

Inhaltsverzeichnis

I. Analytische Geometrie in der Ebene	21
§ 1. Grundsätzliches über die analytische Geometrie	21
2. Koordinaten	22
3. Rechtwinkliges Koordinatensystem	22
4. Rechtwinkelige Koordinaten	23
5. Winkelbereiche oder Quadranten	24
6. Schiefwinkliges Koordinatensystem	25
7. Die Geradengleichung	25
8. Gegenseitige Lage von Punkt und Kurve	27
9. Gegenseitige Lage zweier Kurven	27
10. Der Abstand zwischen zwei Punkten	28
11. Teilabschnitte mit gegebenem Verhältnis	28
12. Die Determinante zweiter Ordnung	30
13. Der Flächeninhalt eines Dreiecks	30
14. Die Geradengleichung in der nach y aufgelösten Form	31
15. Achsenparallele Geraden	33
16. Die allgemeine Geradengleichung	34
17. Konstruktion einer Geraden aus ihrer Gleichung	35
18. Parallelitätsbedingungen für Geraden	36
19. Schnittpunkte von Geraden	37
20. Bedingung für die Orthogonalität zweier Geraden	38
21. Der Winkel zwischen zwei Geraden	39
22. Bedingung dafür, daß drei Punkte auf einer Geraden liegen	42
23. Gleichung einer Geraden durch zwei gegebene Punkte	42
24. Geradenbüschel	43
§ 25. Die Gleichung einer Geraden, die parallel zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt verläuft	46
§ 26. Die Gleichung einer Geraden durch einen gegebenen Punkt und orthogonal zu einer gegebenen Geraden	46
§ 27. Gegenseitige Lage einer Geraden und eines Punktpaares	47
§ 28. Der Abstand eines Punktes von einer Geraden	47
29. Die Polarparameter der Geraden	49
30. Die Normalform der Geradengleichung	51
31. Die Bestimmung der Geradengleichung in Normalform	52
32. Achsenabschnitte	53
33. Die Abschnittsgleichung der Geraden	54
34. Koordinatentransformation (Erläuterung der Methode)	54
§ 35. Verschiebung des Koordinatenursprungs	55

§ 36. Die Parallelverschiebung als Abbildung	56
§ 37. Grundsätzliches über Vektoren und Skalare	56
§ 38. Bezeichnungen für Vektoren	57
§ 39. Kollineare Vektoren	57
§ 40. Der Nullvektor	58
§ 41. Entgegengesetzte Vektoren	58
§ 42. Die Gleichheit von Vektoren	58
§ 43. Freie und gebundene Vektoren	59
§ 44. Die Rückführung von Vektoren auf einen gemeinsamen Anfangspunkt	60
§ 45. Vektoraddition	60
§ 46. Die Summe mehrerer Vektoren	62
§ 47. Die Vektorsubtraktion	63
§ 48. Die Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl	64
§ 49. Beziehungen zwischen kollinearen Vektoren	65
§ 50. Die Projektion eines Punktes auf eine Achse	66
§ 51. Die Projektion eines Vektors auf eine Achse	67
§ 52. Grundlegende Theoreme über die Projektionen eines Vektors	68
§ 53. Das Skalarprodukt zweier Vektoren	70
§ 54. Eigenschaften des Skalarprodukts	72
§ 55. Behandlung geometrischer Probleme mit Hilfe von Vektoren	73
§ 56. Vektorielle Darstellung einer Geraden	75
§ 57. Darstellung eines Vektors in einem rechtwinkligen Koordinatensystem	75
§ 58. Achsendrehung	77
§ 59. Darstellung einer Drehung durch eine Matrix	78
§ 60. Das Rechnen mit Matrizen	80
§ 61. Die transponierte und die inverse Matrix	82
§ 62. Eigenwerte und Eigenvektoren	83
§ 63. Matrizen höherer Ordnung	84
§ 64. Quadratische Formen	85
§ 65. Algebraische Kurven und ihr Grad	86
§ 66. Der Kreis	87
§ 67. Bestimmung des Mittelpunktes und des Radius eines Kreises	89
§ 68. Die Ellipse als gestauchter Kreis	90
§ 69. Eine zweite Definition der Ellipse	92
§ 70. Konstruktion einer Ellipse aus ihren Achsen	95
§ 71. Die Hyperbel	96
§ 72. Die Form einer Hyperbel. Scheitel und Achsen	98
§ 73. Konstruktion einer Hyperbel aus ihren Achsen	99
§ 74. Die Asymptoten der Hyperbel	100
§ 75. Konjugierte Hyperbeln	101
§ 76. Die Parabel	102
§ 77. Konstruktion einer Parabel bei gegebenem Parameter p	103
§ 78. Die Parabel als Kurve mit der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$	104
§ 79. Die Leitlinien einer Ellipse und einer Hyperbel	107
§ 80. Allgemeine Definition von Ellipse, Hyperbel und Parabel	109
§ 81. Kegelschnitte	112

§ 82. Die Durchmesser eines Kegelschnitts	113
§ 83. Die Durchmesser der Ellipse	114
§ 84. Die Durchmesser der Hyperbel	115
§ 85. Die Durchmesser der Parabel	117
§ 86. Kurven zweiten Grades	119
§ 87. Die Form der allgemeinen Gleichung zweiten Grades	120
§ 88. Vereinfachung der Gleichung zweiten Grades. Allgemeine Bemerkungen	121
§ 89. Vorläufige Transformation der Gleichung zweiten Grades	121
§ 90. Endgültige Transformation der Gleichung zweiten Grades	124
§ 91. Über Verfahren zur Erleichterung der Vereinfachung von Gleichungen zweiten Grades	130
§ 92. Bestimmung des Typs einer Kurve zweiten Grades	131
§ 93. Die Bestimmung der Geraden, aus denen eine zerfallende Kurve zweiter Ordnung besteht	135
§ 94. Zentrale und nichtzentrale Kurven zweiten Grades	137
§ 95. Die Bestimmung des Zentrums zentrale Kurven zweiter Ordnung	139
§ 96. Die Vereinfachung der Gleichung einer zentrale Kurve zweiter Ordnung	140
§ 97. Die gleichseitige Hyperbel als grafische Darstellung der Gleichung $y = \frac{k}{x}$	142
§ 98. Die gleichseitige Hyperbel als grafische Darstellung der Gleichung $y = \frac{mx + n}{px + q}$	143
§ 99. Polarkoordinaten	146
§ 100. Die Beziehung zwischen Polarkoordinaten und rechtwinkligen Koordinaten	148
§ 101. Die Archimedische Spirale	151
§ 102. Die Polargleichung der Geraden	153
§ 103. Die Polargleichung eines Kegelschnitts	153
II. Analytische Geometrie im Raum	155
§ 104. Räumliche Vektoren	155
§ 105. Rechtwinkliges Koordinatensystem im Raum	156
§ 106. Die Koordinaten eines Punktes	158
§ 107. Die Koordinaten eines Vektors	159
§ 108. Der Winkel zwischen den Koordinatenachsen und einem Vektor	161
§ 109. Anwendungen des Skalarprodukts	162
§ 110. Rechts- und Linkssysteme von drei Vektoren	164
§ 111. Das Vektorprodukt zweier Vektoren	166
§ 112. Die Eigenschaften des Vektorprodukts	168
§ 113. Die Vektorprodukte der Achsenvektoren	169
§ 114. Die Darstellung des Vektorprodukts durch die Koordinaten der Faktoren	170
§ 115. Komplanare Vektoren	172
§ 116. Das gemischte Produkt	172

§ 117. Die Eigenschaften des gemischten Produktes	174
§ 118. Die Determinante dritter Ordnung	175
§ 119. Die Darstellung des gemischten Produktes durch die Koordinaten seiner Faktoren	177
§ 120. Das doppelte Vektorprodukt	178
§ 121. Die Gleichung einer Ebene	179
§ 122. Parameterdarstellung einer Ebene	180
§ 123. Ermittlung der Parameterdarstellung einer Ebene aus ihrer linearen Gleichung	180
§ 124. Spezialfälle der Lage von Ebenen bezüglich des Koordinatensystems	181
§ 125. Die Bedingung für die Parallelität von Ebenen	182
§ 126. Die Bedingung für die Orthogonalität zweier Ebenen . .	183
§ 127. Der Winkel zwischen zwei Ebenen	183
§ 128. Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und parallel zu einer gegebenen Ebene	184
§ 129. Bestimmung einer Ebene durch drei Punkte	184
§ 130. Achsenabschnitte	185
§ 131. Die Abschnittsgleichung einer Ebene	185
§ 132. Die Gleichung einer Ebene durch zwei Punkte und orthogonal zu einer gegebenen Ebene	186
§ 133. Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und orthogonal zu zwei Ebenen	187
§ 134. Der Schnittpunkt dreier Ebenen	188
§ 135. Gegenseitige Lage von Ebene und Punktpaar	189
§ 136. Der Abstand zwischen Punkt und Ebene	189
§ 137. Die Polarparameter der Ebene	190
§ 138. Die Normalform der Ebenengleichung	192
§ 139. Die Bestimmung der Ebenengleichung in Normalform .	193
§ 140. Die Gleichung einer Geraden im Raum	194
§ 141. Bedingung dafür, daß zwei Gleichungen ersten Grades eine Gerade darstellen	196
§ 142. Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene	197
§ 143. Richtungsvektoren	198
§ 144. Der Winkel zwischen einer Geraden und den Koordinatenachsen	200
§ 145. Der Winkel zwischen zwei Geraden	200
§ 146. Der Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene .	201
§ 147. Die Bedingungen für die Parallelität und Orthogonalität zwischen Gerade und Ebene	201
§ 148. Ebenenbüschel	202
§ 149. Die Projektionen einer Geraden auf die Koordinatenebenen	204
§ 150. Die symmetrischen Geradengleichungen	206
§ 151. Die Bestimmung der Geradengleichungen in symmetrischer Form	207
§ 152. Die Parameterdarstellung der Geraden	209
§ 153. Der Schnitt einer Ebene mit einer Geraden in Parameterform	209
§ 154. Die Gleichung einer Geraden durch zwei gegebene Punkte	210

§ 155. Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt senkrecht zu einer gegebenen Geraden	210
§ 156. Die Gleichung einer Geraden durch einen gegebenen Punkt senkrecht zu einer gegebenen Ebene	211
§ 157. Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und durch eine gegebene Gerade	211
§ 158. Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und parallel zu zwei gegebenen Geraden	212
§ 159. Die Gleichung einer Ebene durch eine gegebene Gerade und parallel zu einer anderen gegebenen Geraden	213
§ 160. Die Gleichung einer Ebene durch eine gegebene Gerade senkrecht zu einer gegebenen Ebene	213
§ 161. Die Gleichung der Senkrechten von einem gegebenen Punkt auf eine gegebene Gerade	214
§ 162. Die Länge der Senkrechten von einem gegebenen Punkt auf eine gegebene Gerade	215
§ 163. Die Bedingungen dafür, daß sich zwei Geraden schneiden oder in einer Ebene liegen	217
§ 164. Die Gleichung einer Geraden, die senkrecht zu zwei gegebenen Geraden ist	218
§ 165. Der kürzeste Abstand zwischen zwei Geraden	220
§ 166. Koordinatentransformation	223
§ 167. Die Gleichung einer Fläche	224
§ 168. Zylinderflächen, deren Erzeugende parallel zu einer der Koordinatenachsen sind	224
§ 169. Die Gleichung einer Kurve	226
§ 170. Die Projektion einer Kurve auf eine Koordinatenebene .	227
§ 171. Algebraische Flächen und ihr Grad	230
§ 172. Die Kugelfläche	230
§ 173. Das Ellipsoid	231
§ 174. Das einschalige Hyperboloid	234
§ 175. Das zweischalige Hyperboloid	236
§ 176. Der Kegel zweiter Ordnung	238
§ 177. Das elliptische Paraboloid	240
§ 178. Das hyperbolische Paraboloid	242
§ 179. Die Flächen zweiten Grades	243
§ 180. Geradlinige Erzeugende der Flächen zweiten Grades .	246
§ 181. Rotationsflächen	247
§ 182. Determinanten zweiter und dritter Ordnung	248
§ 183. Determinanten höherer Ordnung	251
§ 184. Eigenschaften der Determinanten	253
§ 185. Ein praktisches Verfahren zur Berechnung von Determinanten	255
§ 186. Anwendung der Determinanten auf die Untersuchung und Lösung von Gleichungssystemen	257
§ 187. Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten	257
§ 188. Zwei Gleichungen mit drei Unbekannten	259
§ 189. Das homogene System von zwei Gleichungen mit drei Unbekannten	260
§ 190. Drei Gleichungen mit drei Unbekannten	262

§ 191. <i>n</i> Gleichungen	265
III. Die Grundbegriffe der mathematischen Analysis	269
§ 192. Einführende Bemerkungen	269
§ 193. Die rationalen Zahlen	270
§ 194. Die reellen Zahlen	270
§ 195. Die Zahlengerade	271
§ 196. Variable und konstante Größen	271
§ 197. Funktionen	272
§ 198. Methoden zur Angabe einer Funktion	273
§ 199. Der Definitionsbereich einer Funktion	275
§ 200. Intervalle	276
§ 201. Klassifikation der Funktionen	278
§ 202. Die Bezeichnung von Funktionen	279
§ 203. Der Wertevorrat einer Funktion	280
§ 204. Das Rechnen mit Zahlenfolgen	281
§ 205. Der Grenzwert einer Folge	281
§ 206. Der Grenzwert von Funktionen	283
§ 207. Nullfolgen	285
§ 208. Beschränkte Größen	286
§ 209. Unbeschränkte und unbegrenzt wachsende Größen	286
§ 210. Eine Beziehung zwischen unbegrenzt wachsenden und gegen Null strebenden Größen	287
§ 211. Erweiterung des Grenzwertbegriffs	287
§ 212. Die Grundtheoreme über Grenzwerte	288
§ 213. Bemerkungen zu den Sätzen über Grenzwerte	289
§ 214. Die Zahl e	290
§ 215. Der Grenzwert $\sin x/x$ für $x \rightarrow 0$	291
§ 216. Äquivalenz von Nullfolgen	291
§ 217. Vergleich gegen Null strebender Größen	292
§ 218. Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt	294
§ 219. Eigenschaften von Funktionen, die in einem Punkt stetig sind	296
§ 220. Stetigkeit einer Funktion in einem abgeschlossenen Inter- vall	297
§ 221. Eigenschaften von Funktionen, die in einem abgeschlos- senen Intervall stetig sind	298
IV. Differentialrechnung	300
§ 222. Einführende Bemerkungen	300
§ 223. Die Geschwindigkeit	300
§ 224. Die Definition der Ableitung einer Funktion	301
§ 225. Die Tangente	303
§ 226. Die Ableitungen einiger einfacher Funktionen	304
§ 227. Eigenschaften der Ableitung	305
§ 228. Das Differential	306
§ 229. Die mechanische Deutung des Differentials	307
§ 230. Die geometrische Bedeutung des Differentials	307
§ 231. Differenzierbare Funktionen	308
§ 232. Die Differentiale einiger einfacher Funktionen	310

§ 233. Die Eigenschaften des Differentials	311
§ 234. Die Invarianz des Ausdrucks $f'(x) dx$	311
§ 235. Beschreibung der Ableitung durch Differentiale.	312
§ 236. Zusammengesetzte Funktionen	313
§ 237. Das Differential einer zusammengesetzten Funktion	313
§ 238. Die Ableitung einer zusammengesetzten Funktion („Kettenregel“)	314
§ 239. Die Differentiation eines Produkts	314
§ 240. Die Differentiation eines Quotienten	315
§ 241. Die Umkehrfunktion	316
§ 242. Der natürliche Logarithmus	318
§ 243. Die Differentiation des Logarithmus	319
§ 244. Die logarithmische Differentiation	320
§ 245. Die Differentiation der Exponentialfunktion	321
§ 246. Die Differentiation der trigonometrischen Funktionen	322
§ 247. Die Differentiation der Umkehrfunktionen zu den trigono- metrischen Funktionen	322
§ 248. Das Differential in der Näherungsrechnung	323
§ 249. Anwendung der Differentialrechnung auf die Fehler- abschätzung	325
§ 250. Differentiation impliziter Funktionen	326
§ 251. Eine in Parameterform gegebene Kurve	328
§ 252. In Parameterform gegebene Funktionen	330
§ 253. Die Zyklide	332
§ 254. Die Gleichung der Tangente an eine ebene Kurve	333
§ 255. Die Gleichung der Normalen	335
§ 256. Ableitungen höherer Ordnung	336
§ 257. Die Bedeutung der zweiten Ableitung in der Mechanik	337
§ 258. Differentiale höherer Ordnung	338
§ 259. Darstellung der höheren Ableitungen durch Differentiale	340
§ 260. Höhere Ableitungen von Funktionen, die in Parameter- form gegeben sind	340
§ 261. Höhere Ableitungen impliziter Funktionen	341
§ 262. Die LEIBNIZSche Regel	342
§ 263. Der Satz von ROLLE	343
§ 264. Der Mittelwertsatz von LAGRANGE	344
§ 265. Die Formel für einen endlichen Zuwachs	346
§ 266. Die Verallgemeinerung des Mittelwertsatzes (CAUCHY)	348
§ 267. Untersuchung eines unbestimmten Ausdrucks der Form $0/0$	350
§ 268. Untersuchung eines unbestimmten Ausdrucks der Form ∞/∞	353
§ 269. Unbestimmte Ausdrücke anderer Form	353
§ 270. Historische Betrachtungen über die TAYLORSche Formel	355
§ 271. Die TAYLOR-Formel	359
§ 272. Anwendung der TAYLOR-Formel auf die Berechnung von Funktionswerten	361
§ 273. Zunehmende und abnehmende Funktionen	368
§ 274. Kriterien für die Zunahme oder Abnahme einer Funktion in einem Punkt	370
§ 275. Maximum und Minimum	371

§ 276. Notwendige Bedingung für ein Maximum oder ein Minimum	372
§ 277. Erste hinreichende Bedingung für ein Maximum oder Minimum	373
§ 278. Regel für die Bestimmung der Maxima und Minima	374
§ 279. Zweite hinreichende Bedingung für Maxima und Minima	378
§ 280. Die Bestimmung des größten und des kleinsten Werts einer Funktion	380
§ 281. Die Konvexität ebener Kurven. Wendepunkte	383
§ 282. Die konkave Seite	383
§ 283. Regel für die Bestimmung eines Wendepunkts	385
§ 284. Die Asymptoten	386
§ 285. Die Untersuchung von Asymptoten, die parallel zu den Koordinatenachsen sind	387
§ 286. Untersuchung der Asymptoten, die nicht zur Ordinatenachse parallel sind	389
§ 287. Verfahren zur Konstruktion von grafischen Darstellungen	391
§ 288. Lösung von Gleichungen. Allgemeine Bemerkungen	396
§ 289. Die Lösung von Gleichungen. Die Sehnenmethode (Regula falsi)	397
§ 290. Die Lösung von Gleichungen. Die Tangentenmethode	399
§ 291. Kombination der Sehnenmethode mit der Tangentenmethode	401
 V. Integralrechnung	404
§ 292. Einführende Bemerkungen	404
§ 293. Die Stammfunktion	406
§ 294. Das unbestimmte Integral	407
§ 295. Geometrische Erklärung der Integration	408
§ 296. Berechnung der Integrationskonstanten aus den Anfangsdaten	411
§ 297. Eigenschaften des unbestimmten Integrals	412
§ 298. Integraltafel	413
§ 299. Unbestimmte Integration	415
§ 300. Die Substitutionsmethode (Integration unter Verwendung einer Hilfsvariablen)	415
§ 301. Partielle Integration	417
§ 302. Integration einiger trigonometrischer Ausdrücke	418
§ 303. Trigonometrische Transformation	422
§ 304. Rationale Funktionen	423
§ 305. Verfahren zur Integration von gebrochenen rationalen Funktionen	424
§ 306. Die Integration von Partialbrüchen	425
§ 307. Die Integration rationaler Funktionen (allgemeine Methode)	428
§ 308. Die Faktorenzerlegung eines Polynoms	434
§ 309. Über die Integrierbarkeit der elementaren Funktionen	435
§ 310. Einige von Radikalen abhängige Integrale	436
§ 311. Das Integral eines Binomialausdrucks	437
§ 312. Integrale der Form $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	439

§ 313. Integrale der Form $\int R(\sin x, \cos x) dx$	441
§ 314. Das bestimmte Integral	441
§ 315. Eigenschaften des bestimmten Integrals	446
§ 316. Die geometrische Deutung des bestimmten Integrals	447
§ 317. Deutung des bestimmten Integrals in der Mechanik	449
§ 318. Abschätzung des bestimmten Integrals	450
§ 319. Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	451
§ 320. Das bestimmte Integral als Funktion seiner oberen Grenze	452
§ 321. Das Differential eines Integrals	454
§ 322. Das Integral eines Differentials. Die Formel von NEWTON-LEIBNIZ	456
§ 323. Die Berechnung des bestimmten Integrals mit Hilfe des unbestimmten Integrals	457
§ 324. Partielle bestimmte Integration	458
§ 325. Substitutionsmethoden bei der bestimmten Integration	459
§ 326. Uneigentliche Integrale	460
§ 327. Integrale mit unendlichen Grenzen	461
§ 328. Integrale über Funktionen mit Unstetigkeitsstellen	465
§ 329. Über die näherungsweise Berechnung eines Integrals	468
§ 330. Rechtecksformeln	470
§ 331. Die Trapezformel	472
§ 332. Die SIMPSONSche Formel (Parabolische Trapezformel)	473
§ 333. Der Flächeninhalt von Figuren, die durch rechtwinklige Koordinaten beschrieben werden	475
§ 334. Übersicht über die Anwendung des bestimmten Integrals	477
§ 335. Der Flächeninhalt von Figuren, die durch Polarkoordinaten gegeben sind	478
§ 336. Das Volumen eines Körpers	480
§ 337. Das Volumen eines Rotationskörpers	482
§ 338. Die Bogenlänge einer ebenen Kurve	483
§ 339. Das Differential der Bogenlänge	484
§ 340. Die Bogenlänge und ihr Differential in Polarkoordinaten	485
§ 341. Der Flächeninhalt einer Rotationsfläche	487
VI. Überblick über ebene und räumliche Kurven	489
§ 342. Die Krümmung	489
§ 343. Krümmungsmittelpunkt, Krümmungsradius und Krümmungskreis einer ebenen Kurve	490
§ 344. Formeln für die Krümmung, den Krümmungsradius und den Krümmungsmittelpunkt einer ebenen Kurve	492
§ 345. Die Evolute einer ebenen Kurve	495
§ 346. Eigenschaften der Evolute einer ebenen Kurve	497
§ 347. Die Evolvente einer ebenen Kurve	498
§ 348. Die Parameterform von Raumkurven	498
§ 349. Schraubenlinien	500
§ 350. Die Bogenlänge einer Raumkurve	502
§ 351. Die Tangente an eine Raumkurve	503
§ 352. Die Normalebene	505
§ 353. Vektorfunktionen mit skalarem Argument	506
§ 354. Grenzwerte von Vektorfunktionen	507

§ 355. Die Ableitung einer Vektorfunktion	507
§ 356. Das Differential einer Vektorfunktion	509
§ 357. Eigenschaften der Ableitungen und der Differentiale von Vektorfunktionen	510
§ 358. Die Schmiegebene	512
§ 359. Die Hauptnormale. Das begleitende Dreibein	514
§ 360. Gegenseitige Lage von Kurve und Ebene	515
§ 361. Die Einheitsvektoren des begleitenden Dreibeins	515
§ 362. Krümmungsmittelpunkt, Krümmungsachse und Krüm- mungsradius einer Raumkurve	517
§ 363. Formeln für die Krümmung, den Krümmungsradius und den Krümmungsmittelpunkt von Raumkurven	518
§ 364. Über das Vorzeichen der Krümmung	520
§ 365. Die Torsion	520
 VII. Unendliche Reihen	523
§ 366. Einführende Bemerkungen	523
§ 367. Definition der unendlichen Reihe	523
§ 368. Konvergente und divergente unendliche Reihen	524
§ 369. Notwendige Bedingung für die Konvergenz einer unend- lichen Reihe	525
§ 370. Der Rest einer unendlichen Reihe	527
§ 371. Einfache Operationen mit unendlichen Reihen	529
§ 372. Positive unendliche Reihen	530
§ 373. Vergleich von positiven Reihen	531
§ 374. Das D'ALEMBERTSche Kriterium für positive Reihen	533
§ 375. Das Integralkriterium für die Konvergenz	534
§ 376. Alternierende Reihen. Das Kriterium von LEIBNIZ	536
§ 377. Absolute und bedingte Konvergenz	537
§ 378. Das D'ALEMBERTSche Kriterium für beliebige Reihen	539
§ 379. Umordnen der Glieder einer unendlichen Reihe	539
§ 380. Zusammenfassen der Glieder einer unendlichen Reihe	540
§ 381. Multiplikation von unendlichen Reihen	541
§ 382. Die Division von unendlichen Reihen	543
§ 383. Reihen mit veränderlichen Gliedern	545
§ 384. Der Konvergenzbereich einer Reihe mit veränderlichen Gliedern	545
§ 385. Über gleichmäßige und ungleichmäßige Konvergenz	548
§ 386. Definition der gleichmäßigen und ungleichmäßigen Kon- vergenz	551
§ 387. Geometrische Deutung der gleichmäßigen und ungleich- mäßigen Konvergenz	551
§ 388. Kriterium für die gleichmäßige Konvergenz; reguläre Reihen	552
§ 389. Die Stetigkeit der Summe einer unendlichen Reihe	553
§ 390. Die Integration von unendlichen Reihen	554
§ 391. Die Differentiation von unendlichen Reihen	557
§ 392. Potenzreihen	558
§ 393. Konvergenzintervall und Konvergenzradius einer Potenz- reihe	559

§ 394. Die Bestimmung des Konvergenzradius	560
§ 395. Der Konvergenzbereich einer Potenzreihe in $x-x_0$	562
§ 396. Das Theorem von ABEL	563
§ 397. Operationen mit Potenzreihen	563
§ 398. Differentiation und Integration von Potenzreihen	565
§ 399. Die TAYLOR-Reihe	567
§ 400. Die Entwicklung einer Funktion in eine Potenzreihe	568
§ 401. Die Entwicklung der elementaren Funktionen in Potenzreihen	569
§ 402. Die Anwendung der unendlichen Reihen auf die Berechnung von Integralen	574
§ 403. Hyperbolische Funktionen	575
§ 404. Die Umkehrfunktionen für die hyperbolischen Funktionen	578
§ 405. Die Herkunft der Namen für die hyperbolischen Funktionen	581
§ 406. Über komplexe Zahlen	582
§ 407. Komplexe Funktionen von reellen Argumenten	583
§ 408. Die Ableitung einer komplexen Funktion	585
§ 409. Komplexer Exponent einer positiven Zahl	586
§ 410. Die EULERSche Formel	587
§ 411. Trigonometrische Reihen	588
§ 412. Historische Bemerkungen über die trigonometrischen Reihen	588
§ 413. Die Orthogonalität des Systems der Funktionen $\cos nx$ und $\sin nx$	589
§ 414. Die Formeln von EULER-FOURIER	591
§ 415. FOURIER-Reihen	593
§ 416. Die FOURIER-Reihe einer stetigen Funktion	594
§ 417. Die FOURIER-Reihen für gerade und ungerade Funktionen	597
§ 418. FOURIER-Reihen für unstetige Funktionen	601
 VIII. Differential- und Integralrechnung für Funktionen mehrerer Variabler	605
§ 419. Funktionen von zwei Variablen	605
§ 420. Funktionen von drei und mehr Variablen	606
§ 421. Verfahren zur Angabe von Funktionen mehrerer Variablen	607
§ 422. Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variablen	609
§ 423. Über die Größenordnung von Funktionen mehrerer Variablen	610
§ 424. Stetigkeit von Funktionen mehrerer Variablen	612
§ 425. Partielle Ableitungen	612
§ 426. Geometrische Bedeutung der partiellen Ableitungen für den Fall von zwei Argumenten	613
§ 427. Totaler Zuwachs und partieller Zuwachs	614
§ 428. Das partielle Differential	615
§ 429. Darstellung der partiellen Ableitung durch das Differential	616
§ 430. Das totale Differential	616
§ 431. Die geometrische Bedeutung des totalen Differentials	618
§ 432. Die Invarianz des Ausdrucks $f_x dx + f_y dy + f_z dz$ für das totale Differential	618

§ 433. Die Technik des Differenzierens	619
§ 434. Differenzierbare Funktionen	620
§ 435. Die Tangentialebene und die Flächennormale	621
§ 436. Die Gleichung der Tangentialebene	622
§ 437. Die Gleichung der Normalen	623
§ 438. Differentiation zusammengesetzter Funktionen	624
§ 439. Übergang von rechtwinkligen Koordinaten zu Polarkoordinaten	625
§ 440. Formeln für die partiellen Ableitungen einer zusammengesetzten Funktion	626
§ 441. Die totale Ableitung	626
§ 442. Differentiation impliziter Funktionen von mehreren Argumenten	627
§ 443. Partielle Ableitungen höherer Ordnung	629
§ 444. Die totalen Differentiale höherer Ordnung	631
§ 445. Die Technik des mehrmaligen Differenzierens	632
§ 446. Vereinbarung über die Bezeichnungsweise von Differentialen	633
§ 447. Die TAYLORSche Formel für Funktionen von mehreren Variablen	634
§ 448. Extremwerte (Maxima und Minima) von Funktionen mehrerer Argumente	636
§ 449. Regel für die Bestimmung von Extremwerten	637
§ 450. Hinreichende Bedingung für ein Extremum (für den Fall von zwei Variablen)	638
§ 451. Das Doppelintegral	639
§ 452. Die geometrische Bedeutung des Doppelintegrals	641
§ 453. Eigenschaften des Doppelintegrals	641
§ 454. Abschätzung des Doppelintegrals	642
§ 455. Berechnung des Doppelintegrals (einfache Fälle)	642
§ 456. Berechnung des Doppelintegrals (allgemeiner Fall)	646
§ 457. Punktfunktionen	649
§ 458. Das Doppelintegral in Polarkoordinaten	650
§ 459. Der Flächeninhalt eines Flächenstücks	653
§ 460. Das dreifache Integral	656
§ 461. Berechnung des dreifachen Integrals (einfache Fälle)	656
§ 462. Die Berechnung eines dreifachen Integrals (allgemeiner Fall)	657
§ 463. Zylinderkoordinaten	659
§ 464. Das dreifache Integral in Zylinderkoordinaten	660
§ 465. Kugelkoordinaten	660
§ 466. Das dreifache Integral in Kugelkoordinaten	661
§ 467. Leitfaden für die Anwendung von Doppelintegralen und dreifachen Integralen	663
§ 468. Das Trägheitsmoment	664
§ 469. Einige physikalische und geometrische Größen, die sich durch Doppelintegrale ausdrücken lassen	666
§ 470. Einige physikalische und geometrische Größen, die sich durch dreifache Integrale ausdrücken lassen	668
§ 471. Das Kurvenintegral	669
§ 472. Die Bedeutung des Kurvenintegrals in der Mechanik	670

§ 473. Die Berechnung des Kurvenintegrals	671
§ 474. Die GREENSche Formel	673
§ 475. Bedingung für die Unabhängigkeit des Kurvenintegrals vom Weg	673
§ 476. Eine andere Form für die Bedingung aus dem letzten Paragraphen	675
IX. Differentialgleichungen	678
§ 477. Grundbegriffe	678
§ 478. Gleichungen erster Ordnung	680
§ 479. Die geometrische Bedeutung einer Gleichung erster Ordnung	680
§ 480. Isoklinen	683
§ 481. Partikuläre Lösung und allgemeine Lösung einer Gleichung erster Ordnung	684
§ 482. Gleichungen mit separierten Variablen	685
§ 483. Separation der Variablen. Singuläre Lösung	686
§ 484. Gleichungen mit totalen Differentialen	688
§ 485. Die homogene Gleichung	689
§ 486. Lineare Gleichung erster Ordnung	692
§ 487. Die CLAIRAUTsche Gleichung	694
§ 488. Die Enveloppe	696
§ 489. Die Integrierbarkeit von Differentialgleichungen	697
§ 490. Näherungsweise Integration einer Gleichung erster Ordnung nach der Methode von EULER	697
§ 491. Integration von Differentialgleichungen mit Hilfe von unendlichen Reihen	699
§ 492. Über das Aufstellen von Differentialgleichungen	701
§ 493. Gleichungen zweiter Ordnung	705
§ 494. Gleichungen n -ter Ordnung	707
§ 495. Reduktion der Ordnung	707
§ 496. Die lineare Gleichung zweiter Ordnung	709
§ 497. Die lineare Gleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	711
§ 498. Die homogene lineare Gleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	711
§ 499. Die inhomogene lineare Gleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	715
§ 500. Die lineare Gleichung beliebiger Ordnung	719
§ 501. Die Methode der Variation der Konstanten	720
§ 502. Systeme von Differentialgleichungen. Lineare Systeme	721
X. Einige bemerkenswerte Kurven	723
§ 503. Die Strophoide	723
§ 504. Die Kissoides des DIOKLES	725
§ 505. Das Kartesische Blatt	727
§ 506. Die Versiera der AGNESI	729
§ 507. Die Konchoide des NIKOMEDES	730
§ 508. Die PASCALSche Schnecke. Die Kardioide	734

§ 509. CASSINISCHE LINIEN	738
§ 510. DIE BERNOULLISCHE LEMNISKATE	740
§ 511. DIE ARCHIMEDISCHE SPIRALE	741
§ 512. DIE KREISEVOLVENTE	744
§ 513. DIE LOGARITHMISCHE SPIRALE	746
§ 514. DIE ZYKLOIDE	749
§ 515. DIE EPIZYKLOIDE UND DIE HYPOZYKLOIDE	754
§ 516. DIE TRAKTRIX	764
§ 517. DIE KETTENLINIE	768
 XI. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG UND STATISTIK	772
§ 518. GRUNDLAGEN. EREIGNISSE	772
§ 519. WAHRSCHEINLICHKEITEN	774
§ 520. BEISPIELE. BERECHNUNG ELEMENTARER WAHRSCHEINLICHKEITEN	775
§ 521. ZUFÄLLS VARIABLE	776
§ 522. VERTEILUNGSFUNKTIONEN	776
§ 523. SPEZIELLE VERTEILUNGSFUNKTIONEN	778
§ 524. STICHPROBEN	785
§ 525. PARAMETER SCHÄTZUNG. KONFIDENZINTERVALLE	787
§ 526. DAS GAUSSSCHE FEHLERFORTPFLANZUNGSGESETZ	790
§ 527. AUSGLEICHSKURVEN	791
 TABELLEN	797
SACHVERZEICHNIS	828