2026 STARK

Prüfungsvorbereitung

inkl. Basiswis

MEHR ERFAHREN

Realschulabsch

Bayern

Mathematik II/III

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben
- ✓ Übungsaufgaben
- ✓ Offizielle Musteraufgaben
- ✓ Interaktives Training

PDF

Inhalt

Training Grundwissen

Inhalt

Aufgaben im Stil der Prüfung

Original-Abschlussprüfung

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Bei **MySTARK** findest du:
- **Interaktives Training** zu den wichtigsten Kompetenzbereichen
- **Lernvideos** zu ausgewählten Themen
- **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht

Den Zugangscode findest du vorne im Buch.

Autoren: Markus Hochholzer, Markus Schmidl

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Buch kannst du dich langfristig und nachhaltig auf die Abschlussprüfung in Mathematik vorbereiten. Das Buch ist so konzipiert, dass es sich zudem bereits ab Beginn der 9. Klasse zur Vorbereitung auf Schulaufgaben eignet.

Mit dem Buch erhältst du:

- **Grundwissen 9. und 10. Klasse**
  In diesen Kapiteln wird der prüfungsrelevante Stoff der 9. und der 10. Jahrgangsstufe anhand von Beispielen erläutert. Zu jedem Themenbereich findest du zudem vielfältige Aufgaben. Diese eignen sich sowohl zur Vorbereitung auf Schulaufgaben in der 9. bzw. 10. Klasse als auch zur Vorbereitung auf die Abschlussprüfung.
  Die Aufgaben mit einem durchgestrichenen Taschenrechnersymbol eignen sich auch zur Bearbeitung ohne Taschenrechner.
  Zu einigen Themen gibt es zusätzlich **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch findest du einen QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet gescannt werden kann. Eine Zusammenstellung dieser und weiterer Videos ist über den QR-Code rechts sowie über folgenden Link abrufbar:
  https://www.stark-verlag.de
  Außerdem kannst du die Videos von der Plattform **MySTARK** herunterladen.
- **Aufgaben im Stil der neuen Prüfung seit 2023**
  Dieses Kapitel enthält Aufgaben, die wie in der Abschlussprüfung zusammengestellt und bepunktet sind. So kannst du prüfen, ob du fit bist für die Abschlussprüfung in Mathematik. Der Umfang und Schwierigkeitsgrad der Aufgaben entspricht jeweils den einzelnen Prüfungsteilen der Abschlussprüfung.
- **Original-Abschlussprüfungen 2024 und 2025**
  Die Abschlussprüfungen dienen dazu, unter Prüfungsbedingungen anhand echter Abschlussprüfungen zu üben. Versuche jeweils, eine Abschlussprüfung zusammenhängend in der Prüfungszeit von 150 min zu lösen.

Zu allen Aufgaben der einzelnen Kapitel gibt es **ausführliche Lösungen** mit hilfreichen **Hinweisen und Tipps**. Diese findest du in einem separaten **Lösungsbuch (Bestell-Nr. N0910NL)**, damit die Versuchung sofort nachzuschlagen nicht zu groß ist. Zuerst solltest du versuchen, selbst die Lösung zu finden, und dann mit dem Lösungsbuch vergleichen. Aus den gemachten Fehlern wirst du am meisten lernen!
Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrscht, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet.

Viel Erfolg in der Prüfung!

Markus Hochholzer   Markus Schmidl

Funktionale Abhängigkeiten – Veränderung von ebenen Figuren

Merke

Befindet sich ein Punkt auf einer Ortslinie (z. B. einer Geraden), so sind seine Koordinaten **durch die Funktionsgleichung** der Ortslinie **festgelegt**.

Beispiel

Die Punkte $\mathbf{C_n}$ liegen auf der Geraden g: $\mathbf{y = 2x + 1}$.
Die Koordinaten aller Punkte C_n auf der Geraden g lassen sich angeben: $\mathbf{C_n(x \mid 2x+1)}$
Der Index n besagt, dass es unendlich viele solcher Punkte gibt.
Mithilfe dieser allgemeinen Koordinaten der Punkte C_n lassen sich Veränderungen von Flächeninhalten, Streckenlängen usw. in Abhängigkeit von der Lage der Punkte C_n berechnen.

Flächenberechnung im Koordinatensystem mit Determinante

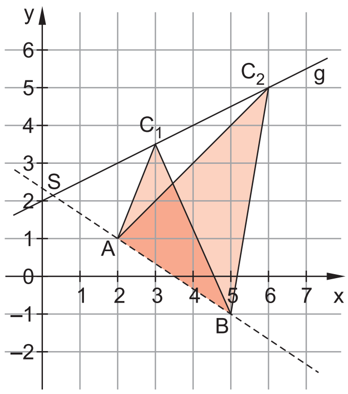
Beispiel

Gegeben sind die Punkte $A(2 \mid 1)$ und $B(5 \mid -1)$ sowie die Gerade g: $y = 0{,}5x + 2$.
A und B sind Eckpunkte von Dreiecken ABC_n, wobei die Punkte C_n auf der Geraden g liegen.

a) Zeichne die Gerade g und das Dreieck ABC_1 mit $C_1(3 \mid ?)$ sowie das Dreieck ABC_2 für $C_2(6 \mid ?)$.
b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC_1.
c) Stelle den Flächeninhalt der Dreiecke ABC_n in Abhängigkeit der x-Koordinate (Abszisse) des Punktes C_n dar.
d) Berechne die Koordinaten des Eckpunktes C_3 des Dreiecks ABC_3 mit Flächeninhalt 8,25 FE.
e) Bestimme, für welche x-Koordinaten Dreiecke ABC_n entstehen.

Lösung:

a) • Zeichnen der Geraden g
• Einzeichnen des Punktes C_1 mit x-Koordinate 3 auf der Geraden g
• Zeichnen des Dreiecks ABC_1
• Gleiches Verfahren für das Dreieck ABC_2



b) Koordinaten von C_1:

$C_1(\mathbf{3} \mid ?) \in$ g: $y = 0{,}5 \cdot \mathbf{3} + 2$

$\Leftrightarrow \quad y = 3{,}5$

$C_1(3 \mid 3{,}5)$

Aufspannende Vektoren:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ -1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ 3{,}5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$$

Flächeninhalt mit Determinante:

$$A_{\Delta ABC_1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2{,}5 \end{vmatrix} \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot [3 \cdot 2{,}5 - (-2) \cdot 1] \text{ FE} = 4{,}75 \text{ FE}$$

c) Die Punkte C_n auf der Geraden g besitzen folgende Koordinaten in Abhängigkeit von x:

g: $y = \mathbf{0{,}5x + 2} \;\Rightarrow\; C_n(x \,|\, \mathbf{0{,}5x + 2})$

Die y-Koordinate der Punkte C_n ist festgelegt durch die Geradengleichung g: $y = 0{,}5x + 2$.

Aufspannende Vektoren:

Man rechnet wie in Teilaufgabe b.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC_n} = \begin{pmatrix} x-2 \\ 0{,}5x+2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-2 \\ 0{,}5x+1 \end{pmatrix}$$

„Spitze minus Fuß“ mit $C_n(x \,|\, 0{,}5x + 2)$
Anstelle der speziellen Koordinaten eines Punktes C verwendet man die allgemeinen Koordinaten der Punkte C_n.

Flächeninhalt in Abhängigkeit von x mit Determinante:

$$A_{\Delta ABC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & x-2 \\ -2 & 0{,}5x+1 \end{vmatrix} \text{ FE}$$

$$A_{\Delta ABC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [3 \cdot (0{,}5x+1) - (-2) \cdot (x-2)] \text{ FE}$$

Vorzeichen beim Ausmultiplizieren beachten

$$A_{\Delta ABC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [1{,}5x + 3 + 2x - 4] \text{ FE}$$

Umkehrung der Vorzeichen

$$A_{\Delta ABC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot (3{,}5x - 1) \text{ FE}$$

d)
$$\begin{array}{|ll} & A(x) = \frac{1}{2} \cdot (3{,}5x - 1) \text{ FE} \\ \wedge & A(x) = 8{,}25 \text{ FE} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \Rightarrow & \frac{1}{2} \cdot (3{,}5x - 1) = 8{,}25 \quad (\text{I} = \text{II}) & | \cdot 2 \\ \Leftrightarrow & 3{,}5x - 1 = 16{,}5 & | +1 \\ \Leftrightarrow & 3{,}5x = 17{,}5 & | : 3{,}5 \\ \Leftrightarrow & x = 5 & \end{array}$$

Auflösen nach x

Die x-Koordinate des Punktes C_3 ist 5.

$\mathbb{L} = \{5\}$

$C_n(x \,|\, 0{,}5x + 2)$

x = 5 einsetzen

$C_3(5 \,|\, 0{,}5 \cdot 5 + 2)$

$C_3(5 \,|\, 4{,}5)$

e) Der Punkt C_n darf nur bis zum Schnittpunkt S wandern, denn links von S ändert sich der Umlaufsinn der Dreiecke in AC_nB. Fällt der Punkt C_n auf den Punkt S, so entsteht kein Dreieck, sondern eine Strecke.

Die x-Koordinate des Punktes S lässt sich aus dem Term für den Flächeninhalt $A_{\Delta ABC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot (3{,}5x - 1)$ FE berechnen:

$$A_{\Delta ABC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot (3{,}5x - 1) \text{ FE}$$
$$\downarrow$$

Wandert der Punkt C_n in Richtung S, wird der Flächeninhalt der Dreiecke immer kleiner. Für $C_n = S$ ist der Flächeninhalt schließlich gleich 0.

Setze: $\quad 0 = \frac{1}{2} \cdot (3{,}5x - 1)$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{2}{7}$$

Die x-Koordinate des Punktes S ist $\frac{2}{7}$.

$$\mathbb{L} = \left\{\frac{2}{7}\right\}$$

Zulässige x-Werte für Dreiecke ABC_n: $x > \frac{2}{7}$

Für x-Werte rechts von S entstehen Dreiecke ABC_n.

Aufgaben

37 Die Eckpunkte D_n von Parallelogrammen ABC_nD_n mit $A(1|1)$ und $B(4|0)$ liegen auf der Geraden g: $y = x + 3$.

a) Zeichne das Parallelogramm ABC_1D_1 für $D_1(2|?)$ und das Parallelogramm ABC_2D_2 für $D_2(3|?)$ und berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms ABC_1D_1.

b) Berechne den Flächeninhalt der Parallelogramme in Abhängigkeit von der x-Koordinate der Punkte D_n.

c) Berechne die Koordinaten des Punktes D_3, sodass ein Parallelogramm mit einem Flächeninhalt von 10 FE entsteht.

d) Bestimme, für welche x-Werte Parallelogramme ABC_nD_n existieren.

38 Die Punkte $A(1|1)$ und $B_n(x|x+2)$ sind Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n, wobei $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) Zeichne die Dreiecke AB_1C_1 für $x = 3$ und AB_2C_2 für $x = 5$ ein.

b) Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke AB_nC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.

c) Bestimme, für welchen x-Wert man ein Dreieck mit 4 FE Flächeninhalt erhält.

d) **Schwer:** Bestimme, für welche x-Werte Dreiecke AB_nC_n existieren. Löse zeichnerisch und rechnerisch.

39 Die Punkte $A(3|4)$, $C(1|0)$ und $B_n(x|-x+1)$ legen Drachenvierecke AB_nCD_n mit Symmetrieachse AC fest.

a) Zeichne das Drachenviereck AB_1CD_1 für $x = -1$ und das Drachenviereck AB_2CD_2 für $x = -2$ ein.

b) Berechne den Flächeninhalt des Drachenvierecks AB_1CD_1.

c) Berechne den Flächeninhalt in Abhängigkeit von x.

d) Berechne die Koordinaten von B_3 für das Drachenviereck AB_3CD_3 mit einem Flächeninhalt von 10 FE.

Flächenberechnung im Koordinatensystem ohne Determinante

Merke

Besitzen zwei Punkte A und B **dieselbe Abszisse x**, so lässt sich die Länge der Strecke $\overline{AB}$ als Differenz der y-Koordinaten der beiden Punkte berechnen:
$|\overline{AB}| = (y_A - y_B)$ LE
(wobei $y_A > y_B$ gelten muss, also A über B liegen muss, da man sonst eine negative Streckenlänge erhalten würde)

Beispiel

Die Dreiecke $A_nB_nC_n$ sind folgendermaßen festgelegt:
Die Punkte A_n liegen auf der Geraden g: $y = 0{,}25x + 4$, die Punkte B_n auf der Geraden k: $y = -0{,}5x + 1$.
Die Punkte A_n und B_n besitzen die gleiche Abszisse x (wobei $x > -4$) und $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Zeichne die Geraden g und k und die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 0$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 3{,}5$.

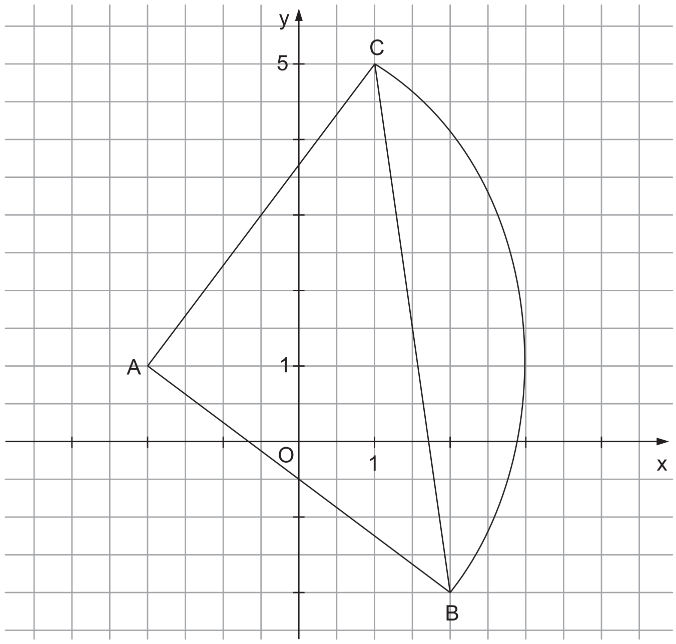
b) Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n mithilfe der Formel $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$.

Musterprüfung
Bayern – Realschule – Mathematik II/III

Teil A – ohne Taschenrechner

Aufgabe A 1

A 1.0 Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC.
Es gilt: $A(-2\,|\,1);\ B(2\,|-2);\ \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.



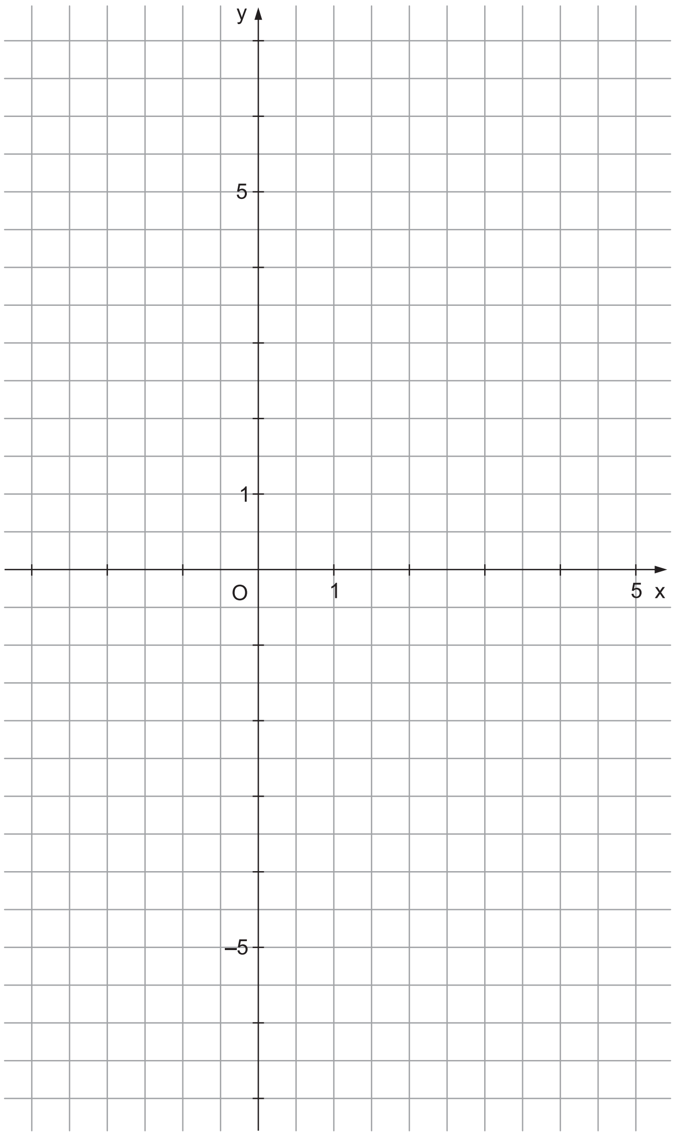
2 Punkte A 1.1 Begründen Sie rechnerisch, weshalb das Dreieck ABC rechtwinklig ist.

2 Punkte A 1.2 Der Kreis um A mit dem Radius 5 LE schneidet die Strecke $\overline{BC}$ in den Punkten B und C.
Berechnen Sie den Flächeninhalt $A_{Segment}$ des Kreissegments, das durch die Strecke $\overline{BC}$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{BC}$ begrenzt wird. Geben Sie das exakte Ergebnis an.

Aufgabe A 2

1,5 Punkte

A 2 Zeichnen Sie die Parabel p mit der Gleichung $y = -0{,}5 \cdot (x-1)^2 + 2$ $(x, y \in \mathbb{R})$ für $x \in [-3; 5]$ in das Koordinatensystem ein.



Aufgabe A 3

2 Punkte

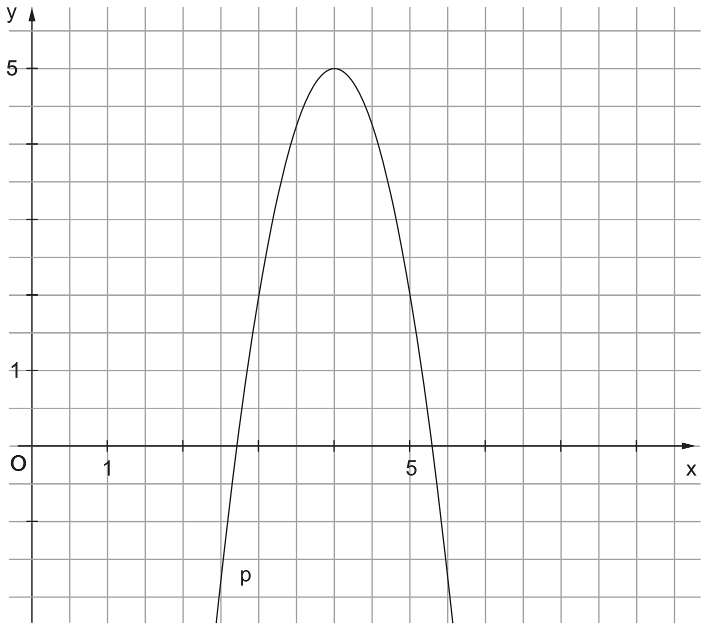
A 3 Ermitteln Sie rechnerisch die Lösung der Gleichung $0{,}5x^2 + 18 = 6x$ $(x \in \mathbb{R})$.

Abschlussprüfung 2024
Bayern – Realschule – Mathematik II/III

Teil A – ohne Taschenrechner

Aufgabe A 1

A 1.0 Im folgenden Koordinatensystem ist die Parabel p gezeichnet ($x, y \in \mathbb{R}$).



2 Punkte — A 1.1 Geben Sie die Gleichung der Parabel p in der Scheitelpunktsform an. Entnehmen Sie der Zeichnung die dazu erforderlichen Informationen.

1 Punkt — A 1.2 Geben Sie die Gleichung einer Geraden an, die keinen gemeinsamen Punkt mit der Parabel p hat.

Teil B – mit Taschenrechner

Aufgabe B 1

B 1.0 Manchmal werden zu Fasching Krapfen zum Spaß mit Senf gefüllt. Von zwölf Krapfen sind zwei mit Senf („S“) und zehn mit Marmelade („M“) gefüllt.

Martin nimmt sich von den zwölf Krapfen zwei zufällig ausgewählte.

2,5 Punkte B 1.1 Zeichnen Sie ein zugehöriges Baumdiagramm, in dem alle Anteile ersichtlich sind.

2 Punkte B 1.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit P dafür, dass mindestens einer der beiden ausgewählten Krapfen mit Senf gefüllt ist.

$\left[\text{Ergebnis}: P = \frac{7}{22}\right]$

2 Punkte B 1.3 Martin vermutet, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 70 % keiner der beiden ausgewählten Krapfen mit Senf gefüllt ist.

Beurteilen Sie diese Vermutung.

Aufgabe B 2

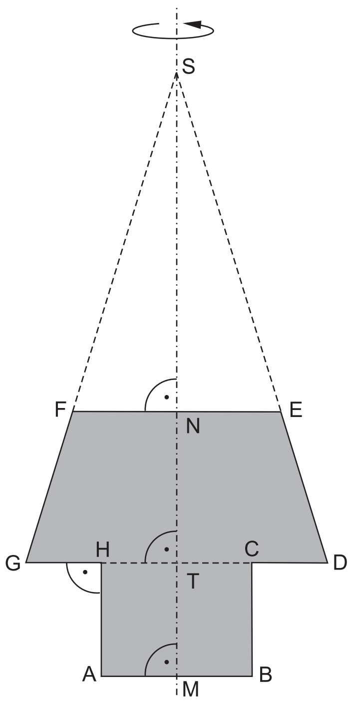
B 2.0 Die Vorlage einer Spielfigur ist ein Rotationskörper mit der Rotationsachse MS. Nebenstehende Skizze zeigt grau eingefärbt den zugehörigen Axialschnitt.

Es gilt:

$|\overline{MB}| = 1\text{ cm}$; $|\overline{TD}| = 2\text{ cm}$;

$|\overline{TM}| = 1{,}5\text{ cm}$; $|\overline{NT}| = 2\text{ cm}$;

$|\overline{ST}| = 6{,}5\text{ cm}$; $AH \parallel BC$.



4 Punkte B 2.1 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

[Zwischenergebnis: $|\overline{NE}| = 1{,}38\text{ cm}$]