

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I: Zahlen, Gleichungen und Gleichungssysteme	1
§1. Mengen	1
§2. Natürliche Zahlen	3
2.1 Peanosche Axiome	3
2.2 Vollständige Induktion	4
2.3 Geometrische Summenformel	7
2.4 Permutationen	8
2.5 Der binomische Lehrsatz	8
§3. Reelle Zahlen	10
3.1 Zahlenmengen und Operationen	10
3.2 Die Rechengesetze für reelle Zahlen	11
3.3 Potenzrechnen	13
3.4 Logarithmen	14
3.5 Anordnung der reellen Zahlen	15
§4. Gleichungen und Ungleichungen mit MAPLE	17
4.1 Gleichungen	17
4.2 Ungleichungen	19
§5. Lineare Gleichungssysteme	20
5.1 Ein Einführungsbeispiel	20
5.2 Begriffsbildung und Notation	22
5.3 Das Lösen von linearen Gleichungssystemen	23
§6. Lösen von linearen Gleichungssystemen mit MAPLE	28
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	32
Aufgaben zu Kapitel I	33
Kapitel II: Vektorrechnung	36
§1. Vektoren im $\mathbb{R}^2$	36
1.1 Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	37
1.2 Addition zweier Vektoren	37
1.3 Die Länge (der Betrag) eines Vektors	38
1.4 Das Skalarprodukt zweier Vektoren	39
1.5 Geometrische Anwendung	42
§2. Vektoren im $\mathbb{R}^3$	44
2.1 Rechenregeln für Vektoren	44
2.2 Projektion eines Vektors	47
2.3 Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zweier Vektoren	48
2.4 Das Spatprodukt von drei Vektoren	52
§3. Vektoralgebra mit MAPLE	53
§4. Geraden und Ebenen im $\mathbb{R}^3$	57
4.1 Vektorielle Darstellung von Geraden	57
4.2 Lage zweier Geraden zueinander	58
4.3 Abstandsberechnung zu Geraden	60

4.4	Vektorielle Darstellung von Ebenen	62
4.5	Lage zweier Ebenen zueinander	65
4.6	Abstandsberechnung zu Ebenen	67
4.7	Berechnung von Schnittpunkten und Schnittwinkel	68
§5.	Vektorräume	71
5.1	Vektorrechnung im $\mathbb{R}^n$	71
5.2	Vektorräume	73
5.3	Linearkombination und Erzeugnis	76
5.4	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren	78
5.5	Basis und Dimension	81
	Aufgaben zu Kapitel II	84
Kapitel III: Matrizen und Determinanten		90
§1.	Matrizen	90
1.1	Einführung, spezielle Matrizen	90
1.2	Rechenoperationen für Matrizen	92
1.3	Inverse Matrix	95
1.4	Das Matrizenrechnen mit MAPLE	99
1.5	Lineare Abbildungen	102
1.6	Anwendungsbeispiele	103
§2.	Determinanten	106
2.1	Einführung	106
2.2	Rechenregeln für zweireihige Determinanten	107
2.3	n -reihige Determinanten	109
2.4	Anwendungen von Determinanten	113
§3.	Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen	115
3.1	Lineare Gleichungssysteme, Rang	115
3.2	Anwendungen	120
	Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	124
	Aufgaben zu Kapitel III	126
Kapitel IV: Elementare Funktionen		129
§1.	Grundbegriffe und allgemeine Funktionseigenschaften	129
1.1	Grundbegriffe	129
1.2	Elementare Funktionen in MAPLE	132
1.3	Allgemeine Funktionseigenschaften	137
§2.	Polynome	146
2.1	Festlegung von Polynomen durch Wertepaare	147
2.2	Koeffizientenvergleich	147
2.3	Teilbarkeit durch einen Linearfaktor	149
2.4	Nullstellenproblem	150
2.5	Newton-Algorithmus zur Bestimmung von Interpolationspolynomen	153
2.6	Polynome mit MAPLE	156

§3.	Rationale Funktionen	160
3.1	Rationale Funktionen	160
3.2	Anwendung: Übertragungsfunktion bei LC-Kreisen	163
3.3	Rationale Funktionen mit MAPLE	165
§4.	Potenz- und Wurzelfunktionen	168
§5.	Exponential- und Logarithmusfunktion	170
5.1	Exponentialfunktion	170
5.2	Logarithmusfunktion	172
§6.	Trigonometrische Funktionen	174
6.1	Grundbegriffe	174
6.2	Sinus- und Kosinusfunktion	175
6.3	Tangens- und Kotangensfunktion	179
6.4	Arkusfunktionen	181
	Zusammenstellung der Vereinfachungs-Befehle von MAPLE	187
	Aufgaben zu Kapitel IV	188
Kapitel V: Die komplexen Zahlen		191
§1.	Darstellung komplexer Zahlen	192
1.1	Algebraische Normalform	192
1.2	Trigonometrische Normalform	193
1.3	Exponentielle Normalform	194
1.4	Umformungen der Normalformen	194
1.5	Komplexe Zahlen mit MAPLE	197
§2.	Komplexe Rechenoperationen	199
2.1	Addition	199
2.2	Subtraktion	200
2.3	Multiplikation	201
2.4	Division	202
2.5	Potenz	204
2.6	Wurzeln	205
2.7	Fundamentalsatz der Algebra	207
§3.	Komplexe Rechnung mit MAPLE	208
§4.	Anwendungen	210
4.1	Überlagerung harmonischer Schwingungen	210
4.2	Der RCL-Wechselstromkreis	216
4.3	Übertragungsverhältnis	221
§5.	Übertragungsfunktion für RCL-Filterschaltungen	223
5.1	Berechnung der komplexen Übertragungsfunktion für lineare Ketten	227
5.2	Beispiele	231
5.3	Dimensionierung von Hoch- und Tiefpässen	235
	Aufgaben zu Kapitel V	240

Kapitel VI: Differential- und Integralrechnung	244
§1. Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion	244
1.1 Reelle Zahlenfolgen	244
1.2 Grenzwert einer Funktionsfolge	250
1.3 Stetigkeit einer Funktion	255
§2. Differentialrechnung	258
2.1 Einführung	258
2.2 Rechenregeln bei der Differentiation	264
2.3 Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik	276
2.4 Differential einer Funktion	279
2.5 Anwendung der Differentialrechnung in der Mathematik	284
2.6 Extremwertaufgaben (Optimierungsprobleme)	290
2.7 Sätze der Differentialrechnung	295
2.8 Energiemaximum im Spektrum eines strahlenden schwarzen Körpers	301
§3. Integralrechnung	303
3.1 Das Riemann-Integral	303
3.2 Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	308
3.3 Grundregeln der Integralrechnung	317
3.4 Integrationsmethoden	319
3.5 Uneigentliche Integrale	336
3.6 Anwendungen	338
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	357
Aufgaben zu Kapitel VI	358
Kapitel VII: Funktionenreihen	364
§1. Zahlenreihen	364
1.1 Beispiele	367
1.2 Konvergenzkriterien	371
§2. Potenzreihen	377
§3. Taylorreihen	385
§4. Anwendungen	397
4.1 Näherungspolynome einer Funktion	397
4.2 Integration durch Potenzreihenentwicklung	400
§5. Komplexwertige Funktionen	402
5.1 Komplexe Potenzreihen	402
5.2 Die Eulersche Formel	404
5.3 Eigenschaften der komplexen Exponentialfunktion	405
5.4 Komplexe Hyperbelfunktionen	407
5.5 Differentiation und Integration komplexwertiger Funktionen	408
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	411
Aufgaben zu Kapitel VII	411

Kapitel VIII: Numerisches Lösen von Gleichungen	415
§1. Intervallhalbierungs-Methode	417
§2. Pegasus-Verfahren	423
§3. Banachsches Iterationsverfahren	426
§4. Newton-Verfahren	439
§5. Regula falsi	443
§6. Bestimmung von Polynom-Nullstellen	445
Aufgaben zu Kapitel VIII	447
Kapitel IX: Numerische Differentiation und Integration	448
§1. Numerische Differentiation	448
1.1 Differenzenformeln für die erste Ableitung	448
1.2 Differenzenformeln für die zweite Ableitung	454
1.3 Differenzenformeln für die n -te Ableitung	455
§2. Numerische Integration	456
2.1 Die Rechteckregel	457
2.2 Die Trapezregel	459
2.3 Die Simpson-Regel	460
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	462
Aufgaben zu Kapitel IX	463
Anhang A: Lösungen zu den Übungsaufgaben	465
Anhang B: Einführung in MAPLE V	477
Anhang C: Die CD-ROM	482
Literaturverzeichnis	486
Index	488

Inhalt von Band 2

Kapitel X: Funktionen von mehreren Variablen

Partielle Differentiation, Satz von Taylor,
Gradient, Divergenz, Rotation,
Lokale Extrema, Ausgleichsrechnung,
Integration, Integrationssätze.

Kapitel XI: Gewöhnliche Differentialgleichungen

DG 1. Ordnung,
Lineare DG-Systeme, Eigenwerttheorie,
Lineare DG n.-ter Ordnung,
Numerisches Lösen von DG.

Kapitel XII: Laplace-Transformation

Laplace-Transformation, Sätze der LT
Lösen von DG mit der LT

Kapitel XIII: Fourier-Analysis

Fourier-Reihen, Fourier-Transformation,
Deltafunktion, Systemtheorie, FFT.

Kapitel XIV: Partielle Differentialgleichungen

Wellengleichung, Wärmeleitungsgleichung,
Laplacegleichung, Wellenleiter,
Biegeschwingungsgleichung.