions utilisateurs . . . . .	47
2.1 Exemples de définitions . . . . .	47
2.2 Exemples d'application ou d'utilisation . . . . .	48
2.3 Remarques . . . . .	49
2.4 De la définition à l'application: concepts, vocabulaire et fonctionnement . . . . .	60
3. Un peu de ménage . . . . .	66
4. Conclusion . . . . .	67

**Variables**

Introduction . . . . .	69
1. Variables globales, variables locales . . . . .	69
1.1 Variable globale . . . . .	71
1.2 Propriétés globales . . . . .	72
1.3 Variable locale . . . . .	74
1.4 Variable dépendant de l'environnement . . . . .	75
1.5 Conclusion . . . . .	76
2. Entier, rationnel, flottant & complexe . . . . .	77
2.1 Entiers rationnels et valeurs approchées . . . . .	77
2.2 Nombres complexes . . . . .	81
3. Types et Têtes . . . . .	82
3.1 Types sous-jacents . . . . .	82
3.2 Fonctions caractéristiques d'ensemble . . . . .	84
4. Chaînes de caractères . . . . .	85
4.1 Interactions avec les systèmes d'exploitation . . . . .	85
4.2 Création de symboles . . . . .	86
4.3 Messages . . . . .	88
4.4 Conclusion . . . . .	88
5. Listes . . . . .	89
5.1 Génération de listes par l'utilisateur . . . . .	89
5.2 Manipulation de listes . . . . .	92
5.3 Opérations élémentaires sur les listes . . . . .	100
5.4 Opérations plus sophistiquées . . . . .	103

6.	Tableaux . . . . .	105
6.1	Définitions et exemples . . . . .	105
6.2	Autres points de vue informatiques . . . . .	106
6.3	Concepts mathématiques les plus proches . . . . .	107
6.4	Primitives <b>Table</b> et <b>Array</b> . . . . .	108
6.5	Sens naïf du terme tableau, décor . . . . .	110
6.6	Accès aux éléments d'un tableau . . . . .	110
6.7	Remarques . . . . .	111
7.	Ensembles . . . . .	113
7.1	Représentation et opérations primitives . . . . .	113
7.2	Exemples . . . . .	113
8.	Intervalles . . . . .	115
8.1	Représentation et opérations primitives . . . . .	115
8.2	Exemples . . . . .	115
9.	Expressions algébriques . . . . .	115
9.1	Point de vue mathématique . . . . .	115
9.2	Point de vue informatique . . . . .	116

### Opérateurs: comparaison et logique

1.	Égalité . . . . .	119
2.	Équations et systèmes d'équations (==) . . . . .	119
3.	Comparaison . . . . .	120
3.1	Comparaison de deux expressions . . . . .	120
3.2	Relation d'ordre . . . . .	124
4.	Connecteurs logiques . . . . .	124

### Structures de contrôle

1.	Structures conditionnelles . . . . .	127
1.1	<b>Switch</b> . . . . .	127
1.2	<b>Which</b> . . . . .	129
1.3	<b>If</b> . . . . .	130
2.	Structures itératives . . . . .	131
	Introduction . . . . .	131
2.1	La boucle conditionnelle <b>While</b> . . . . .	132
2.2	La boucle non conditionnelle <b>For</b> . . . . .	133
2.3	La boucle non conditionnelle <b>Do</b> . . . . .	135
2.4	Tests comparatifs de ces différentes boucles . . . . .	136

**Fonctions-II**

Introduction . . . . .	137
1. Attributs . . . . .	138
2. La fonctionnelle <b>Map</b> . . . . .	144
3. Lambda-fonctions . . . . .	147
4. La fonctionnelle <b>MapThread</b> . . . . .	149
5. Fonctionnelle <b>Select</b> et données incomplètes . . . . .	150
6. Fonctions récursives . . . . .	151
7. Programmation modulaire . . . . .	153
7.1 Analyse du problème . . . . .	154
7.2 Programme . . . . .	154
7.3 Exécutions . . . . .	156
8. Lecture de données? No problem . . . . .	159
8.1 Lecture d'un fichier de nom <b>Data</b> . . . . .	160
8.2 Quelques exemples de données lues . . . . .	160
Conclusion . . . . .	165

**Partie II: Regard mathématique, fonctionnalités****Graphiques**

1. Introduction . . . . .	169
2. Représentation des fonctions . . . . .	172
2.1 <b>Plot</b> , <b>Plot</b> et <b>Plot...</b> pour apprendre à naviguer sans trop risquer . . . . .	172
2.2 Les options de <b>Plot</b> . . . . .	179
2.3 Exemples de tracé & explications . . . . .	179
2.4 Décor et directives locales de tracé . . . . .	187
3. Des “anomalies” aux problèmes . . . . .	189
Introduction . . . . .	189
3.1 Oscillations rapprochées . . . . .	190
3.2 Famille de courbes paramétriques . . . . .	195
3.3 Fonctions discontinues . . . . .	199
3.4 Tracés à l’aveuglette, erreurs . . . . .	201
3.5 Le beurre et l’argent du beurre . . . . .	203
4. Fonctions implicites et courbes paramétriques . . . . .	209
4.1 En explicitant la fonction sous-jacente . . . . .	209
4.2 Par une représentation paramétrique . . . . .	211
4.3 En utilisant l’équation implicite . . . . .	211

4.4	En utilisant une primitive . . . . .	212
5.	Figures géométriques . . . . .	209
	Introduction . . . . .	212
	Souris et coordonnées de points du plan . . . . .	213
6.	Données statistiques . . . . .	215

## Calculs usuels

1.	Calculs exacts dans $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$ . . . . .	217
	Introduction . . . . .	217
1.1	Pratiques dangereuses . . . . .	219
1.2	<i>Mathematica</i> est lent ? Il est sans doute mal manipulé . . . . .	224
1.3	Calculatrices & petits services <i>VERSUS Mathematica</i> ?	227
1.4	Expressions à coefficients irrationnels (divertissement autour de Fibonacci) . . . . .	228
1.5	Les limitations du système . . . . .	233
2.	Calculs approchés dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ . . . . .	235
2.1	Vision approchée des nombres de Fibonacci . . . . .	235
2.2	Pour découvrir les petits points . . . . .	236
2.3	Conclusion . . . . .	240
2.4	Des petits points à la découverte des formules-clef	243
3.	Opérateurs, fonctions & constantes mathématiques . . . . .	247
3.1	Relation d'ordre . . . . .	247
3.2	Valeur absolue, module . . . . .	251

## Manipulations algébriques: polynômes et fractions rationnelles

	Introduction . . . . .	255
1.	Développement et factorisation de polynômes . . . . .	256
1.1	Développement . . . . .	256
1.2	Factorisation . . . . .	257
2.	Réduction de fractions au même dénominateur & somme .	257
3.	Regroupement de termes . . . . .	258
4.	Décomposition en éléments simples . . . . .	259
4.1	Directement . . . . .	259
4.2	À la main machinal . . . . .	260
5.	Manipulations enchaînées . . . . .	262
6.	Expressions paramétriques . . . . .	263
7.	Polynômes à coefficients complexes . . . . .	268

**Trigonométrie**

1.	Formules classiques de trigonométrie . . . . .	271
1.1	Primitives <i>Expand</i> , <i>Simplify</i> & option <i>Trig</i> . . . . .	271
1.2	À la main machinal: application de règles de réécriture . . . . .	272
1.3	Chargement du package de trigonométrie . . . . .	272
2.	Exemples de manipulations plus complexes . . . . .	273

**Dérivées**

1.	Dérivées des fonctions d'une variable . . . . .	285
1.1	Dérivée première . . . . .	285
1.2	Dérivées successives . . . . .	287
1.3	Dérivées d'ordre n & relations de récurrence . . . . .	288
2.	Dérivées des fonctions de plusieurs variables . . . . .	297
2.1	Dérivée partielles et équations aux dérivées partielles . . . . .	297
2.2	Jacobienne et Jacobien . . . . .	299

**Développements limités et asymptotiques**

	Introduction . . . . .	301
1.	Développements limités élémentaires . . . . .	301
1.1	Résultats directs . . . . .	301
1.2	À la main machinal: division par puissances croissantes . . . . .	306
2.	Développements limités de composées . . . . .	309
2.1	Résultats directs . . . . .	309
2.2	À la main machinal: substitutions . . . . .	310
3.	Développements limités moins simples . . . . .	311
4.	Représentations des parties régulières . . . . .	313
4.1	Parties régulières successives et engrangement des résultats . . . . .	314
4.2	Comparaison . . . . .	323
5.	Précision des branches infinies de courbes . . . . .	328

**Calculs de limites**

	Introduction . . . . .	331
1.	Limites toutes simples . . . . .	331
2.	Limites moins simples pour un humain . . . . .	333
3.	Limites moins simples pour <i>Mathematica</i> . . . . .	334

4.	Limites plus récalcitrantes . . . . .	335
4.1	Avant chargement du package . . . . .	336
4.2	Accès au package et chargement . . . . .	336
4.3	Après chargement du package . . . . .	339
5.	Limites dépendant d'un paramètre . . . . .	341

## Suites et séries

	Introduction . . . . .	343
1.	Termes d'une suite numérique; plusieurs approches . . . . .	343
1.1	Sans mémorisation, calcul des termes un à un . . . . .	344
1.2	Avec mémorisation. On nomme le processus . . . . .	345
1.3	Représentation graphique . . . . .	347
2.	Convergence de suites de fonctions . . . . .	349
	Introduction . . . . .	349
2.1	Sans nom, suite de fonctions indexées par un paramètre . . . . .	350
2.2	Sans nom, fonction à deux variables . . . . .	352
2.3	Sans nom, suite de fonctions de deux variables . . . . .	352
2.4	Définie comme une fonction simple de deux variables . . . . .	353
2.5	Définie comme une fonction polymorphe de deux variables . . . . .	354
2.6	Définie comme une suite de fonctions d'une variable indexées par une autre variable . . . . .	355
2.7	Valeurs différentes suivant la variable et le paramètre . . . . .	355
2.8	Ne pas négliger les messages d'erreur . . . . .	357
3.	Termes d'une série numérique . . . . .	358
4.	Somme d'une série . . . . .	361

## Calcul matriciel élémentaire

1.	Opérations élémentaires . . . . .	363
2.	Inverse de matrices et pratiques numériques . . . . .	365
2.1	Calculs exacts . . . . .	365
2.2	Calculs approchés: danger! . . . . .	366
3.	Matrices industrielles . . . . .	368
3.1	Matrices de données . . . . .	369
3.2	Inverse de la première matrice . . . . .	369
3.3	Valeurs approchées, plus manipulables & affichage . . . . .	369

3.4	Valeurs approchées affichées & manipulées . . . . .	371
3.5	Effets du remplacement par des valeurs approchées	371
4.	Matrices avec paramètres . . . . .	376
5.	Valeurs propres & vecteurs propres, polynôme caractéristique . . . . .	377
5.1	Valeurs propres d'un système & vecteurs propres .	377
5.2	Polynôme caractéristique . . . . .	378
5.3	Valeur propre: plus petite en valeur absolue & plus grande valeur propre réelle . . . . .	378
5.4	Systèmes à valeurs propres complexes . . . . .	379
<b>Systèmes d'équations: solution formelle et numérique</b>		
	Introduction . . . . .	381
1.	Exemples très simples . . . . .	382
2.	Exemples moins simples . . . . .	383
3.	Substitutions élémentaires & solution "à la main" . . . . .	386
4.	Système non linéaire: substitutions élémentaires . . . . .	389
5.	Manipulations globales de lignes . . . . .	392
6.	Résolution numérique . . . . .	395
<b>Intégration des fonctions</b>		
	Introduction . . . . .	397
1.	Calcul de primitives . . . . .	398
2.	Intégrales définies . . . . .	399
3.	Calculs d'aire et de masse . . . . .	402
4.	Intégrales plus délicates . . . . .	405
5.	Intégrales généralisées . . . . .	407
6.	Intégrales dépendant d'un paramètre . . . . .	410
7.	Intégration numérique . . . . .	411
<b>Systèmes différentiels</b>		
	Fonction clef . . . . .	413
1.	Solution générale . . . . .	413
1.1	Retour d'expressions . . . . .	414
1.2	Retour de fonctions . . . . .	415
2.	Solution avec conditions initiales . . . . .	417
3.	Manipulations symboliques . . . . .	418
3.1	Résolution directe . . . . .	418
3.2	Résolution par transformation symbolique . . . . .	420

3.3	Remarque . . . . .	427
3.4	Nettoyage . . . . .	427
Intégration numérique . . . . .		428
<b>Outils vectoriels</b>		
1.	Calcul de produits scalaires et vectoriels . . . . .	429
1.1	Produit scalaire . . . . .	429
1.2	Produit vectoriel . . . . .	429
2.	Analyse vectorielle: gradient, rotationnel et divergence . .	431
<b>Bibliographie</b>		<b>435</b>
<b>Index</b>		<b>439</b>