

Inhalt

I. Allgemeine Theorie der partiellen Differentialgleichungen

§ 1.	Differentialgleichungen erster Ordnung	11
1.	Quasilineare Differentialgleichungen mit zwei unabhängigen Veränderlichen	11
2.	Das Cauchysche Problem und die Charakteristiken	14
3.	Quasilineare Differentialgleichungen mit beliebig vielen Veränderlichen	18
4.	Beispiele	22
5.	Ein Hilfssatz	23
6.	Nichtlineare Differentialgleichungen erster Ordnung	27
7.	Charakteristische Mannigfaltigkeiten	30
8.	Die Cauchysche Methode	31
9.	Das Cauchysche Problem	33
10.	Die Eindeutigkeit der Lösung	35
11.	Der singuläre Fall	37
12.	Nichtlineare Differentialgleichungen mit beliebig vielen unabhängigen Veränderlichen	39
13.	Vollständiges, allgemeines und singuläres Integral	41
14.	Das vollständige Integral und das Cauchysche Problem	43
15.	Beispiele	45
16.	Differentialgleichungen mit beliebig vielen Veränderlichen	48
17.	Der Satz von JACOBI	50
18.	Systeme zweier Differentialgleichungen erster Ordnung	51
19.	Die Methode von LAGRANGE und CHARPIT	53
20.	Systeme linearer Differentialgleichungen	55
21.	Vollständige und Jacobische Systeme	57
22.	Die Integration vollständiger Systeme	59
23.	Die Poissonschen Klammern	60
24.	Die Methode von JACOBI	63
25.	Kanonische Systeme	64
26.	Beispiele	65
27.	Die Majorantenmethode	66
28.	Der Satz von S. KOWALEWSKAJA	69
29.	Differentialgleichungen höherer Ordnung	74
§ 2.	Differentialgleichungen höherer Ordnung	76
30.	Die Typen der Differentialgleichungen zweiter Ordnung	76
31.	Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	78
32.	Normalformen bei zwei unabhängigen Veränderlichen	80
33.	Das Cauchysche Problem	83
34.	Charakteristische Streifen	85
35.	Ableitungen höherer Ordnung	87
36.	Reelle und komplexe Charakteristiken	89

37.	Die grundlegenden Sätze	90
38.	Vorintegrale	92
39.	Die Monge-Ampèresche Differentialgleichung	93
40.	Charakteristiken bei beliebig vielen unabhängigen Veränderlichen	94
41.	Bicharakteristiken	97
42.	Der Zusammenhang mit einem Variationsproblem	100
43.	Ausbreitung von Unstetigkeiten	103
44.	Starke Unstetigkeiten	104
45.	Die Riemannsche Integrationsmethode	108
46.	Charakteristische Anfangswerte	112
47.	Existenzsätze	113
48.	Die Formel der partiellen Integration und die Greensche Formel	117
49.	Die Methode von VOLTERRA	119
50.	Die Formel von SOBOLEW	122
51.	Die Formel von SOBOLEW (Fortsetzung)	125
52.	Die Konstruktion der Funktion σ	127
53.	Allgemeine Anfangsbedingungen	131
54.	Die verallgemeinerte Wellengleichung	133
55.	Die Wellengleichung für beliebig viele unabhängige Veränderliche	134
56.	Die energetische Ungleichung	137
57.	Der Eindeutigkeitssatz und der Satz über die stetige Abhängigkeit der Lösungen	141
58.	Der Fall der Wellengleichung	144
59.	Der Satz über die Einbettung in den Raum stetiger Funktionen und einige seiner Folgerungen	146
60.	Verallgemeinerte Lösungen von Gleichungen zweiter Ordnung	150
61.	Über die Existenz und Eindeutigkeit verallgemeinerter Lösungen des Cauchyschen Problems für die Wellengleichung	155
62.	Elliptische Differentialgleichungen	156
§ 3.	Systeme partieller Differentialgleichungen	160
63.	Charakteristiken bei Systemen partieller Differentialgleichungen	160
64.	Die kinematischen Kompatibilitätsbedingungen	164
65.	Die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen	166
66.	Die Differentialgleichungen der Hydrodynamik	167
67.	Die Gleichungen der Elastizitätstheorie	170
68.	Anisotrope elastische Körper	172
69.	Elektromagnetische Wellen	173
70.	Starke Unstetigkeiten in der Elastizitätstheorie	178
71.	Charakteristiken und große Frequenzen	181
72.	Der Fall zweier unabhängiger Veränderlicher	183
73.	Beispiele	185

II. Randwertprobleme

§ 1.	Randwertprobleme bei einer gewöhnlichen Differentialgleichung	188
74.	Die Greensche Funktion einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung	188
75.	Überführung in eine Integralgleichung	191
76.	Die Symmetrie der Greenschen Funktion	193
77.	Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems	194
78.	Über das Vorzeichen der Eigenwerte	196
79.	Beispiele	197

80.	Die verallgemeinerte Greensche Funktion	199
81.	Die Legendreschen Polynome	204
82.	Die Hermiteschen und Laguerreschen Funktionen	207
83.	Differentialgleichungen vierter Ordnung	208
84.	Erweiterung des Entwicklungssatzes durch W. A. STEKLOW	210
85.	Rechtfertigung der Fourierrmethode für die Wärmeleitungsgleichung	213
86.	Rechtfertigung der Fourierrmethode für die Schwingungsgleichung	215
87.	Die Eindeutigkeitssätze	218
88.	Extremaleigenschaften der Eigenwerte und Eigenfunktionen	219
89.	Ein Satz von COURANT	223
90.	Ein asymptotischer Ausdruck für die Eigenwerte	224
91.	Ein asymptotischer Ausdruck für die Eigenfunktionen	228
92.	Das Ritzsche Verfahren	230
93.	Ein Beispiel von RITZ	231
§ 2.	Elliptische Differentialgleichungen	233
94.	Das Newtonsche Potential	233
95.	Das Potential einer Doppelschicht	236
96.	Eigenschaften des Potentials einer einfachen Schicht	243
97.	Die Normalableitung des Potentials einer einfachen Schicht	244
98.	Die Normalableitung des Potentials einer einfachen Schicht (Fortsetzung)	247
99.	Der direkte Wert der Normalableitung auf S	248
100.	Die Ableitung des Potentials einer einfachen Schicht nach einer beliebigen Richtung	251
101.	Das logarithmische Potential	255
102.	Integralformeln und Paralleelflächen	257
103.	Folgen harmonischer Funktionen	261
104.	Formulierung der inneren Randwertprobleme für die Laplacesche Gleichung	264
105.	Äußere Probleme im ebenen Fall	266
106.	Die Kelvintransformation	269
107.	Die Eindeutigkeit der Lösung des Neumannschen Problems	272
108.	Lösung der Randwertprobleme im dreidimensionalen Fall	275
109.	Untersuchung der auftretenden Integralgleichungen	277
110.	Übersicht über die Ergebnisse zur Lösbarkeit der betrachteten Randwertprobleme	281
111.	Randwertprobleme in der Ebene	282
112.	Die Integralgleichung der Kugelfunktionen	284
113.	Das Wärmegleichgewicht eines Wärme ausstrahlenden Körpers	285
114.	Das alternierende Verfahren von SCHWARZ	286
115.	Beweis des Hilfssatzes	289
116.	Das alternierende Verfahren von SCHWARZ (Fortsetzung)	290
117.	Sub- und superharmonische Funktionen	293
118.	Einige Hilfssätze	296
119.	Die Methode der Unter- und Oberfunktionen	297
120.	Untersuchung der Randwerte	300
121.	Die Laplacesche Differentialgleichung im n -dimensionalen Raum	304
122.	Die Greensche Funktion des Laplaceschen Operators	305
123.	Die Eigenschaften der Greenschen Funktion	307
124.	Die Greensche Funktion für ebene Bereiche	310
125.	Beispiele	314
126.	Die Greensche Funktion und die inhomogene Differentialgleichung	315
127.	Eigenwerte und Eigenfunktionen	318
128.	Die Normalableitung der Eigenfunktionen	322
129.	Die Extremaleigenschaften der Eigenwerte und Eigenfunktionen	323

130.	Die Helmholtzsche Gleichung und das Ausstrahlungsprinzip	325
131.	Der Eindeutigkeitsatz	327
132.	Die Prinzipien der Grenzamplitude und der Grenzabsorption	328
133.	Randwertprobleme für die Helmholtzsche Differentialgleichung	330
134.	Die Beugung einer elektromagnetischen Welle	335
135.	Der Vektor der magnetischen Feldstärke	337
136.	Der Eindeutigkeitsatz über die Lösung des Dirichletschen Problems für elliptische Differentialgleichungen	338
137.	Die Differentialgleichung $\Delta v - \lambda v = 0$	341
138.	Ein asymptotischer Ausdruck für die Eigenwerte	345
139.	Der Beweis des Satzes aus [188]	350
140.	Lineare Differentialgleichungen allgemeinerer Gestalt	357
141.	Der Greensche Tensor	358
142.	Das ebene statische Problem der Elastizitätstheorie	360
143.	Über die Ergebnisse von SCHAUDER	362
144.	Die verallgemeinerten Lösungen der Klasse $W_2^1(D)$	365
145.	Die erste grundlegende (energetische) Ungleichung	369
146.	Der Raum $W_{2,0}^2(D)$ und die zweite grundlegende Ungleichung	371
147.	Einige Ausführungen über Hilbertsche Räume und über Operatoren in Hilbertschen Räumen	378
148.	Über die Lösbarkeit des Dirichletschen Problems im Raum $W_2^1(D)$	381
149.	Über die Fredholmsche Lösbarkeit des Dirichletschen Problems	385
150.	Über das Spektrum symmetrischer Operatoren	390
§ 3.	Parabolische und hyperbolische Differentialgleichungen	395
151.	Die Abhängigkeit der Lösung der Wärmeleitungsgleichung von der Anfangs- und Randbedingung sowie von der Störfunktion	395
152.	Die Potentiale der Wärmeleitungsgleichung im eindimensionalen Fall	397
153.	Wärmequellen im mehrdimensionalen Fall	400
154.	Die Greensche Funktion der Wärmeleitungsgleichung	401
155.	Anwendung der Laplacetransformation	402
156.	Anwendung des Differenzenverfahrens	406
157.	Die Fouriermethode zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung	409
158.	Die inhomogene Differentialgleichung	411
159.	Die Eigenschaften der Lösungen der Wärmeleitungsgleichung	414
160.	Die verallgemeinerten Potentiale einer einfachen Schicht und einer Doppelschicht im eindimensionalen Fall	416
161.	Sub- und superparabolische Funktionen	421
162.	Parabolische Gleichungen in allgemeiner Gestalt. Die energetische Ungleichung	422
163.	Die Fouriermethode für parabolische Differentialgleichungen	426
164.	Die zweite grundlegende Ungleichung und die Lösbarkeit des ersten Anfangs-Randwertproblems	430
165.	Hyperbolische Gleichungen in allgemeiner Gestalt. Die energetische Ungleichung für das erste Anfangs-Randwertproblem	433
166.	Die Fouriermethode für Gleichungen vom hyperbolischen Typus	436
167.	Ein Randwertproblem für die Kugel	440
168.	Die Schwingungen des Innengebietes einer Kugel	444
169.	Untersuchung der Lösung	447
170.	Das Randwertproblem der Telegraphengleichung	449
	Literaturhinweise	452
	Namen- und Sachverzeichnis	467