2026

STAR
Prüfung

MEHR ERFAHREN

Realschulabs

Bayern

Mathematik II/III

- ✓ Ausführliche Lösungen
- ✓ Hilfreiche Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können die dazugehörigen Lösungen als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

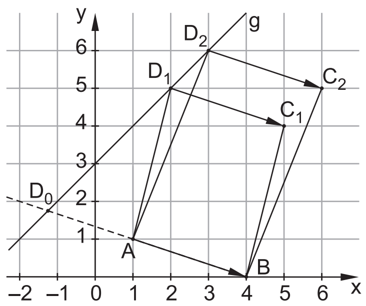
dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Mathematik II/III – Realschulabschluss 2026 Bayern – Prüfungsvorbereitung inkl. Basistraining** (Bestell-Nr. N0910N). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Training Grundwissen und komplexe Aufgaben: Markus Hochholzer, Markus Schmidl
Aufgaben im Stil der Prüfung und Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser

37 a)



Hinweise und Tipps
- Einzeichnen der Geraden g: $y = x + 3$ y-Achsenabschnitt $t = 3$ Steigung $m = 1$
- Einzeichnen der Punkte D_1 und D_2 auf der Geraden g mithilfe der bekannten x-Koordinaten
- Parallelverschiebung des Punktes D_1 auf C_1 mit dem Vektor $\overline{AB}$, ebenso mit D_2

Berechnung des Flächeninhalts von ABC_1D_1:
Zuerst: Koordinaten von D_1:
$y = 2 + 3 = 5$

Einsetzen von $x = 2$ in die Geradengleichung

$D_1(2|5)$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD_1} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Bestimmung des Flächeninhalts mithilfe der Determinante:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} \text{FE} = (3 \cdot 4 - (-1) \cdot 1)\,\text{FE} = (12 + 1)\,\text{FE} = 13\,\text{FE}$$

$\overrightarrow{AB}$ zuerst

b) $D_n(x|x + 3)$, da $y = x + 3$

In Abhängigkeit von x bedeutet: Rechne nicht mit speziellen Koordinaten für D. Verwende die allgemeinen Koordinaten der Punkte D_n, die durch die Funktionsgleichung der Geraden festgelegt sind.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} x-1 \\ x+3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ x+2 \end{pmatrix}$$

Aufspannende Vektoren mit „Spitze minus Fuß“

$$A(x) = \begin{vmatrix} 3 & x-1 \\ -1 & x+2 \end{vmatrix} \text{FE}$$

$A(x) = [3 \cdot (x + 2) - (-1) \cdot (x - 1)]\,\text{FE}$

$A(x) = (3x + 6 + x - 1)\,\text{FE}$

$A(x) = (4x + 5)\,\text{FE}$

c)
$$\begin{array}{|ll} & A(x) = (4x+5)\,\text{FE} \\ \wedge & A \quad = 10\,\text{FE} \\ \hline \end{array}$$

$\Rightarrow \; 10 = 4x + 5 \quad (\mathrm{I} = \mathrm{II}) \quad |-5$

$\Leftrightarrow \; 5 = 4x \quad |:4$

$\Leftrightarrow \; x = \frac{5}{4}$

$\mathbb{L} = \left\{1\frac{1}{4}\right\}$

$$D_n(x|x+3) \;\Rightarrow\; D_3\left(1\frac{1}{4} \,\middle|\, 1\frac{1}{4} + 3\right) = D_3\left(1\frac{1}{4} \,\middle|\, 4\frac{1}{4}\right)$$

$x = 1\frac{1}{4}$ einsetzen

d) Es entsteht kein Parallelogramm mehr, wenn der Punkt D_n auf den Punkt D_0 auf der Geraden AB fällt. Aus dem Parallelogramm wird dann eine Strecke.

siehe Zeichnung in Teilaufgabe a

Hinweise und Tipps

Der Flächeninhalt ist in diesem Fall 0 FE.

$$\left|\begin{array}{l} A(x) = (4x+5)\text{ FE} \\ \wedge \quad A = 0\text{ FE} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \quad 4x+5=0 \quad (\text{I}=\text{II}) \qquad |-5$$
$$\Leftrightarrow \quad 4x=-5 \qquad |:4$$
$$\Leftrightarrow \quad x=-\frac{5}{4}$$
$$L=\left\{-1\frac{1}{4}\right\}$$

oder:

Bestimmung der Geradengleichung von AB:

Steigung von AB: $m=-\frac{1}{3}$

Vektor $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$: y-Koordinate durch x-Koordinate ergibt die Steigung

Einsetzen von B in die Normalform von AB:

Normalform $y=mx+t$ mit $B(4\,|\,0)$ und $m=-\frac{1}{3}$

$$0=-\frac{1}{3}\cdot 4+t$$
$$t=\frac{4}{3}$$

Geradengleichung von AB: $y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$

Berechnung der Koordinaten von D_0:
Schnittpunkt der Geraden g mit AB:

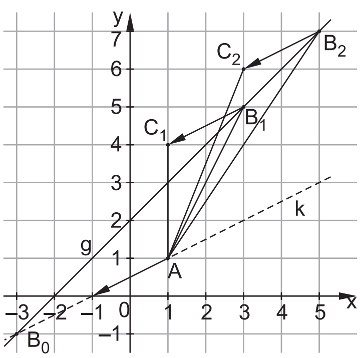
$$\begin{array}{rl} \text{AB:} & \left| \; y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3} \right. \\ \text{g:} & \left| \; \wedge \; y=x+3 \right. \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}=x+3 \quad (\text{I}=\text{II}) \qquad \left|-x-\frac{4}{3}\right.$$
$$\Leftrightarrow \quad -\frac{4}{3}x=\frac{5}{3} \qquad \left|\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right.$$
$$\Leftrightarrow \quad x=-\frac{5}{4}$$
$$L=\left\{-1\frac{1}{4}\right\}$$

Es existieren Parallelogramme ABC_nD_n für $x>-1\frac{1}{4}$.

Für $x<-1\frac{1}{4}$ ändert sich der Umlaufsinn der Parallelogramme.

38 a)



- Zeichnen der Geraden g: $y=x+2$
  y-Achsenabschnitt $t=2$
  Steigung $m=1$ (1 nach rechts, 1 nach oben)
- Einzeichnen der beiden Punkte $B_1(3\,|\,5)$ und $B_2(5\,|\,7)$ auf der Geraden. Die y-Koordinaten erhält man durch Einsetzen der x-Koordinaten in die Geradengleichung $y=x+2$.
- Parallelverschiebung der Punkte B_1 und B_2 mit dem Vektor $\overrightarrow{B_nC_n}=\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$ ergibt die Punkte C_1 und C_2.

  (Von B_n aus jeweils „2 nach links und 1 nach unten“.)

Hinweise und Tipps

b) Flächeninhalt der Dreiecke:

Aufspannende Vektoren:

$\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{B_nA} = \begin{pmatrix} 1-x \\ 1-(x+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-x \\ -1-x \end{pmatrix}$

„Spitze minus Fuß“
Verwende die allgemeinen Koordinaten der Punkte $B_n(x\,|\,x+2)$.

Berechnung des Flächeninhalts mithilfe der Determinante:

$A_{\Delta AB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1-x \\ -1 & -1-x \end{vmatrix}$ FE

Beachte die Reihenfolge der Vektoren in der Determinante.

$A_{\Delta AB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [-2 \cdot (-1-x) - (-1) \cdot (1-x)]$ FE

Tipp: Wenn du die Determinante auflöst, setze immer eine eckige Klammer.

$A_{\Delta AB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [2+2x-(-1+x)]$ FE

Um Vorzeichenfehler zu vermeiden, gehe schrittweise vor und löse die Klammern von innen nach außen auf.

$A_{\Delta AB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot [2+2x+1-x]$ FE

$A_{\Delta AB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot (3+x)$ FE

$A_{\Delta AB_nC_n}(x) = (0{,}5x+1{,}5)$ FE

c) $\begin{array}{|ll} & A(x) = (0{,}5x+1{,}5)\text{ FE} \\ \wedge & A \quad\;\; = 4\text{ FE} \\ \hline \end{array}$

Aus Teilaufgabe b

$\Rightarrow \quad 0{,}5x+1{,}5 = 4 \qquad (\text{I} = \text{II}) \quad |-1{,}5$

$\Leftrightarrow \quad 0{,}5x = 2{,}5 \qquad |:0{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x = 5$

$\mathbb{L} = \{5\}$

Das ist die x-Koordinate von B_2, also hat das Dreieck AB_2C_2 in der Zeichnung den Flächeninhalt 4 FE.

d) Es entsteht kein Dreieck, wenn B_n auf B_0 fällt. Das Dreieck wird dann zu einer Strecke.

Der Flächeninhalt ist in diesem Fall 0 FE.

$\begin{array}{|ll} & A(x) = (0{,}5x+1{,}5)\text{ FE} \\ \wedge & A(x) = 0\text{ FE} \\ \hline \end{array}$

$\Rightarrow \quad 0{,}5x+1{,}5 = 0 \qquad (\text{I} = \text{II}) \quad |-1{,}5$

$\Leftrightarrow \quad 0{,}5x = -1{,}5 \qquad |:0{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x = -3$

$\mathbb{L} = \{-3\}$

oder:

Es entsteht kein Dreieck, wenn die Punkte A, B_n und C_n auf **einer** Geraden liegen.

siehe Zeichnung in Teilaufgabe a

Diese Gerade muss durch A verlaufen und parallel zum Vektor $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sein. Diese Gerade wird mit k bezeichnet und ihre Gleichung berechnet:

Die Steigung der Geraden k ist: $m = \frac{-1}{-2} = 0{,}5$

Vektor $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$: y-Koordinate durch x-Koordinate ergibt die Steigung

Einsetzen von $A(1\,|\,1)$ in die Normalform von k:

Normalform $y = mx + t$ mit $A(1\,|\,1)$ und $m = 0{,}5$

$1 = 0{,}5 \cdot 1 + t$

$\Leftrightarrow \quad t = 0{,}5$

Geradengleichung von k: $y = 0{,}5x + 0{,}5$

Musterprüfung

Teil A

Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

Berechnung des Vektors $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Mit $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (vgl. Angabe) ergeben sich die Steigungen:

$m_{AB} = -\frac{3}{4}$ und $m_{AC} = \frac{4}{3}$

Somit gilt:

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$$

Folglich gilt $AB \perp AC$.

Also ist das Dreieck ABC rechtwinklig.

Mithilfe der Steigungen m_{AB} und m_{AC} der Geraden AB und AC zeigt man, dass diese zueinander senkrecht verlaufen.

Aufgabe A 1.2

$$A_{Segment} = A_{Sektor\ ABC} - A_{\Delta ABC}$$

$$A_{Segment} = \frac{1}{4} \cdot |\overline{AB}|^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|$$

$$A_{Segment} = \left(\frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 5^2\right) \text{FE}$$

$$A_{Segment} = \left(\frac{25}{4} \cdot \pi - \frac{25}{2}\right) \text{FE}$$

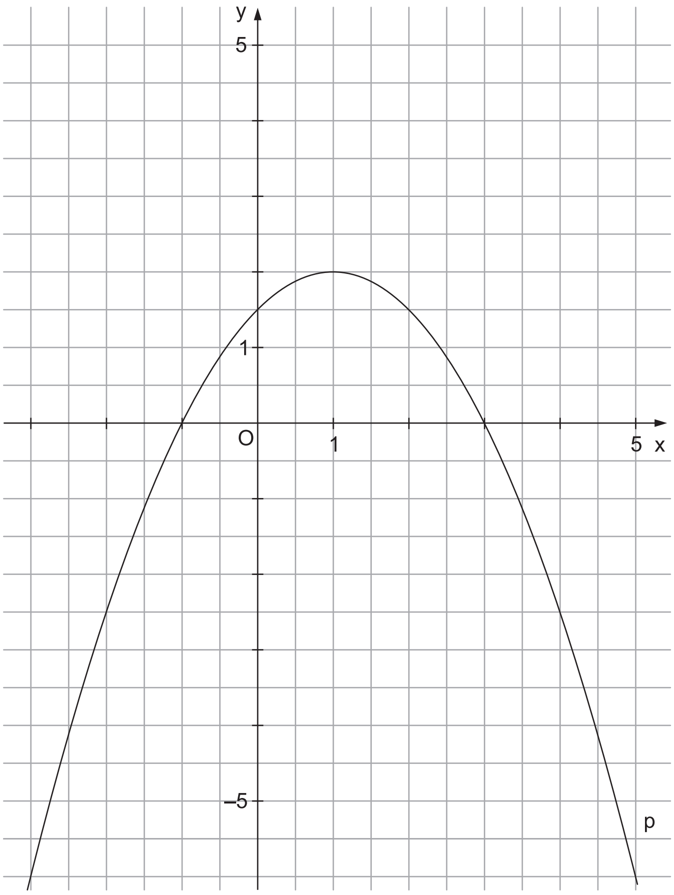
$$A_{Segment} = (6{,}25 \cdot \pi - 12{,}5) \text{ FE}$$

Man zieht vom Flächeninhalt des Kreissektors ABC den Flächeninhalt des Dreiecks ABC ab.

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei A. Somit handelt es sich beim Kreissektor ABC um einen Viertelkreis. Die Längen der Dreiecksseiten $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ entsprechen dem Radius des Viertelkreises: $|\overline{AB}| = 5$ LE und $|\overline{AC}| = 5$ LE

Hinweise und Tipps

Aufgabe A 2



Die Parabel p hat den Scheitel S(1 | 2), ist nach unten geöffnet und mit dem Faktor 0,5 gestaucht.

- Von S geht man um 1 LE nach links bzw. rechts und um $0{,}5 \cdot 1^2$ LE = 0,5 LE nach unten.
- Von S geht man um 2 LE nach links bzw. rechts und um $0{,}5 \cdot 2^2$ LE = 2 LE nach unten.
- Von S geht man um 3 LE nach links bzw. rechts und um $0{,}5 \cdot 3^2$ LE = 4,5 LE nach unten …

Aufgabe A 3

$$0{,}5x^2 + 18 = 6x \quad \big| -6x \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad 0{,}5x^2 - 6x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{-(-6) - \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot 18}}{2 \cdot 0{,}5} \;\vee\; x = \frac{-(-6) + \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot 18}}{2 \cdot 0{,}5}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{6-0}{1} \;\vee\; x = \frac{6+0}{1}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 6$$

$\mathbb{L} = \{6\}$

oder:

$$0{,}5x^2 - 6x + 18 = 0 \quad \big| \cdot 2 \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-6)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 6$$

$\mathbb{L} = \{6\}$

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2024

Teil A

Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

$y = -3 \cdot (x-4)^2 + 5$ $\qquad x, y \in \mathbb{R}$

Die Gleichung der Parabel p in Scheitelpunktsform hat folgende Form: $y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$, wobei $S(x_S \mid y_S)$ der Scheitel der Parabel ist.
Hier gilt für den Scheitel $S(4 \mid 5)$.
Weiterhin ist die Parabel nach unten geöffnet, also ist a negativ.
Geht man vom Scheitel um 1 LE nach rechts, so muss man um 3 LE nach unten gehen, um auf der Parabel zu „landen". (Bei einer nach unten geöffneten Normalparabel wäre es: 1 LE nach rechts, 1 LE nach unten.) Somit ist $a = -3$.

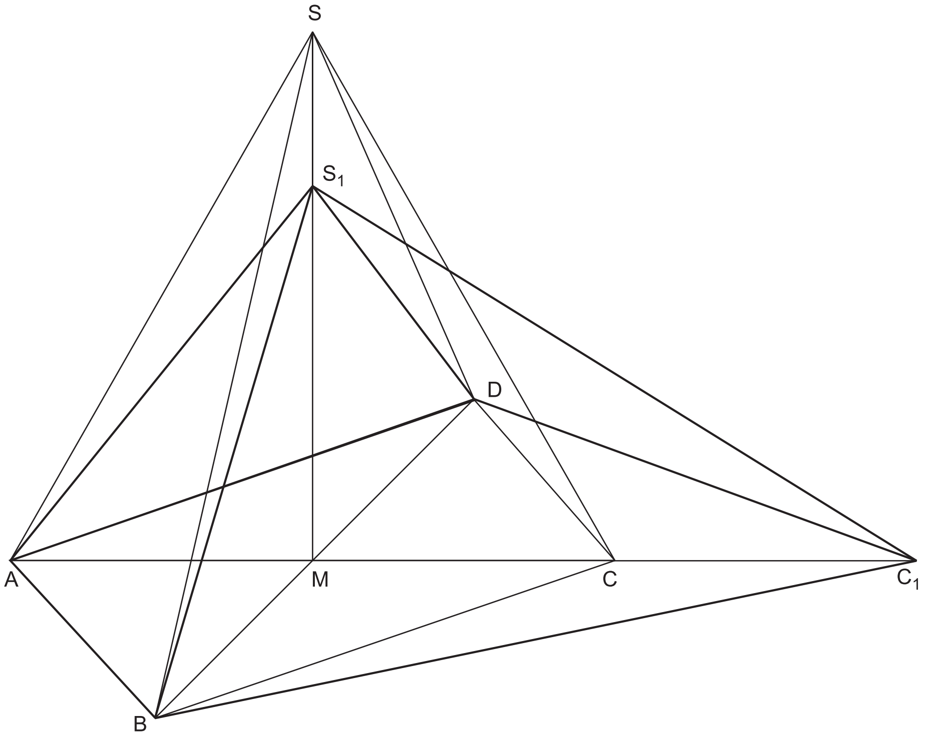
Aufgabe A 1.2

Mögliche Lösungen:
$y = 6$ oder $y = 5{,}5$ $(y \in \mathbb{R})$

Weitere Lösungen:
$y = x + 5$ oder $y = 2x + 3$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Es gibt hier unendlich viele Lösungen.
Offensichtlich schneiden Parallele zur x-Achse, die oberhalb des Scheitels verlaufen, die Parabel p nicht.

Aufgabe A 2.0



Hinweise und Tipps

Aufgabe A 2.1

Einzeichnen der Pyramide ABC_1DS_1 für $x = 2$

- Die Strecken $\overline{AC_n}$ liegen auf der Schrägbildachse und werden somit in wahrer Länge gezeichnet.
- Man erhält C_1 durch Verlängerung von $\overline{AC}$ über C hinaus um $2 \cdot \underline{2\text{ cm}} = 4$ cm.
- Die Strecken $\overline{MS_n}$ liegen in der Zeichenebene und werden somit in wahrer Länge gezeichnet.
- Man erhält S_1, indem man die Strecke $\overline{MS}$ von S aus um 2 cm verkürzt.

Aufgabe A 2.2

$\boxed{\times}$ $V(x) = (16 + 4x) \cdot (7 - x)\ \text{cm}^3$

Es gilt:
$(8 + 2x) \cdot (7 - x) = 56 - 8x + 14x - 2x^2 = 56 + 6x - 2x^2$,
somit scheiden die Antworten 1 und 2 aus.
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 = 2$, bei Antwort 4 wurden aber beide Klammern mit 2 multipliziert.
Auch diese Antwort scheidet somit aus.

Aufgabe A 3

Die Breite von drei Fingern beträgt ungefähr 6 cm und entspricht etwa dem Durchmesser einer Kugel.

Somit gilt für den Zylinder: $r \approx 3$ cm; $h \approx 10 \cdot 6\text{ cm} = 60$ cm

$V = r^2\,\pi \cdot h$

$V \approx 3^2 \cdot 3 \cdot 60\ \text{cm}^3$

$V \approx 27 \cdot 60\ \text{cm}^3$

$V \approx 30 \cdot 60\ \text{cm}^3$

$V \approx 1\,800\ \text{cm}^3$

Die Verpackung hat ein Volumen von etwa 1 800 cm^3.

Ausgehend von der Breite eines Fingers – die mit dem Geodreieck an der eigenen Hand abgeschätzt werden kann – lässt sich auf den Durchmesser einer Kugel schließen.

Aufgabe A 4

$5^2 + 12^2 = 13^2$

$25 + 144 = 169$

$169 = 169 \quad (\text{wahr})$

Folglich ist das Dreieck ABC rechtwinklig beim Eckpunkt A.

Das Dreieck ist rechtwinklig, wenn für die Seitenlängen der Satz des Pythagoras gilt.
$\overline{BC}$ ist die längste Seite und müsste somit der Hypotenuse entsprechen.
Der rechte Winkel liegt gegenüber der Hypotenuse.