

Inhaltsverzeichnis

1	Vektorrechnung	13
1.1	Skalare und Vektoren	13
1.2	Addition von Vektoren	16
1.2.1	Summe zweier Vektoren: Geometrische Addition	16
1.3	Subtraktion von Vektoren	17
1.3.1	Der Gegenvektor	17
1.3.2	Differenz zweier Vektoren: Geometrische Subtraktion	18
1.4	Das rechtwinklige Koordinatensystem	19
1.5	Komponente und Projektion eines Vektors	20
1.6	Komponentendarstellung im Koordinatensystem	22
1.6.1	Ortsvektoren	22
1.6.2	Einheitsvektoren	23
1.6.3	Komponentendarstellung eines Vektors	24
1.6.4	Summe zweier Vektoren in Komponentenschreibweise	25
1.6.5	Differenz von Vektoren in Komponentenschreibweise	27
1.7	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	28
1.8	Betrag eines Vektors	29
1.9	Übungsaufgaben	31
2	Skalarprodukt, Vektorprodukt	37
2.1	Skalarprodukt	37
2.1.1	Sonderfälle	40
2.1.2	Kommutativ- und Distributivgesetz	40
2.2	Kosinussatz	40
2.3	Skalares Produkt in Komponentendarstellung	41
2.4	Vektorprodukt	42
2.4.1	Drehmoment	42

2.4.2	Das Drehmoment als Vektor	43
2.4.3	Definition des Vektorprodukts	44
2.4.4	Sonderfälle	45
2.4.5	Vertauschung der Reihenfolge	46
2.4.6	Allgemeine Fassung des Hebelgesetzes	46
2.5	Vektorprodukt in Komponentendarstellung	47
2.6	Übungsaufgaben	49
3	Einfache Funktionen, Trigonometrische Funktionen	53
3.1	Der mathematische Funktionsbegriff	53
3.1.1	Der Funktionsbegriff	53
3.2	Graphische Darstellung von Funktionen	56
3.2.1	Ermittlung des Graphen aus der Gleichung für die Gerade . .	57
3.2.2	Bestimmung der Gleichung einer Geraden aus ihrem Graphen	59
3.2.3	Graphische Darstellung von Funktionen	60
3.2.4	Veränderung von Funktionsgleichungen und ihrer Graphen .	62
3.3	Winkelfunktionen, Trigonometrische Funktionen	63
3.3.1	Einheitskreis	63
3.3.2	Sinusfunktion	64
3.3.3	Kosinusfunktion	71
3.3.4	Zusammenhang zwischen Kosinus- und Sinusfunktion	72
3.3.5	Tangens, Kotangens	73
3.3.6	Additionstheoreme, Superposition von Trigonometrischen Funk- tionen	74
3.4	Übungsaufgaben	78
4	Potenzen, Logarithmus, Umkehrfunktionen	82
4.1	Potenzen, Exponentialfunktion	82
4.1.1	Potenzen	82
4.1.2	Rechenregeln für Potenzen	83
4.1.3	Exponentialfunktion	84
4.2	Logarithmus, Logarithmusfunktion	86
4.2.1	Logarithmus	86
4.2.2	Rechenregeln für Logarithmen	89

4.2.3	Logarithmusfunktion	91
4.3	Hyperbolische Funktionen*	92
4.4	Umkehrfunktionen, inverse Funktionen	94
4.4.1	Umkehrfunktion oder inverse Funktion	94
4.4.2	Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen: Arcusfunktionen*	96
4.4.3	Umkehrfunktionen der hyperbolischen Funktionen: Areafunktionen*	98
4.4.4	Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion:	99
4.5	Mittelbare Funktion, Funktion einer Funktion	99
4.6	Übungsaufgaben	101
5	Differentialrechnung	103
5.1	Folge und Grenzwert	103
5.1.1	Die Zahlenfolge	103
5.1.2	Grenzwert einer Zahlenfolge	104
5.1.3	Grenzwert einer Funktion	106
5.2	Stetigkeit	108
5.3	Reihe und Grenzwert	109
5.3.1	Reihe	109
5.3.2	Geometrische Reihe	111
5.4	Die Ableitung einer Funktion	112
5.4.1	Die Steigung einer Geraden	112
5.4.2	Die Steigung einer beliebigen Kurve	112
5.4.3	Der Differentialquotient	114
5.4.4	Physikalische Anwendung: Die Geschwindigkeit	115
5.4.5	Das Differential	116
5.5	Praktische Berechnung des Differentialquotienten	117
5.5.1	Differentiationsregeln	117
5.5.2	Ableitung einfacher Funktionen	119
5.5.3	Ableitung komplizierter Funktionen	123
5.6	Höhere Ableitungen	125
5.7	Maxima und Minima	126

5.8	Übungsaufgaben	130
6	Integralrechnung	134
6.1	Die Stammfunktion	134
6.2	Flächenproblem und bestimmtes Integral	136
6.3	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	138
6.4	Bestimmtes Integral	141
6.4.1	Beispiele für das bestimmte Integral	143
6.5	Zur Technik des Integrierens	145
6.5.1	Verifizierungsprinzip	145
6.5.2	Stammintegrale	146
6.5.3	Konstanter Faktor und Summe	147
6.5.4	Integration durch Substitution	147
6.5.5	Partielle Integration	149
6.6	Rechenregeln für bestimmte Integrale	150
6.7	Substitution bei bestimmten Integralen	151
6.8	Mittelwertsatz der Integralrechnung	153
6.9	Uneigentliche Integrale	153
6.10	Arbeit im Gravitationsfeld	155
6.11	Übungsaufgaben	158
7	Taylorreihe und Potenzreihen	163
7.1	Vorbemerkung	163
7.2	Entwicklung einer Funktion in eine Taylorreihe	164
7.3	Gültigkeitsbereich der Taylorentwicklung (Konvergenzbereich)	168
7.4	Das Näherungspolynom	169
7.4.1	Abschätzung des Fehlers	171
7.5	Allgemeine Taylorreihenentwicklung	172
7.6	Nutzen der Taylorreihenentwicklung	173
7.6.1	Polynome als Näherungsfunktionen	173
7.6.2	Tabelle gebräuchlicher Näherungspolynome	176
7.6.3	Integration über Potenzreihenentwicklung	177
7.7	Übungsaufgaben	179

8	Komplexe Zahlen	183
8.1	Definition und Eigenschaften der komplexen Zahlen	183
8.1.1	Die imaginäre Zahl	183
8.1.2	Komplexe Zahlen	183
8.1.3	Anwendungsgebiete	184
8.1.4	Rechenregeln für komplexe Zahlen	184
8.2	Komplexe Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene	186
8.2.1	Die Gauß'sche Zahlenebene	186
8.2.2	Komplexe Zahlen in der Schreibweise mit Winkelfunktionen .	187
8.3	Die Exponentialform einer komplexen Zahl	189
8.3.1	Eulersche Formel	189
8.3.2	Umkehrformeln zur Eulerschen Formel	190
8.3.3	Komplexe Zahlen als Exponenten	190
8.3.4	Multiplikation und Division komplexer Zahlen	193
8.3.5	Potenzieren und Wurzelziehen komplexer Zahlen	194
8.3.6	Periodizität von $r \cdot e^{i\alpha}$	195
8.4	Übungsaufgaben	197
9	Differentialgleichungen	202
9.1	Begriff der Differentialgleichung, Einteilung der Differentialgleichungen	202
9.1.1	Begriff der Differentialgleichung, Separation der Variablen . .	202
9.1.2	Einteilung der Differentialgleichungen	203
9.2	Die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung 1. und 2. Ordnung	206
9.2.1	Lösung homogener linearer Differentialgleichungen, der Exponentialansatz	206
9.2.2	Allgemeine Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	213
9.3	Variation der Konstanten*	218
9.3.1	Variation der Konstanten für den Fall einer Doppelwurzel . .	218
9.3.2	Bestimmung einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung	220
9.4	Randwertprobleme	221
9.4.1	Randwertprobleme bei Differentialgleichungen 1. Ordnung . .	221

9.4.2	Randwertprobleme bei Differentialgleichungen 2. Ordnung . .	222
9.5	Anwendungen	224
9.5.1	Der radioaktive Zerfall	224
9.5.2	Der harmonische ungedämpfte Oszillator	224
9.6	Übungsaufgaben	233
10	Wahrscheinlichkeitsrechnung	237
10.1	Einleitung	237
10.2	Wahrscheinlichkeitsbegriff	238
10.2.1	Ereignis, Ergebnis, Zufallsexperiment	238
10.2.2	Die „klassische“ Definition der Wahrscheinlichkeit	239
10.2.3	Die „statistische“ Definition der Wahrscheinlichkeit	240
10.2.4	Allgemeine Eigenschaften der Wahrscheinlichkeiten	242
10.2.5	Wahrscheinlichkeit für Verbundereignisse	244
10.3	Abzählmethoden	247
10.3.1	Permutationen	247
10.3.2	Kombinationen	249
10.4	Übungsaufgaben	251
11	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	252
11.1	Diskrete und kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen	252
11.1.1	Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	252
11.1.2	Kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen	254
11.2	Mittelwert	257
11.3	Binomialverteilung und Normalverteilung	259
11.3.1	Eigenschaften der Normalverteilung	261
11.3.2	Herleitung der Binomialverteilung	264
11.4	Anhang A	266
11.5	Übungsaufgaben	269
12	Fehlerrechnung	270
12.1	Aufgabe der Fehlerrechnung	270
12.2	Mittelwert und Varianz	271
12.2.1	Mittelwert	271

12.2.2 Varianz	271
12.2.3 Mittelwert und Varianz in Stichprobe und Grundgesamtheit .	273
12.2.4 Fehler des Mittelwerts	275
12.3 Mittelwert und Varianz bei kontinuierlichen Verteilungen	276
12.4 Normalverteilung	277
12.4.1 Verteilung von Zufallsfehlern	277
12.4.2 Vertrauensintervall oder Konfidenzintervall	278
12.5 Gewogenes Mittel	279
12.6 Fehlerfortpflanzungsgesetz	280
12.7 Regressionsgerade, Korrelation	281
12.7.1 Regressionsgerade, Ausgleichskurve	281
12.7.2 Korrelation und Korrelationskoeffizient	285
12.8 Übungsaufgaben	288
Anhang	292
Grundbegriffe der Mengenlehre	292
Funktionsbegriff	294
Quadratische Gleichungen	295
Literatur	296
Sachwortverzeichnis	297