

Inhalt

1	Grundlegende Begriffe	11
1.1	Zahlbereiche	11
1.1.1	Reelle Zahlen	11
1.1.2	Intervalle	12
1.1.3	Reelle Variablen	12
1.1.4	Maximum und Minimum	13
1.2	Mengenoperationen und -relationen	14
1.3	Tupel und Vektoren	15
1.3.1	Tupel und Zeilenvektoren	15
1.3.2	Spaltenvektoren	15
1.3.3	Kartesisches Produkt	16
1.4	Funktionen	16
1.4.1	Grundbegriffe für Funktionen	16
1.4.2	Verkettung von Funktionen	17
1.4.3	Identität	17
1.4.4	Umkehrfunktion	18
1.5	Matrizen	19
1.6	Operationen zwischen Matrizen und Vektoren . . .	20
1.6.1	Transposition	20
1.6.2	Addition und skalare Multiplikation	21
1.6.3	Matrixprodukt	21

2	Lineare Gleichungssysteme	23
2.1	Zeilenumformungen und Zeilenstufenform	24
2.1.1	Zeilenstufenform	24
2.1.2	Basisform	25
2.2	Lösungsmenge eines LGS anhand der Zeilenstufenform	25
2.3	Eliminationsverfahren nach Gauß	26
3	Vektoren	27
3.1	Linearkombinationen	27
3.1.1	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit .	28
3.1.2	Lineare Hülle, Bild	28
3.2	Untervektorraum, Basis und Dimension	28
3.2.1	Dimension und Basis eines Untervektorraums	29
3.2.2	Basis von $\text{Kern}(A)$	29
3.2.3	Lösungsmenge eines LGS $Ax = b$ mittels $\text{Kern}(A)$	30
3.3	Skalarprodukt, Norm und Abstand	30
3.3.1	Skalarprodukt	30
3.3.2	Norm eines Vektors	30
3.3.3	Winkel zwischen Vektoren	30
3.3.4	Abstand und Offenheit	31
3.4	Projektionen	32
3.4.1	Normalgleichungen	32
3.4.2	Orthonormale Projektion	32
4	Matrizen	33
4.1	Regeln für das Rechnen mit Matrizen	33
4.2	Quadratische Matrizen	33
4.3	Inverse Matrix	34
4.3.1	Berechnung der inversen Matrix	34
4.3.2	Inverse einer 2×2 -Matrix	34
4.3.3	Lösung von LGS mit Matrixinversion	34

4.4	Determinanten quadratischer Matrizen	35
4.4.1	Determinanten in Spezialfällen	35
4.4.2	Determinante und Zeilenumformungen . . .	35
4.4.3	Determinantenberechnung durch Entwicklung	35
4.4.4	Weitere Rechenregeln	35
4.5	Anwendungen der Determinante	36
4.5.1	Prüfung auf Invertierbarkeit	36
4.5.2	Cramer'sche Regel	36
4.5.3	Eigenwerte	36
4.6	Symmetrische Matrizen	36
4.6.1	Eigenwerte symmetrischer Matrizen	36
4.6.2	Eigenvektoren symmetrischer Matrizen . . .	37
4.7	Definitheit	37
4.7.1	Determinantenkriterium für Definitheit . . .	37
4.7.2	Determinantenkriterium für Semidefinitheit	38
4.7.3	Eigenwertkriterium für (Semi-)Definitheit .	38
4.7.4	Eingeschränkte Definitheit	38
i	Folgen und Reihen	39
5.1	Folgen in den Wirtschaftswissenschaften	39
5.1.1	Summen- und Differenzenfolge	39
5.1.2	Explizite und implizite Bildungsgesetze . . .	40
5.1.3	Monotone Folgen	40
5.1.4	Beschränkte Folgen	40
5.2	Grenzwerte	41
5.2.1	Konvergente Folgen	41
5.2.2	Eigenschaften konvergenter Folgen	41
5.2.3	Grenzwertsätze	42
5.2.4	Unendliche Reihen	42
5.3	Wichtige Folgen	42
5.3.1	Arithmetische Folge	42
5.3.2	Ganzrationale bzw. rationale Folge	43

5.3.3	Gebrochen-rationale Folge	44
5.3.4	Geometrische Folge	44
5.4	Potenzreihen	45
5.4.1	Konvergenzkriterium	45
5.4.2	Ableiten von Potenzreihen	46
5.4.3	Koeffizientenvergleich	46
5.4.4	Wichtige Potenzreihen	46
5.5	Finanzmathematische Folgen und Reihen	48
5.5.1	Grundformel der Kapitalentwicklung	48
5.5.2	Barwert und Endwert	49
5.5.3	Kapitalwert und interner Zinsfuß	50
6	Funktionen einer Variable	51
6.1	Grundlegende Sprechweisen	51
6.1.1	Graph einer Funktion	51
6.1.2	Ordinatenabschnitt und Nullstellen	52
6.1.3	Monotonie	52
6.1.4	Krümmungsverhalten	53
6.1.5	lokale und globale Extrema	54
6.1.6	Wendestellen	56
6.2	Rationale Funktionen	57
6.2.1	Ganzrationale Funktionen	57
6.2.2	Gebrochen-rationale Funktionen	58
6.2.3	Nullstellen	58
6.2.4	Partialbruchzerlegung	60
6.2.5	Ableitungen und Stammfunktionen	60
6.3	Exponentialfunktion, Logarithmus und Potenz	61
6.3.1	Exponentialfunktion	61
6.3.2	Logarithmus	62
6.3.3	Potenzfunktion	63
6.4	Trigonometrische Funktionen	64
6.4.1	Funktionswerttabelle	64

6.4.2	Rechenregeln	65
6.4.3	Ableitungen und Stammfunktionen	65
6.5	Betragsfunktion	65
6.6	Indikatorfunktion	66
7	Differentialrechnung	67
7.1	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	67
7.1.1	Funktionsgrenzwert	67
7.1.2	Stetigkeit	67
7.2	Partielle Ableitung und Differential	68
7.2.1	Gradient	68
7.2.2	Differential	68
7.3	Ableitungen bei Funktionen einer Variable	69
7.3.1	Ableitungsregeln	69
7.3.2	Ableitungen und Stammfunktionen für Funktionen einer Variablen	70
7.4	Kettenregeln	70
7.5	Ableitungsbegriffe auf Grundlage des Differentials	70
7.5.1	Richtungsableitung	71
7.5.2	Elastizität	71
7.5.3	Implizite Ableitungen	72
7.6	Homogene Funktionen	73
7.7	Ableitungen zweiter Ordnung	74
7.7.1	Hesse-Matrix und Richtungskrümmung	74
7.7.2	Konvexe und konkave Funktionen	74
8	Integralrechnung	75
8.1	Stammfunktionen und unbestimmte Integrale	75
8.2	Bestimmte Integrale	76
8.2.1	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	77
8.2.2	Integrationsregeln	77

Inhalt

8.2.3	Uneigentliche Integrale	78
8.3	Mehrfachintegrale	78
8.3.1	Uneigentliche Mehrfachintegrale	79
8.3.2	Jordan-Mengen	79
8.3.3	Integrationsregeln	80
8.3.4	Doppelintegrale bei stetigen Funktionen . .	81
9	Optimierung differenzierbarer Funktionen	83
9.1	Optimierung ohne Nebenbedingungen	83
9.1.1	Notwendige Bedingung	83
9.1.2	Hinreichende Bedingung	83
9.1.3	Konvexe Optimierung	84
9.2	Optimierung mit Nebenbedingungen	84
9.2.1	Lagrange-Funktion	84
9.2.2	Kuhn-Tucker-Bedingungen	85
9.2.3	Notwendige Bedingung für lokales Minimum	85
9.2.4	Hinreichende Bedingung für lokales Minimum	85
9.2.5	Randwertvergleich für globale Extrema . . .	86
9.2.6	Satz von Kuhn-Tucker, Konvexe Optimierung	86
9.3	Optimierung bei exogenen Parametern	86
	Symbole und Abkürzungen	87
	Das griechische Alphabet	92
	Index	93