2026

STARK Prüfung

MEHR ERFAHREN

MSA

Hamburg

Mathematik

✓ Ausführliche Lösungen

✓ Hilfreiche Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können die dazugehörigen Lösungen als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden. Den Zugangscode zu MySTARK findest du vorne im Buch.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Mathematik – MSA 2026 Hamburg – Prüfungsvorbereitung** mit interaktivem Training (Best.-Nr. N02100).
Es enthält zu allen Aufgaben von erfahrenen Lehrerinnen und Lehrern ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und zum besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorinnen und Autoren:
Peter Stählin, Christoph Borr, Kerstin Lenz, Dietmar Steiner

Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

73 Setze die Koordinaten des Punktes für x und y in die Gleichung $y = ax^2$ ein und berechne aus der so entstandenen Gleichung den Faktor a.

a) $P(2\,|\,-2)$:

$-2 = a \cdot 2^2$

$-2 = a \cdot 4$

$a = -\frac{1}{2}$

Funktionsgleichung: $y = -\frac{1}{2}x^2$

b) $Q(-5\,|\,12{,}5)$:

$12{,}5 = a \cdot (-5)^2$

$12{,}5 = a \cdot 25$

$a = \frac{1}{2}$

Funktionsgleichung: $y = \frac{1}{2}x^2$

c) $A(-2{,}5\,|\,-18{,}75)$:

$-18{,}75 = a \cdot (-2{,}5)^2$

$-18{,}75 = a \cdot 6{,}25$

$a = -3$

Funktionsgleichung: $y = -3x^2$

d) $B(2\,|\,-4)$:

$-4 = a \cdot 2^2$

$-4 = a \cdot 4$

$a = -1$

Funktionsgleichung: $y = -x^2$

74

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
$a > 1$	nach oben	schmaler als Normalparabel	$y = 2x^2$
$a = 1$	nach oben	Normalparabel	$y = x^2$
$0 < a < 1$	nach oben	breiter als Normalparabel	$y = \frac{1}{3}x^2$
$-1 < a < 0$	nach unten	breiter als Normalparabel	$y = -\frac{1}{2}x^2$
$a = -1$	nach unten	Normalparabel	$y = -x^2$
$a < -1$	nach unten	schmaler als Normalparabel	$y = -2x^2$

75 $s = a \cdot v^2$ (s in m und v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)

a) Setze die gegebenen Werte für v und s in die Gleichung $s = a \cdot v^2$ ein und berechne den Faktor a.

$v = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$; $s = 81\text{ m}$

$$81\text{ m} = a \cdot \left(90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2$$

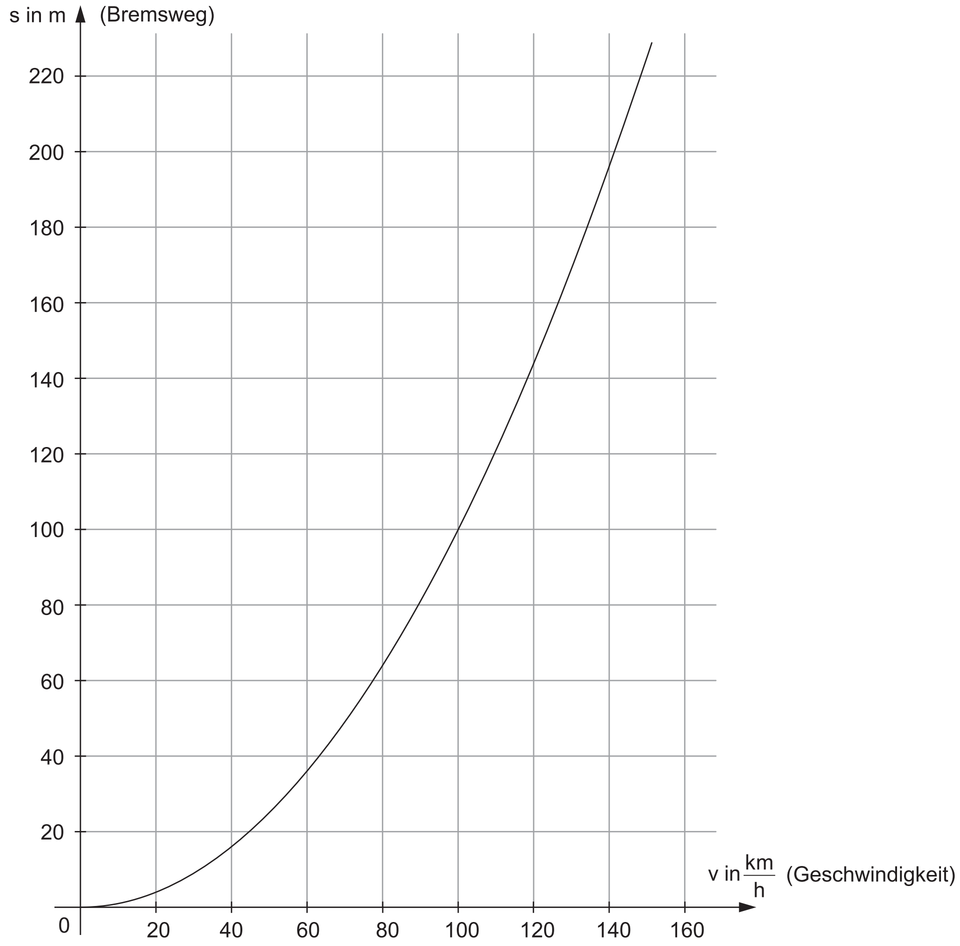
$$81\text{ m} = a \cdot 90^2\,\frac{\text{km}^2}{\text{h}^2} \qquad \Big|:90^2\,\frac{\text{km}^2}{\text{h}^2}$$

$$a = 0{,}01\,\frac{\text{m} \cdot \text{h}^2}{\text{km}^2}$$

b) $s = 0{,}01 \cdot v^2$

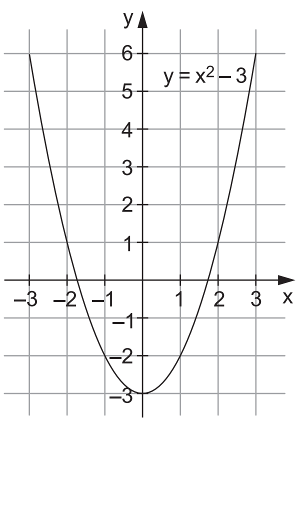
v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	50	60	80	100	130
s in m	25	36	64	100	169

c)



76 a) $f: y = x^2 - 3$

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	22	13	6	1	–2	–3	–2	1	6	13	22



Abschlussprüfung 2024

Aufgabe I – ohne Taschenrechner und Formelblatt

✐ Hinweise und Tipps

Aufgabe 1

a) $75 - 3 = 72$
Lösung C

Die Differenz ist das Ergebnis einer Subtraktion, also einer Minusrechnung. Gerechnet werden muss hier daher 75 – 3. Und das ist 72.

b) 315°
Lösung B

Man sollte sich kurz klar machen, dass 90° ein rechter Winkel ist. Antwort A sind deutlich weniger als 90°. Damit ist die Angabe mit 138° definitiv falsch. Antwort B sind mehr als 3 rechte Winkel, also mehr als 270°; die Angabe mit 315° könnte also stimmen. Antwort C sind mehr als 90°. Die Angabe ist mit 65° also auf jeden Fall falsch. Antwort D sind ebenfalls mehr als 3 rechte Winkel, also mehr als 270°. Die Angabe 22° ist folglich ebenfalls falsch. Es verbleibt nur Antwort B als mögliche richtige Angabe.

c) $0{,}12 = 12\,\%$
Lösung C

1 Ganzer sind 100 %, also 1 = 100 %. Damit wären z. B. 0,50 = 50%. Also müssen 0,12 = 12 % sein.

d) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$
Lösung D

Zuerst müssen die Brüche gleichnamig gemacht werden. Als gemeinsamer Nenner bietet sich die 15 an. Der erste Bruch muss also mit 3, der zweite Bruch mit 5 erweitert werden. Anschließend können die beiden Zähler addiert werden.

e) 2,6 cm
Lösung C

Es handelt sich um eine Schätzaufgabe. Als Größenvergleich sollte man sich Folgendes merken: 1 mm ist ungefähr die Dicke einer 1-ct-Münze. 1 cm ist ungefähr die Dicke eines kleinen Fingers. Damit ist klar, dass nur Antwort C in Frage kommen kann.

f) $-1{,}5 : 0{,}05 = -30$
Lösung D

Bei der schriftlichen Division muss das Komma so lange verschoben werden, bis die zweite Zahl (der Divisor) keine Kommazahl mehr ist. Das Komma muss also hier um 2 Stellen in beiden Zahlen verschoben werden (da in der ersten nur 1 Kommastelle vorhanden ist, wird hier eine 0 ergänzt). Aus –1,5 : 0,05 ergibt sich –150 : 5. Jetzt muss nur noch das Vorzeichen überprüft werden: „–“ : „+“ = „–“ (Minus geteilt durch Plus ergibt Minus). Also sind –150 : 5 = –30.

g) In jeder Raute stehen die Diagonalen senkrecht zueinander.
Lösung B

Eine Raute hat 4 gleich lange Seiten. Entsprechend entstehen, wenn man die Diagonalen einzeichnet, 4 gleiche Dreiecke; man sagt, die 4 Dreiecke sind kongruent. Alle 4 Winkel in der Mitte müssen gleich groß sein. Das funktioniert nur, wenn alle Winkel 90° betragen. Damit stehen die beiden Diagonalen auch in 90°-Winkel zueinander, also senkrecht.

h) $(-48 - 52) \cdot (12 - 8) =$
$-100 \cdot 4 = -400$
Lösung A

i) $24 \text{ Milliarden} = 24\,000\,000\,000 = 2{,}4 \cdot 10^{10}$
Lösung B

Hinweise und Tipps

j) $\frac{x-7}{10} = 0 \quad |\cdot 10$

$x - 7 = 0 \quad |+7$

$x = 7$

Lösung D

k) **Lösung A**

Eine Funktion ist eine Zuordnung, bei der es für jeden x-Wert nur genau einen y-Wert gibt. Bei Graph A gibt es für den Wert $x = 0$ drei y-Werte. Daher kann es sich hier nicht um eine Funktion handeln.

l) Die Gerade g mit der Gleichung $g(x) = -2x + 6$ enthält den Punkt $P(-3\,|\,12)$.

Lösung B

Möglichkeit A:
Die Steigung der Geraden g hat einen Wert von $m = -2$. Daher ist die Antwort A falsch.

Möglichkeit B:
Der x-Wert –3 wird in die Funktion eingesetzt: $g(-3) = -2 \cdot (-3) + 6 = 6 + 6 = 12$. Der y-Wert ist also 12. Damit liegt der Punkt $(-3\,|\,12)$ auf der Geraden. Die Antwort ist richtig.

Möglichkeit C:
Schnittpunkt mit der x-Achse würde den y-Wert 0 voraussetzen. $x = 6$ eingesetzt ergibt $g(6) = -2 \cdot 6 + 6 = -12 + 6 = -6$. Damit ist Antwort C falsch.

Möglichkeit D:
Der Schnittpunkt mit der y-Achse ergibt sich, wenn für $x = 0$ eingesetzt wird. Also $g(0) = -2 \cdot 0 + 6 = 6$. Die Antwort ist also ebenfalls falsch.

m) Für dieses Gleichungssystem gibt es unendlich viele Lösungen.

Lösung A

Gleichung (II) kann aus der Gleichung (I) erzeugt werden, indem Gleichung (I) durch 2 geteilt wird. Gleichung (II) bringt also keine neue Information. Man sagt, die Gleichungen sind linear abhängig. Daher gibt es für zwei Unbekannte (x und y) nur eine Gleichung. Damit kann es unendlich viele Lösungen geben.

n) 60 %

Lösung A

Die relative Häufigkeit ergibt sich, wenn man die absolute Häufigkeit (hier 18) durch die Anzahl der Möglichkeiten (hier 30) teilt: $\frac{18}{30}$. Kürzen mit 3 ergibt $\frac{6}{10}$. Dies erweitert mit 10 ergibt $\frac{60}{100}$, also 60 %.

o) Dazu passt der Term $(a + 7) \cdot 7$

Lösung B

In Antwort D kommt ein „–“ vor, also eine Subtraktion. Das entspricht nicht dem Aufgabentext, ist also falsch.
Bei Antwort C wird die Zahl a zuerst mit 7 multipliziert und dann mit 7 addiert. Auch das passt nicht zum Aufgabentext.
Verbleibt nur noch A oder B.
Erinnerung: Punktrechnung vor Strichrechnung.
Laut Aufgabentext soll aber zuerst addiert werden und dann multipliziert werden. Es muss also eine Klammer zu Hilfe genommen werden.

p) **Lösung C**

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit P(E) lässt sich am einfachsten über das Gegenereignis $\overline{E}$: „Es fällt keine 6.“ berechnen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt pro Wurf $\frac{5}{6}$ (Wurf einer 1, 2, 3, 4, oder 5), bei drei Würfen hintereinander also $(\frac{5}{6})^3$. Die Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis addieren sich zu 1, es gilt also: $P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - (\frac{5}{6})^3$.

q) **Lösung D**

Hinweise und Tipps

Hier ist nur das rechtwinklige Dreieck (und damit der Satz des Pythagoras) entscheidend. Das Dreieck hat die beiden Katheten h und $\frac{a}{2}$ sowie die Hypotenuse h_a. Der Satz des Pythagoras lautet also

$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_a^2.$

Jetzt muss nach h umgestellt werden. Also

$h^2 = h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

r) **Lösung B**

$\sin(\alpha) = \frac{a}{b}$ bzw. $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$

Die ebenfalls korrekte Formel $\cos(\alpha) = \frac{c}{b}$ bzw. $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)$ wird als Lösung nicht angeboten.

s) $(4a-3b)^2 = (4a)^2 - 2\cdot(4a)\cdot(3b) + (3b)^2 = 16a^2 - 24ab + 9b^2$

Lösung C

Hier geht es um die Binomischen Formeln, genauer um die 2. Binomische Formel $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$. Dieses Muster ist nur bei Antwort C gegeben. Setzt man für $x = 4a$ und für $y = 3b$ ein, ergibt sich die gezeigte (richtige) Rechnung.

t)
$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3 && \big| \cdot 3 \\ 3\cdot V &= 4\cdot\pi\cdot r^3 && \big| : 4 \\ \frac{3\cdot V}{4} &= \pi\cdot r^3 && \big| : \pi \\ \frac{3\cdot V}{4\cdot\pi} &= r^3 && \big| \sqrt[3]{} \\ \sqrt[3]{\frac{3\cdot V}{4\cdot\pi}} &= r \end{aligned}$$

Lösung A

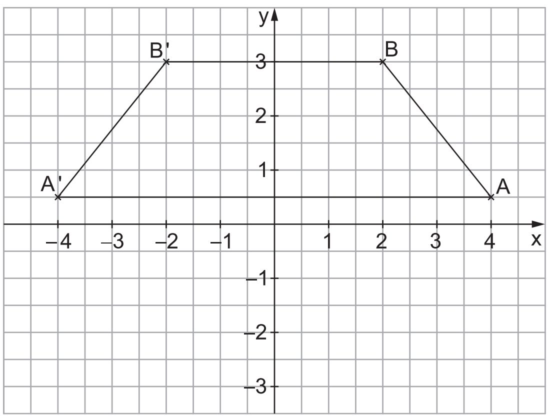
Gleichung wird schrittweise nach r umgestellt.

Aufgabe 2

a) Der Punkt A' hat die Koordinaten $(-4\,|\,0{,}5)$.

Zuerst wird der x-Wert, dann der y-Wert angegeben.

b)
c)



Das Viereck ist ein gleichschenkliges Trapez.

Bei Spiegelung an der y-Achse erhält der Spiegelpunkt B' die gleiche y-Koordinate wie der Ausgangspunkt $B(2\,|\,3)$, die x-Koordinate wechselt das Vorzeichen: $B'(-2\,|\,3)$

Aufgabe IV – Leitidee Daten und Zufall

Lebensmittel sind kein Müll

Hinweise und Tipps

a) • Variante 1: Ansatz über den Dreisatz

Die gesuchte Menge kann über den Dreisatz oder die Prozentformel berechnet werden.

	%	Menge in Mio t	
: 100	100	10,9	: 100
· 59	1	0,109	· 59
	59	6,431	

Variante 2: Ansatz über die Prozentformel

p = Prozentsatz; P = Prozentwert; G = Grundwert

$$P = \frac{p \cdot G}{100}$$

$$P = \frac{59 \cdot 10{,}9}{100} = 6{,}431$$

Es werden pro Jahr 6,431 Millionen Tonnen essbare Lebensmittel in privaten Haushalten weggeworfen.

• Variante 1: Ansatz über den Dreisatz

100 % im Kreisdiagramm entsprechen dem Vollwinkel 360°. Davon ausgehend kann erneut über den Dreisatz oder die Prozentformel der Grad-Anteil von 59 % ausgerechnet werden.

	%	Anteil in Grad	
: 100	100	360°	: 100
· 59	1	3,6°	· 59
	59	212,4°	

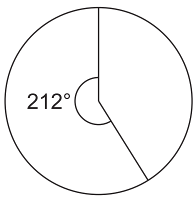
Variante 2: Ansatz über die Prozentformel

p = Prozentsatz; P = Prozentwert; G = Grundwert

$$P = \frac{p \cdot G}{100}$$

$$P = \frac{59 \cdot 360°}{100} = 212{,}4°$$

Damit entspricht der Anteil einem Winkel von 212°.

• 

Achtung: Hier ist eine genaue Zeichnung notwendig. Bei Abweichung von mehr als 1° werden Punkte abgezogen.

b) Zuerst werden die Daten der Urliste in eine geordnete Liste übertragen:

	Lea	Mert	Elija	Kiara	Lara
Restmenge in g	0	32	58	125	204

• $204\text{ g} - 0\text{ g} = 204\text{ g}$
Die Spannweite beträgt 204 g.

Die Spannweite ist der Abstand zwischen größtem und kleinstem Wert der Liste.

• Median: 58 g (Elija)

Der Median ist der Wert in der Mitte der geordneten Liste.

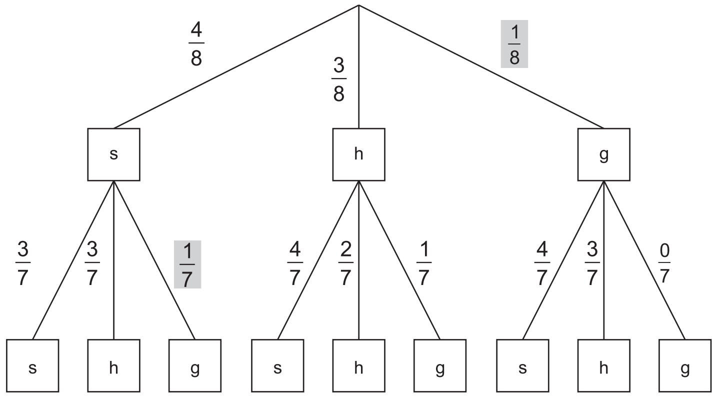
c) $$\frac{0+32+58+125+204}{5} = 83{,}8$$

Das arithmetische Mittel der 5 Restmengen wird berechnet.

Die Jugendlichen haben mit 83,8 g etwas mehr (5,8 g) als im in der Studie genannten Durchschnitt verbraucht.

✍ Hinweise und Tipps

d) • Fehlende Wahrscheinlichkeiten:



- Es gibt nur eine gemischte Tüte. Wenn diese im ersten Zug gezogen wird, gibt es im zweiten Zug keine weitere Tüte mehr (also 0 Tüten). Gesamt verbleiben in der zweiten Runde noch 7 Tüten. Also beträgt die Wahrscheinlichkeit, im zweiten Zug eine gemischte Tüte zu ziehen, wenn bereits im ersten Zug eine gemischte Tüte gezogen wurde, $\frac{0}{7}$.

Die Summe der Wahrscheinlichkeiten über die drei möglichen Pfade muss jeweils 1 ergeben.

e) $P(ss) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{56}$ oder $P(hh) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$

Beide Möglichkeiten müssen noch addiert werden:

$P(ss) + P(hh) = \frac{12}{56} + \frac{6}{56} = \frac{18}{56} = 0{,}3214$

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide die gleiche Tüte bekommen, beträgt $\frac{18}{56}$ bzw. 32 %.

Die Gegenwahrscheinlichkeit ergibt sich zu:

$P(\overline{s}\,\overline{s}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{56}$

Damit erhält man für die Wahrscheinlichkeit für alle anderen Fälle (mindestens eine süße Tüte):

$1 - P(\overline{s}\,\overline{s}) = 1 - \frac{12}{56} = \frac{44}{56} = \frac{11}{14} = 0{,}7857$

Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine süße Tüte zu ziehen, beträgt $\frac{11}{14}$ bzw. 79 %.

Zwei gemischte Tüten zu bekommen ist ausgeschlossen. Also kann es nur jeweils 2 Tüten „herzhaft“ oder zwei Tüten „süß“ geben.
Die Berechnung von P(ss) und P(hh) erfolgt gemäß der 1. Pfadregel.
Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Beide bekommen Tüte gleicher Sorte“ erfolgt gemäß der 2. Pfadregel.

Das Einzige, was nicht passieren darf, ist, dass zweimal keine süße Tüte gezogen wird. Ob im ersten oder zweiten Zug oder sogar beide Male eine süße Tüte gezogen wird, ist egal, da ja nur mindestens eine süße Tüte gefordert wird. Daher ist es einfacher, die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis „Zweimal keine süße Tüte“ zu berechnen, als die verschiedenen positiven. Dabei gilt: P(Ereignis) + P(Gegenereignis) = 1

f) Die neue Wahrscheinlichkeit, eine süße Tüte zu bekommen, beträgt jetzt $\frac{4}{6}$, denn: Es sind immer noch 4 süße Tüten vorhanden, aber insgesamt nur noch 6 Tüten (zwei nicht süße Tüten sind ja gezogen worden). Das sind also 66,7 %. Die Chance, zu Beginn eine süße Tüte zu ziehen, war $\frac{4}{8}$, also genau 50 %. Damit hat Lea nicht recht, da die Wahrscheinlichkeit nur von 50 % auf 66,7 % und damit um 16,7 < 20 Prozentpunkte gestiegen ist.

Achtung: Mit „um 20 % höher“ ist hier die Änderung der Prozentpunkte gemeint, also die Differenz der Prozentwerte. Für sie gilt hier 66,7 % – 50 % = 16,7 %, was kleiner ist als 20 %.
Der Faktor, um den die neue Wahrscheinlichkeit höher ist als die alte, beträgt dagegen $\frac{66{,}7\,\%}{50\,\%} = 1{,}33$, d. h., die neue Wahrscheinlichkeit liegt um 33 % über der alten.