2026

STARK Prüfun

MEHR ERFAHREN

Realschula

Bayern

Mathematik II/III

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Übungsaufgaben
- ✓ Offizielle Musteraufgaben
- ✓ PDF zum Download

Inhaltsverzeichnis

Hinweise

Übungsaufgaben

Aufgaben im Stil der Prüfung

Abschlussprüfungsaufgaben

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Autor

Übungsaufgaben (inkl. Lösungen) sowie Lösungen der Beispielaufgaben, Musterprüfung und der Abschlussprüfungsaufgaben: RSD Alois Einhauser

Daten und Zufall

1.0 Amira, Karl und Stefan besitzen baugleiche Zahlenschlösser. Ein Zahlenschloss besteht aus vier Ringen, auf denen jeweils die Ziffern von 1 bis 6 stehen.

1.1 Bestimmen Sie, wie viele verschiedene Zahlenkombinationen bei einem solchen Zahlenschloss insgesamt möglich sind.

1.2 In Amiras Kombination sind die Ziffern alle verschieden.

Bestimmen Sie, wie viele verschiedene Zahlenkombinationen dafür infrage kommen.

1.3 Karl erinnert sich, dass seine Kombination vorwärts und rückwärts gelesen gleich war (z. B. 1661).

Bestimmen Sie, wie viele mögliche Kombinationen es dafür gibt.

1.4 Stefan behauptet, dass in seiner Kombination nur die Ziffern 3 und 5 vorkommen.

Bestimmen Sie, wie viele verschiedene Kombinationen hierfür möglich sind.

2 Zur Darstellung eines Bits benutzt man die Ziffern 1 oder 0. Ein Byte besteht aus acht Bit, also z. B. „0110 1001".

Bestimmen Sie, wie viele Kombinationen man mit einem Byte darstellen kann.

3.1 Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben von „WORT" unterschiedlich anzuordnen.

3.2 Bestimmen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben von „PAPA" unterschiedlich anzuordnen.

Geben Sie alle Möglichkeiten in einem Baumdiagramm an.

3.3 Bestimmen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben von „HALLO" unterschiedlich anzuordnen.

4.0 Das lateinische Alphabet besteht aus insgesamt 26 Buchstaben. Es sollen zweisilbige „Wörter“ aus je genau einem Vokal (V) und genau einem Konsonanten (K) gebildet werden. Dabei sollen nur folgende Anordnungen erlaubt sein:
KVKV, VKVK und VKKV

4.1 Der Vokal ist ein E und der Konsonant ein L.

Geben Sie alle erlaubten „Wörter“ an.

4.2 Ermitteln Sie, wie viele mögliche „Wörter“ es ohne die Einschränkung aus Teilaufgabe 4.1 insgesamt gibt.

5 Bei einer Verlosung wird mit dem Slogan „Jedes zweite Los gewinnt“ geworben.

Kreuzen Sie die Aussagen an, die gleichbedeutend sind.

- ☐ Die Gewinnchance ist fifty-fifty.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 50 %.
- ☐ Das Verhältnis von Gewinnlosen zu Nieten ist 1 : 1.
- ☐ Die Gewinnchance ist $\frac{1}{3}$.

6 Bei einer Verlosung wird mit dem Slogan „Jedes fünfte Los gewinnt“ geworben.

Kreuzen Sie die Aussagen an, die gleichbedeutend sind.

- ☐ Die Gewinnchance ist 1 : 5.
- ☐ Die Gewinnchance ist 1 : 4.
- ☐ Auf einen Gewinn fallen vier Nieten.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 25 %.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 20 %.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 5 %.

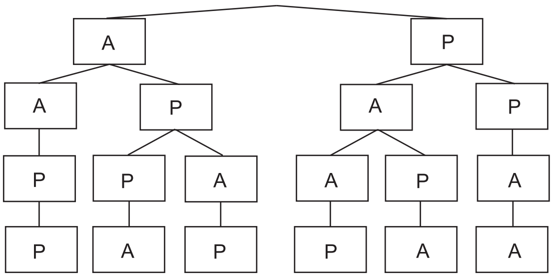
7.0 Es wird dreimal mit einem Spielwürfel, der die Augenzahlen „1“ bis „6“ besitzt, gewürfelt.

7.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal die „6“ erscheint.

7.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal die gleiche Zahl gewürfelt wird.

7.3 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nur unterschiedliche Zahlen erscheinen.

Baumdiagramm für die 6 Möglichkeiten:



TIPP Da in diesem Fall (anders als in Teilaufgabe 3.3) die Anzahl der Möglichkeiten gering ist, können diese vollständig mit einem Baumdiagramm dargestellt werden. Die Bestimmung der Anzahl wäre hier also auch direkt mit dem Baumdiagramm möglich.

3.3 Würde man die Buchstaben auf Karten schreiben und von 1 bis 5 nummerieren (z. B. H_1, A_2, L_3, L_4, O_5), hätte man insgesamt
$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ Möglichkeiten.

Da es aber egal ist, ob L_3 oder L_4 bei L erscheint, halbiert sich die Anzahl an Möglichkeiten.

Es gibt somit insgesamt 60 Möglichkeiten.

4.1 LELE; ELEL; ELLE

4.2 Es gibt 5 Vokale (A, E, I, O, U). Die restlichen 21 Buchstaben sind Konsonanten. Da jeweils 3 Kombinationen (KVKV, VKVK und VKKV) erlaubt sind, gibt es $5 \cdot 21 \cdot 3 = 315$ mögliche „Wörter“.

5
- ☒ Die Gewinnchance ist fifty-fifty.
- ☒ Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 50 %.
- ☒ Das Verhältnis von Gewinnlosen zu Nieten ist 1 : 1.

6
- ☒ Die Gewinnchance ist 1 : 4.
- ☒ Auf einen Gewinn fallen vier Nieten.
- ☒ Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 20 %.

7.1 Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

7.2 Es gibt 6 Möglichkeiten, 3 Mal die gleiche Zahl zu würfeln (entweder 3 Mal die „1" oder 3 Mal die „2" etc.). In jedem dieser 6 Fälle wird die Wahrscheinlichkeit wie in Teilaufgabe 7.1 berechnet.

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also:

$$6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

7.3 Beim ersten Würfeln sind alle 6 Augenzahlen möglich (Faktor $\frac{6}{6}$).

Beim zweiten Würfeln sind nur noch die 5 Augenzahlen erlaubt, die beim ersten Würfeln nicht fielen (Faktor $\frac{5}{6}$).

Beim dritten Würfeln sind nur noch die 4 Augenzahlen erlaubt, die bei den ersten beiden Würfen nicht fielen (Faktor $\frac{4}{6}$).

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also:

$$\frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

8.1 Von 1 bis 6 gibt es 3 gerade Zahlen. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf eine gerade Zahl fällt, ist also $\frac{3}{6}$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei 3 Würfen nur gerade Zahlen fallen, beträgt somit:

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{8}$$

8.2 Da der erste Wurf eine „3" ist, müssen die Zahlen des zweiten und dritten Wurfs zusammen 7 ergeben.

> **TIPP** Sind Z_2 und Z_3 die Zahlen, die beim zweiten und dritten Wurf fallen, so kann man dies mit $(Z_2 \mid Z_3)$ übersichtlich darstellen.

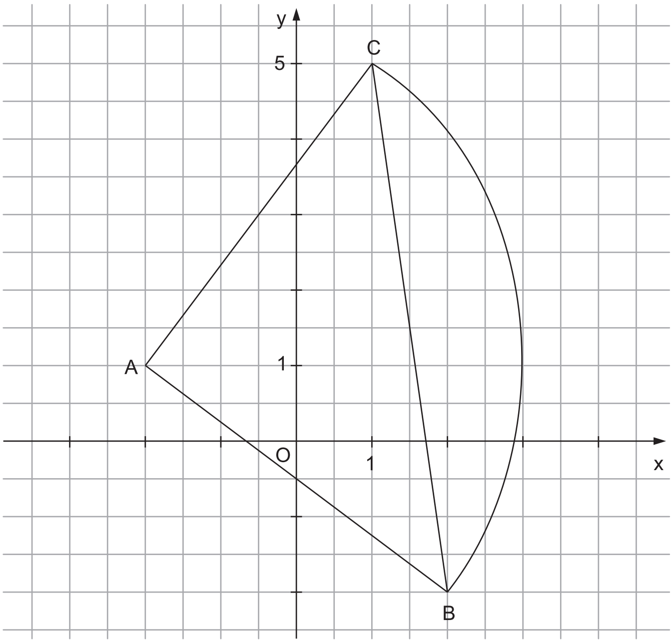
Es gibt folgende Möglichkeiten: $(1 \mid 6)$; $(2 \mid 5)$; $(3 \mid 4)$

Und auch die umgekehrte Reihenfolge ist möglich: $(6 \mid 1)$; $(5 \mid 2)$; $(4 \mid 3)$

Es gibt also 6 Möglichkeiten.

BE

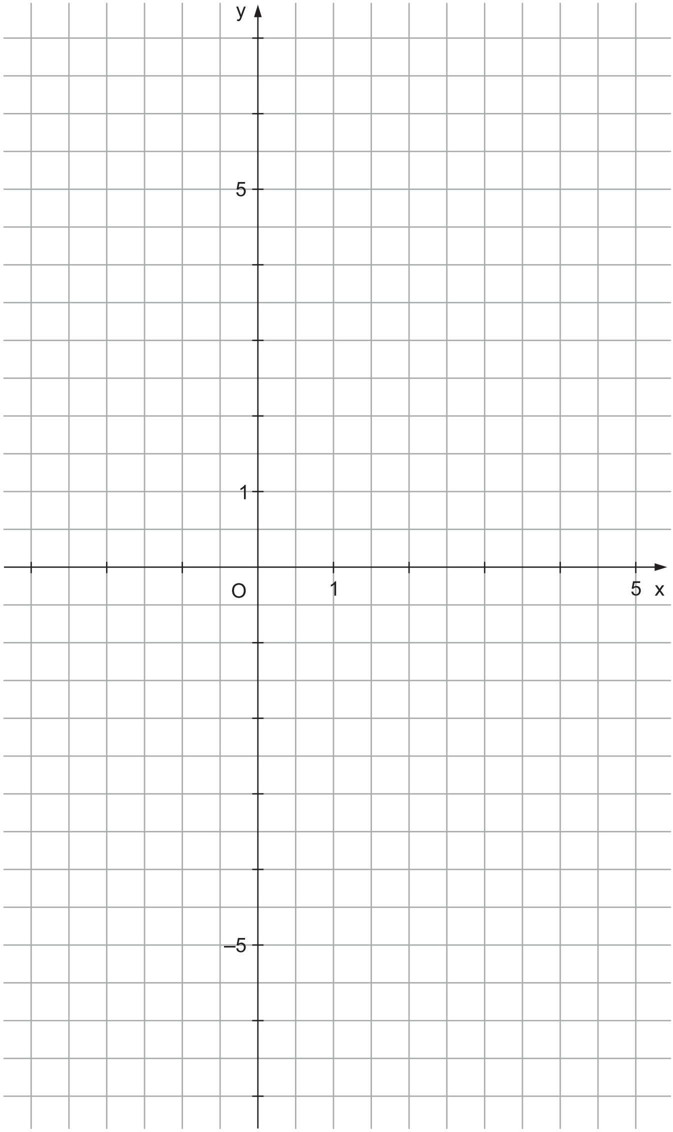
A 1.0 Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC.
Es gilt: $A(-2|1)$; $B(2|-2)$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.



A 1.1 Begründen Sie rechnerisch, weshalb das Dreieck ABC rechtwinklig ist. 2

A 1.2 Der Kreis um A mit dem Radius 5 LE schneidet die Strecke $\overline{BC}$ in den Punkten B und C.
Berechnen Sie den Flächeninhalt $A_{Segment}$ des Kreissegments, das durch die Strecke $\overline{BC}$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{BC}$ begrenzt wird. Geben Sie das exakte Ergebnis an. 2

A 2 Zeichnen Sie die Parabel p mit der Gleichung $y = -0{,}5 \cdot (x-1)^2 + 2$ $(x, y \in \mathbb{R})$ für $x \in [-3; 5]$ in das Koordinatensystem ein. 1,5



Lösungsvorschlag

A 1.1

TIPP Mithilfe der Steigungen m_{AB} und m_{AC} der Geraden AB und AC zeigt man, dass diese zueinander senkrecht verlaufen.

Berechnung des Vektors $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-(-2) \\ -2-1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Mit $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (vgl. Angabe) ergeben sich die Steigungen:

$$m_{AB} = -\frac{3}{4} \quad \text{und} \quad m_{AC} = \frac{4}{3}$$

Somit gilt:

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$$

Folglich gilt $AB \perp AC$.

Also ist das Dreieck ABC rechtwinklig.

A 1.2

TIPP Man zieht vom Flächeninhalt des Kreissektors ABC den Flächeninhalt des Dreiecks ABC ab.

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei A. Somit handelt es sich beim Kreissektor ABC um einen Viertelkreis. Die Längen der Dreiecksseiten $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ entsprechen dem Radius des Viertelkreises:

$|\overline{AB}| = 5\,\text{LE}$ und $|\overline{AC}| = 5\,\text{LE}$

$$A_{\text{Segment}} = A_{\text{Sektor ABC}} - A_{\Delta ABC}$$

$$A_{\text{Segment}} = \frac{1}{4} \cdot |\overline{AB}|^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|$$

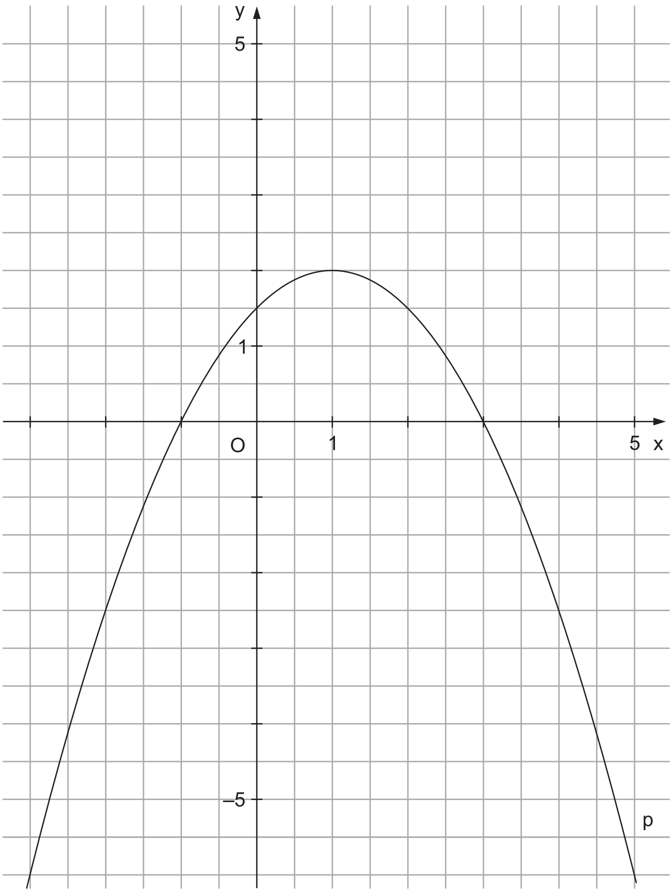
$$A_{\text{Segment}} = \left(\frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 5^2\right) \text{FE}$$

$$A_{\text{Segment}} = \left(\frac{25}{4} \cdot \pi - \frac{25}{2}\right) \text{FE}$$

$$A_{\text{Segment}} = (6{,}25 \cdot \pi - 12{,}5)\ \text{FE}$$

A 2 TIPP Die Parabel p hat den Scheitel S(1 | 2), ist nach unten geöffnet und mit dem Faktor 0,5 gestaucht.

- Von S geht man um 1 LE nach links bzw. rechts und um $0{,}5 \cdot 1^2$ LE $= 0{,}5$ LE nach unten.
- Von S geht man um 2 LE nach links bzw. rechts und um $0{,}5 \cdot 2^2$ LE $= 2$ LE nach unten.
- Von S geht man um 3 LE nach links bzw. rechts und um $0{,}5 \cdot 3^2$ LE $= 4{,}5$ LE nach unten …



Aufgabe A 1

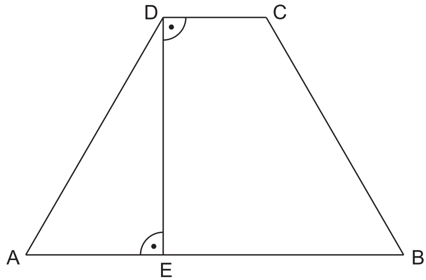
BE

A 1 Die Skizze zeigt das gleichschenklige Trapez ABCD mit der Höhe $\overline{DE}$.

Es gilt: $|\overline{AB}| = 11$ cm; $|\overline{AE}| = 4$ cm; $\sphericalangle BAD = 60°$.

Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{DE}$ und $\overline{DC}$.
Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A des Trapezes ABCD gilt:
$A = 28\sqrt{3}$ cm^2.

[Teilergebnis: $|\overline{DC}| = 3$ cm] 3,5



Aufgabe A 2

A 2.0 Die Funktion p hat eine Gleichung der Form
$y = -0{,}5x^2 + bx + c$ (b, c, x, y $\in \mathbb{R}$).
Ihr Graph ist eine Parabel mit dem Scheitelpunkt S(–2 | 1,5).

A 2.1 Geben Sie die Gleichung der Parabel in der Scheitelpunktsform an. 1

A 2.2 Kreuzen Sie die Wertemenge der Funktion p an.

☐ $\{y \mid y \geq -2\}$ ☐ $\{y \mid y \leq -2\}$ ☐ $\{y \mid y \geq 1{,}5\}$ ☐ $\{y \mid y \leq 1{,}5\}$ 1

Aufgabe A 3

A 3.0 Die Tasten C, D, E, G und A eines Klaviers können mithilfe einer Software angeschlagen werden. Dabei werden Melodien erzeugt, indem vier Tasten zufällig nacheinander angeschlagen werden.

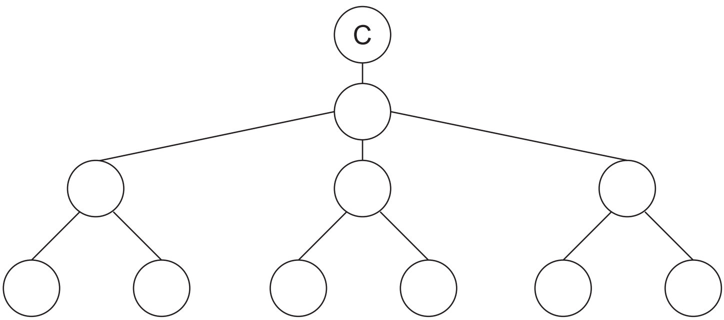
Beispiel für eine solche Melodie:
A – C – D – C

A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass 625 verschiedene Melodien erzeugt werden können. 1,5

A 3.2 Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Melodie A – C – D – C entsteht. 1

A 3.3 Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine Melodie entsteht, bei der viermal dieselbe Taste angeschlagen wird. 1

A 3.4 Für eine bestimmte Melodie werden folgende Vorgaben in der Software eingestellt: Als Erstes wird die Taste C und als Zweites die Taste A angeschlagen. Zudem soll jede Taste höchstens einmal angeschlagen werden.
Ergänzen Sie im Baumdiagramm die zugehörigen Tasten.



2

Lösungsvorschlag – Teil A

A 1

> **TIPP** Zur Berechnung der Länge der Strecke $\overline{DE}$ betrachtet man das rechtwinklige Dreieck AED, von dem eine Seitenlänge und ein Winkel bekannt sind.

Berechnung der Länge von $\overline{DE}$ im rechtwinkligen Dreieck AED:

$$\tan\sphericalangle BAD = \frac{|\overline{DE}|}{|\overline{AE}|} \qquad \Big|\cdot|\overline{AE}|$$

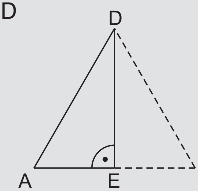
$$|\overline{DE}| = |\overline{AE}| \cdot \tan\sphericalangle BAD$$

$$|\overline{DE}| = 4 \cdot \tan 60° \text{ cm}$$

$$|\overline{DE}| = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

oder:

> **TIPP** Wenn man erkennt, dass sich das Dreieck AED zu einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge $2 \cdot |\overline{AE}|$ und der Höhe $|\overline{DE}|$ ergänzen lässt, kann man $|\overline{DE}|$ direkt aus $|\overline{AE}|$ berechnen. Dazu nutzt man den allgemeingültigen Zusammenhang zwischen der Höhe h und der Seitenlänge a eines gleichseitigen Dreiecks: $h = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot a$



Berechnung der Länge von $\overline{DE}$ im „halben gleichseitigen Dreieck“:

$$|\overline{DE}| = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot 2 \cdot |\overline{AE}|$$

$$|\overline{DE}| = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

> **TIPP** Da das Trapez ABCD gleichschenklig und somit achsensymmetrisch ist, lässt sich die Länge der kurzen Seite einfach aus den beiden Streckenlängen $|\overline{AB}|$ und $|\overline{AE}|$ berechnen.

Berechnung von $|\overline{DC}|$:

$$|\overline{DC}| = |\overline{AB}| - 2 \cdot |\overline{AE}|$$

$$|\overline{DC}| = (11 - 2 \cdot 4) \text{ cm}$$

$$|\overline{DC}| = 3 \text{ cm}$$

Berechnung des Flächeninhalts A:

$A = \frac{1}{2}\left(\left|\overline{AB}\right| + \left|\overline{DC}\right|\right) \cdot \left|\overline{DE}\right|$

$A = 0{,}5 \cdot (11 + 3) \cdot 4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

$A = 28\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

A 2.1

TIPP Der Stauchungs-/Streckungsfaktor der Parabel p ist $-0{,}5$. Für die Scheitelform der Parabel p gilt somit:

$y = -0{,}5(x - x_S)^2 + y_S$

Hierbei sind x_S die x-Koordinate und y_S die y-Koordinate des Scheitels.

$y = -0{,}5 \cdot (x + 2)^2 + 1{,}5$ $\qquad x, y \in \mathbb{R}$

A 2.2

TIPP Da eine Parabel mit einer Gleichung der Form $y = -0{,}5x^2 + bx + c$ nach unten geöffnet ist und der Scheitel die y-Koordinate $y_S = 1{,}5$ hat, gilt für die Wertemenge:

☒ $\{y \mid y \le 1{,}5\}$

A 3.1

TIPP Für jeden der 4 angeschlagenen Töne gibt es jeweils 5 Möglichkeiten, nämlich C, D, E, G, A.

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

A 3.2

TIPP Die Melodie A – C – D – C ist eine der 625 Möglichkeiten.

$\frac{1}{625}$

A 3.3

TIPP Da es 5 verschiedene Töne gibt, gibt es auch 5 verschiedene Möglichkeiten, die Melodie mit demselben Ton zu spielen. Bei 5 der 625 möglichen Melodien wird also viermal dieselbe Taste angeschlagen.

$\frac{5}{625}$