

2026

**STARK**  
Prüfung  
**MEHR**  
**ERFAHREN**

**Berufliches**

Baden-Württemberg

**Mathematik eAN**

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Offizielle Musterprüfung



# Inhalt

Vorwort  
Stichwortverzeichnis

## **Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung in Mathematik (eAN)**

Ablauf der Prüfung .....	I
Arbeit mit diesem Buch .....	III
Inhalte des gültigen Bildungsplans (eingeführt zum Schuljahr 2021/22) .....	IV
Leistungsanforderung und Bewertung .....	V
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung .....	VII
Besondere Hinweise zum neuen Aufgabentyp „Problemlöseaufgabe“ .....	IX

## **Schriftliche Abiturprüfung 2022 (Auswahl)**

### **Teil 1 (ohne Hilfsmittel)**

Aufgabe 1: Analysis .....	2022-1
Aufgabe 2: Stochastik .....	2022-2
Aufgabe 3: Lineare Algebra: Wahlgebiet Vektorgeometrie .....	2022-3

### **Teil 2 – Analysis**

#### **Anwendungsorientierte Analysis**

Aufgabe 2: CO <sub>2</sub> -Absorption, exponentielles Wachstum, prozentualer Anteil .....	2022-20
Aufgabe 4: Vase, Modellierung, Flächeninhalt, Fassungsvermögen, Höhe .....	2022-24

### **Teil 3 – Stochastik**

Aufgabe 1: Medienverhalten, statistische Erhebung, bedingte Wahrscheinlichkeit, Binomialverteilung, Mindestanzahl .....	2022-28
Aufgabe 2: Urne, Ziehen ohne Zurücklegen, Mindestanzahl .....	2022-33

### **Teil 4 – Lineare Algebra: Wahlgebiet Vektorgeometrie**

Aufgabe 1: U-Boot, Abtauchvorgang, Geschwindigkeit, Abstand .....	2022-40
---	---------

## **Schriftliche Abiturprüfung 2023 (Auswahl)**

### **Teil 1 (ohne Hilfsmittel)**

Aufgabe 1: Analysis .....	2023-1
Aufgabe 2: Stochastik .....	2023-2
Aufgabe 3: Lineare Algebra: Wahlgebiet Vektorgeometrie .....	2023-3

## Teil 2 – Analysis

Aufgabe 1: $f(x) = -x^4 - x^2 + 2; x \in \mathbb{R}$ .....	2023-16
h(x) = e <sup>x</sup> + x; x ∈ ℝ	

## Anwendungsorientierte Analysis

Aufgabe 2: Teekannen, Abkühlvorgang, Raumtemperatur, größte Abweichung ..	2023-21
Aufgabe 3: Gezeitenkraftwerk, Flut und Ebbe, Wasserzu- und -abfluss, Änderungsrate, Fassungsvermögen .....	2023-25

## Teil 3 – Stochastik

Aufgabe 2: Sträucher, Lieferung, Kontrolle, bedingte Wahrscheinlichkeit, Vertrauensintervall, Stichprobenumfang .....	2023-31
--	---------

## Teil 4 – Lineare Algebra: Wahlgebiet Vektorgeometrie

Aufgabe 2: Sonnensegel, Pfosten, Befestigung, Stoffmenge, Kosten, Sonnenlicht ..	2023-35
--	---------

---

# Offizielle Musterprüfung für 2024

---

## Teil A (ohne Hilfsmittel)

### Pflichtteil

Aufgabe 1: Analysis .....	M-2
Aufgabe 2: Analysis .....	M-2
Aufgabe 3: Stochastik .....	M-3
Aufgabe 4: Vektorgeometrie .....	M-3

### Wahlteil

Aufgabe 5 – Auswahl I: Analysis .....	M-4
Aufgabe 5 – Auswahl II: Analysis .....	M-4
Aufgabe 5 – Auswahl III: Stochastik .....	M-4
Aufgabe 5 – Auswahl IV: Stochastik .....	M-5
Aufgabe 6 (PLA): Vektorgeometrie .....	M-5

## Teil B

### Aufgabe 1: Analysis

Lehrerauswahl I: $g(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}(x-1)\right) + 1; f(x) = -e^{\ln(2)x} + 2$ .....	M-19
$w(x) = \frac{16}{5}\sqrt{x} - \frac{3}{4}x + \frac{1}{5}; 0 \leq x \leq 10$ : Weinglas, Modellierung	

Lehrerauswahl II: $g(x) = \frac{5}{2}x^2 \cdot (2x+3); h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ .....	M-30
$p(x) = 1000e^{-\frac{x}{8}}; x \in \mathbb{R}_0^+$ : Luftdruck, exponentielle Abnahme	

### Aufgabe 2: Stochastik

Lehrerauswahl I: Zufriedenheit mit Bürgermeister, Binomialverteilung, Höchstanzahl, Vertrauensintervall, bedingte Wahrscheinlichkeit .....	M-39
Lehrerauswahl II: Herstellung, Binomialverteilung, bedingte Wahrscheinlichkeit, Konfidenzintervall, Wahrscheinlichkeitsverteilung .....	M-46

### Aufgabe 3: Lineare Algebra

Lehrerauswahl I: Museum, Pyramide, Winkel, Kosten, Flächeninhalt, Kamera, Matrizenmultiplikation .....	M-52
Lehrerauswahl II: Minigolfbahn, Ebene, Rechteck, Flächeninhalt, Winkel .....	M-60

## Zwei weitere Problemlöseaufgaben

Gasleitung	.....	M-69
Pooltestung	.....	M-74

## Schriftliche Abiturprüfung 2024

---

### Teil A (ohne Hilfsmittel)

#### Pflichtteil

Aufgabe 1: Analysis	.....	2024-1
Aufgabe 2: Analysis	.....	2024-1
Aufgabe 3: Stochastik	.....	2024-1
Aufgabe 4: Lineare Algebra	.....	2024-2

#### Wahlteil

Aufgabe 5 – Auswahl I: Analysis	.....	2024-2
Aufgabe 5 – Auswahl II: Analysis	.....	2024-3
Aufgabe 5 – Auswahl III: Lineare Algebra	.....	2024-3
Aufgabe 5 – Auswahl IV: Lineare Algebra	.....	2024-3
Aufgabe 6 (PLA): Stochastik	.....	2024-3

### Teil B

#### Aufgabe 1: Analysis

Lehrerauswahl I: $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}$ ; $x \in \mathbb{R}$	.....	2024-18
CO <sub>2</sub> -Konzentration, Modellierung		

Lehrerauswahl II: $f(x) = a \cdot x^2 \cdot (x - 4)$ ; $x \in \mathbb{R}$	.....	2024-26
$k(t) = 20 \cdot t \cdot e^{-t}$ ( $t \geq 0$ ): Konzentration eines Medikamentes		

#### Aufgabe 2: Stochastik

Lehrerauswahl I: Marathonlauf, Binomialverteilung, stochastische Unabhängigkeit, Laufzeit, Normalverteilung	.....	2024-36
Lehrerauswahl II: Pflegeprodukt, Binomialverteilung, Vierfeldertafel, stochastische Abhängigkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Gewinn	.....	2024-43

#### Aufgabe 3: Lineare Algebra

Lehrerauswahl I: Gewächshaus, Flächeninhalt, Neigungswinkel, Sonnensegel, gleichschenkliges Dreieck, Interpretation	.....	2024-48
Lehrerauswahl II: Ebene, Spurpunkte, Quadrat, Pyramide, Schattenpunkt	.....	2024-55

---

**Schriftliche Abiturprüfung 2025** ..... [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen (Zugangscode vgl. vorne im Buch).



Bei **MySTARK** finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil, inklusive **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen; teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
- **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht  
Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2026 unter:  
[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)

### **Lösungen der Aufgaben:**

---

Karen Grabarek (2023 bis 2025; Musterprüfung)

Jens Hatzenbühler (2023 bis 2025; Musterprüfung; 2022: Analysis Teil 2)

Ulrich Müller (2023 bis 2025; Musterprüfung; 2022: Teil 1, Stochastik, Vektorgeometrie)

# Vorwort

Liebe Abiturientin, lieber Abiturient,

haben Sie Mathematik als Kernkompetenzfach auf erhöhtem Anforderungsniveau gewählt, ist die schriftliche Abiturprüfung in Mathematik verpflichtend vorgeschrieben.

Das vorliegende Buch soll Ihnen helfen, sich optimal auf die **schriftliche Abiturprüfung in Mathematik auf erhöhtem Anforderungsniveau** (eAN) vorzubereiten. Es wendet sich an Abiturienten und Abiturientinnen der Beruflichen Gymnasien:

- AG: Agrarwissenschaftliches Gymnasium
- BTG: Biotechnologisches Gymnasium
- EG: Ernährungswissenschaftliches Gymnasium
- SGG: Sozial- und gesundheitswissenschaftliches Gymnasium
- TG: Technisches Gymnasium
- WG: Wirtschaftswissenschaftliches Gymnasium

Das Buch enthält die vollständige **Abiturprüfung 2024**, die **offizielle Musterprüfung** für das Abitur ab 2024 sowie eine **Auswahl** weiterhin zur Vorbereitung geeigneter Aufgaben der **Original-Abiturprüfungen 2022 und 2023**.

Die vollständige **Abiturprüfung 2025** steht Ihnen auf der Plattform MySTARK zum Download zur Verfügung.

Zu allen Aufgaben finden Sie **ausführliche Lösungen**. Die beste Vorbereitung auf das Abitur wäre, die Aufgaben selbstständig zu lösen. Da das vielleicht nicht in jedem Fall reibungslos klappt, haben wir zu jeder Aufgabe  **Hinweise und Tipps** hinzugefügt, die Ihnen den Einstieg in die Aufgabe erleichtern sollen.

Beachten Sie bei der Arbeit mit diesem Buch insbesondere die „Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung in Mathematik (eAN)“.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2026 vom Kultusministerium Baden-Württemberg bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MySTARK.

Wir wünschen Ihnen allen viel Erfolg bei Ihrer Prüfungsvorbereitung und Ihrer Abiturprüfung.

*Ihr Autorenteam*



# Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung in Mathematik (eAN)

## Ablauf der Prüfung

---

### Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

Die schriftliche Abiturprüfung wird seit 2024 in vier Fächern abgelegt:

- im jeweiligen Profilfach
- im fünfstündig gewählten Kernkompetenzfach Deutsch oder Mathematik auf erhöhtem Anforderungsniveau
- im vierstündigen Kernkompetenzfach Deutsch oder Mathematik auf grundlegendem Anforderungsniveau oder in einer fortgeführten Fremdsprache
- in einem 4. schriftlichen Prüfungsfach

Zusätzlich gilt: Eines Ihrer Prüfungsfächer muss Mathematik oder eine Naturwissenschaft sein.

Genauere Informationen finden Sie im **Leitfaden für die gymnasiale Oberstufe** des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport, der jedes Jahr neu herausgegeben wird.

### Aufbau der Prüfungsaufgaben

Bitte beachten Sie, dass nach der schriftlichen Abiturprüfung im Jahr 2024 eine Anpassung der Prüfungsmodalitäten im Fach Mathematik durch das Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg stattgefunden hat.

Die in diesem Prüfungsband abgedruckte Musterprüfung sowie die schriftliche Abiturprüfung aus dem Jahr 2024 beziehen sich auf die damals gültigen Prüfungsmodalitäten. Die wesentlichen Veränderungen betreffen den Aufgabenteil B der Abiturprüfung. Statt ehemals max. 90 BE sind ab der Prüfung 2025 nur noch max. 70 BE zu erreichen.

Diese Veränderungen betreffen nicht die Inhalte der schriftlichen Prüfung.

Die aktuell gültigen Prüfungsmodalitäten sind nachfolgend beschrieben.

Die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik auf erhöhtem Anforderungsniveau besteht aus zwei Prüfungsteilen: Teil A (ohne Hilfsmittel) und Teil B (mit zugelassenen Hilfsmitteln). Beide Teile beinhalten jeweils Prüfungsaufgaben aus den drei Sachgebieten Analysis, Stochastik und Lineare Algebra.

Das Sachgebiet Lineare Algebra umfasst dabei die Themengebiete Vektorgeometrie und Matrizen. Die Prüfungsaufgaben aus diesem Sachgebiet können dabei ausschließlich aus einem der beiden Themengebiete stammen – entweder nur Vektorgeometrie bzw. nur Matrizen – oder aus beiden Themengebieten zusammengestellt sein.

Beim Themengebiet Matrizen sind die Inhalte in der schriftlichen Prüfung so gewählt, dass sie unabhängig von der Profilierung – Produktionsprozesse (WG), Abbildungen (TG), Austausch- und Populationsprozesse (AG, BTG, EG, SGG) – gelöst werden können.

Die Aufgaben im Fach Mathematik (eAN) bestehen aus zwei Teilen nach dem folgenden Schema:

Teil	Aufgabe	Stoffgebiet	BE	Auswahl
Teil A (ohne Hilfsmittel)	1	Analysis	5	keine Auswahl (Pflicht)
	2	Analysis	5	keine Auswahl (Pflicht)
	3	Stochastik	5	keine Auswahl (Pflicht)
	4	Lineare Algebra	5	keine Auswahl (Pflicht)
	5 (I)	Stoffgebiet 1	5	Schülerauswahl: Entweder zwei Aufgaben mit je 5 BE aus den Aufgaben 5 (I) bis 5 (IV) oder: Aufgabe 6 mit 10 BE ( <b>ProblemLöseAufgabe</b> )
	5 (II)		5	
	5 (III)	Stoffgebiet 2	5	
	5 (IV)		5	
	6 (PLA)	Stoffgebiet 3	10	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	1 (I)	Analysis	30	Die Auswahl erfolgt durch die Lehrperson.
	1 (II)	Analysis	30	
	2 (I)	Stochastik	20	Die Auswahl erfolgt durch die Lehrperson.
	2 (II)	Stochastik	20	
	3 (I)	Lineare Algebra	20	Die Auswahl erfolgt durch die Lehrperson.
	3 (II)	Lineare Algebra	20	

Zu Beginn der Prüfung werden **alle** Aufgaben an die Schülerinnen und Schüler ausgeteilt, getrennt nach Teil A und Teil B.

Im **Teil A** (ohne Hilfsmittel) sind **keine Hilfsmittel** zugelassen. Bei der Bearbeitung von **Teil B** ist die **Nutzung aller zugelassenen Hilfsmittel erlaubt**. In Baden-Württemberg sind dies ein wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR) ohne Handbuch sowie die **mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung** des Instituts für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik>) bzw. eine für die beruflichen Schulen eingeführte **Merkhilfe** (Stand Juni 2025). Weitere Hilfsmittel sind nicht erlaubt.

Nach Abgabe der bearbeiteten Aufgaben aus Teil A (ggf. mit Ausnahme der PLA) erhält die Schülerin/der Schüler die zugelassenen Hilfsmittel (siehe oben). Teil A kann dann nachträglich nicht mehr bearbeitet werden.

Insgesamt können in der Prüfung **100 Bewertungseinheiten (BE)** erreicht werden. Davon sind maximal **30 BE** im **Teil A** und maximal **70 BE** im **Teil B** erreichbar.

### Teil A:

Für die ersten vier Aufgaben aus Teil A besteht keine Auswahlmöglichkeit. Diese vier Aufgaben aus dem Pflichtteil müssen alle wie vorgelegt bearbeitet werden. Zwei Aufgaben sind dabei aus dem Sachgebiet Analysis und je eine weitere Aufgabe aus dem Sachgebiet Stochastik bzw. Lineare Algebra. Jede dieser vier Aufgaben umfasst 5 BE.

Für die restlichen 10 BE im Teil A besteht eine Schülerauswahl. Die Schülerinnen und Schüler erhalten insgesamt vier Aufgaben mit jeweils 5 BE (Aufgabe 5 (I) bis (IV)) und eine **ProblemLöseAufgabe** (PLA) mit insgesamt 10 BE (Aufgabe 6).

Die Aufgaben 5 (I) bis 5 (IV) und Aufgabe 6 decken die drei Sachgebiete (Analysis, Stochastik und Lineare Algebra) ab (insgesamt 10 BE je Sachgebiet). Dabei ist nicht vorgegeben, aus welchem Sachgebiet die PLA stammt. Dies kann von Jahr zu Jahr variieren.

Die Schülerinnen und Schüler haben die Möglichkeit, zwei der vier Aufgaben 5 (je 5 BE) **oder** die PLA (10 BE) zu wählen. Bei der Auswahl aus den Aufgaben 5 (I) bis 5 (IV) ist die Wahl des Sachgebiets irrelevant. Es können dabei zwei Aufgaben aus demselben Sachgebiet oder aber je eine Aufgabe aus einem der beiden Sachgebiete gewählt werden. Entscheidet sich die Schülerin/der Schüler für die PLA (Aufgabe 6), so stehen zum Bearbeiten alle zugelassenen Hilfsmittel zur Verfügung, d. h., diese wird in Teil B (mit Hilfsmitteln) bearbeitet.

### **Teil B:**

In Prüfungsteil B müssen drei Aufgaben bearbeitet werden. Eine aus dem Sachgebiet Analysis, eine aus dem Sachgebiet Stochastik und eine aus dem Sachgebiet Lineare Algebra. Im Sachgebiet Analysis sind maximal 30 BE (ehemals 40 BE), in den Sachgebieten Stochastik und Lineare Algebra sind jeweils maximal 20 BE (ehemals 25 BE) zu erreichen.

Die Auswahl der drei Aufgaben trifft vor Beginn der Prüfung die Lehrperson. Dieser liegen zwei Aufgaben je Sachgebiet vor, aus denen sie jeweils genau eine Aufgabe auswählt. Alle drei Aufgaben der Lehrerauswahl sind von den Schülerinnen und Schülern in der Prüfung zu bearbeiten.

### **Bearbeitungszeit:**

Die Bearbeitungszeit beträgt **insgesamt 300 Minuten**. Die Reihenfolge der Bearbeitung und der Zeitaufwand pro Aufgabe bleiben grundsätzlich der Schülerin/dem Schüler überlassen. Jedoch muss die **Abgabe von Teil A spätestens nach 110 Minuten** erfolgen.

Als Orientierung kann man einen Zeitrichtwert von 3 Minuten je BE (inklusive Auswahlzeit im Aufgabenteil A) einplanen. Dies ist jedoch nur als Empfehlung zu verstehen.

Eine Pause zwischen den Aufgabenteilen findet nicht statt.

## **Arbeit mit diesem Buch**

---

Zur Orientierung für die Struktur der Abiturprüfung dienen die Aufgaben der **Musterprüfung** und der **Prüfungen 2024 und 2025**. Die Abituraufgaben der früheren Jahre weisen die bisherige Struktur nach dem alten Bildungsplan auf. Da die Inhalte dieser alten Abiturprüfungen jedoch weitestgehend deckungsgleich mit dem neuen Bildungsplan sind, empfiehlt es sich, auch diese zur Vorbereitung für die Abiturprüfung 2026 zu verwenden.

Falls Sie bei einer Aufgabe nicht gleich eine Idee zur Lösung haben, helfen Ihnen die  **Hinweise und Tips**, einen Einstieg in die Aufgabe zu finden. Ihre erarbeitete Lösung können Sie mit den abgedruckten **ausführlichen Lösungsvorschlägen** vergleichen.

Üben Sie außerdem die Verwendung der Formelsammlung bzw. Merkhilfe bei der Lösung der Aufgaben im Teil B; Sie finden die aktuelle Fassung der Merkhilfe auf den Seiten des Landesbildungsservers Baden-Württemberg (<https://www.schule-bw.de>).

Die folgende Auflistung gibt einen groben Überblick über die Inhalte des gültigen Bildungsplans für das berufliche Gymnasium; für detaillierte Auskünfte steht der ausführliche Bildungsplan zur Verfügung. Sie finden diesen unter <https://www.bildungsplaene-bw.de>.



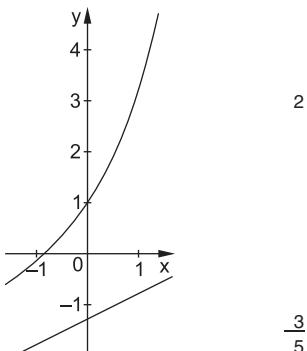
**Pflichtteil**

BE

**Aufgabe 1: Analysis**

Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x$ .

- a Begründen Sie, dass der Graph von  $f$  und der Graph der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $g$  mit  $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$  keinen gemeinsamen Punkt besitzen.
- b Für eine positive reelle Zahl  $c$  wird die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $g_c$  mit  $g_c(x) = \frac{1}{2}x - c$  betrachtet.  
Die Abbildung zeigt die Graphen von  $f$  und  $g_c$ .  
Die beiden Graphen schließen mit der  $y$ -Achse und der Gerade mit der Gleichung  $x = 1$  eine Fläche mit dem Inhalt 3 ein.  
Berechnen Sie  $c$ .



2

$\frac{3}{5}$

**Aufgabe 2: Analysis**

Die Funktion  $f$  ist gegeben durch  $f(x) = x^3 + x$ ;  $x \in \mathbb{R}$ . Das Schaubild von  $f$  ist K.

- a Zeigen Sie, dass K keine waagrechte Tangente besitzt.  
Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an K mit der Steigung 1.
- b Eine der folgenden Abbildungen zeigt das Schaubild einer Stammfunktion von  $f$ .  
Begründen Sie, welche dies ist.

3

$\frac{2}{5}$

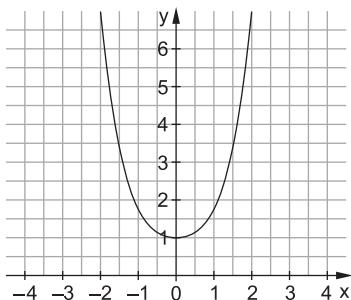


Abb. 1

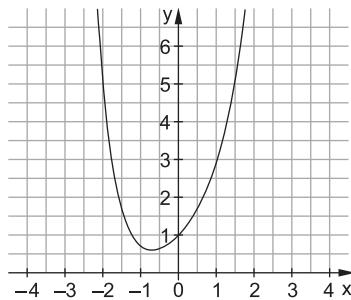


Abb. 2

## Hinweise und Tipps – Pflichtteil

### Aufgabe 1: Analysis

#### a Tipp:

Setzen Sie zur Bestimmung der gemeinsamen Punkte (= Schnittpunkte) die Funktions-  
terme gleich. Zeigen Sie, dass die Gleichung keine Lösung besitzt.

#### b Tipps:

- Skizzieren Sie die Problemstellung. Dabei ist die Gerade mit der Gleichung  $x=1$  eine Parallele zur y-Achse, welche die x-Achse bei 1 schneidet. Markieren Sie die gesuchte Fläche in der Skizze.
- Welche Lage haben die beiden Graphen zueinander? Schneiden sie sich auf dem angegebenen Intervall? Welcher Graph liegt im angegebenen Intervall oberhalb?
- Bestimmen Sie das Integral, welches die gesuchte Fläche zwischen den zwei Kurven angibt.
- Setzen Sie den Integralwert mit dem angegebenen Flächeninhalt gleich und lösen Sie die Gleichung nach c auf.

### Aufgabe 2: Analysis

#### a Tipps:

- Was gibt die erste Ableitung einer Funktion an?
- Eine waagrechte Tangente hat die Steigung null ( $m=0$ ).
- Bestimmen Sie durch Ableiten die erste Ableitungsfunktion  $f'$ . Setzen Sie diese mit null gleich und zeigen Sie, dass die Gleichung  $f'(x)=0$  zu keiner Lösung führt.
- Wie lautet die Gleichung einer Tangente allgemein?
- Welche Informationen sind über die gesuchte Tangentengleichung bereits bekannt?
- Wie erhält man den Berührpunkt, an dem die Tangente an K anliegt?

#### b Tipps:

- Welche grafischen Zusammenhänge zwischen einer Funktion und ihrer Stammfunktion existieren?
- Welche Eigenschaften besitzt das Schaubild von  $f$  und inwieweit kann man darüber Aussagen über das Schaubild ihrer Stammfunktion treffen?

### Aufgabe 3: Stochastik

#### a Tipp:

Die Dichtefunktion einer Normalverteilung ist symmetrisch zur Geraden  $x=\mu$ . Dabei ist  $\mu$  der Erwartungswert. Lesen Sie aus der Abbildung diesen Wert für  $x$  ab.

#### b Tipps:

- Die Gesamtfläche unter der Dichtefunktion hat den Wert 1.
- Überlegen Sie, wie groß die Fläche unter der Kurve wird, wenn  $X$  nur den einzelnen Wert 2,4 annimmt.

#### c Tipps:

- Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass  $X$  einen Wert zwischen 1 und 1,4 annimmt, entspricht der Fläche unter der Dichtefunktion im Intervall  $[1; 1,4]$ .
- Markieren Sie diese Fläche in der Abbildung.
- Wie lässt sich die Fläche ohne Hilfsmittel möglichst einfach (näherungsweise) berechnen?

## Lösungen – Pflichtteil

### Aufgabe 1: Analysis

#### a Begründung, dass keine gemeinsamen Punkte existieren

Zur Bestimmung der gemeinsamen Punkte werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

Anschließend wird die Gleichung nach x umgeformt:

$$f(x) = g(x)$$

$$e^x + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x - 1 \quad \left| -\frac{1}{2}x \right.$$

$$e^x = -1$$

Die Gleichung  $e^x = -1$  hat keine Lösung, da  $e^x > 0$  (positiv) ist für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

Der Graph von f und der Graph von g besitzen somit keinen gemeinsamen Punkt.

#### b Bestimmung eines Parameters mithilfe der Integralrechnung

Gesucht ist der Wert für den Parameter c, der sich durch die Fläche zwischen zwei Kurven bestimmt. Die untere Integralgrenze ergibt sich aus der Beschränkung durch die y-Achse ( $a=0$ ) und die obere Integralgrenze ergibt sich durch die Beschränkung mit der Parallelen zur y-Achse ( $b=1$ ).

Die Abbildung zeigt, dass der Graph der Funktion f auf dem Intervall  $[0; 1]$  oberhalb des Graphen der Funktion  $g_c$  (=Gerade) liegt. Daher kann man die Fläche mithilfe eines Integrals ermitteln (keine Schnittstelle, siehe Teilaufgabe a). Um einen positiven Integralwert zu erhalten, muss man die Differenz  $f(x) - g_c(x)$  bilden.

Der Parameter c soll so bestimmt werden, dass die Fläche zwischen den zwei Graphen von f und  $g_c$  auf dem Intervall  $[0; 1]$  den Inhalt 3 hat. Man setzt das Integral mit 3 gleich und löst die Gleichung nach c auf:

$$\int_0^1 (f(x) - g_c(x)) dx = 3$$

$$\int_0^1 \left( e^x + \frac{1}{2}x - \left( \frac{1}{2}x - c \right) \right) dx = 3$$

$$\int_0^1 \left( e^x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x + c \right) dx = 3$$

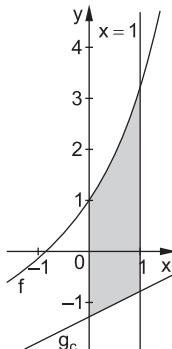
$$\int_0^1 (e^x + c) dx = 3$$

$$\left[ e^x + cx \right]_0^1 = 3$$

$$e^1 + c - (e^0 + c \cdot 0) = 3$$

$$e + c - 1 = 3 \quad | +1 - e$$

$$c = 4 - e$$



Anmerkung: Die Skizze ist nicht Teil der erwarteten Lösung. Sie soll Ihnen helfen, die Problemstellung besser zu verstehen.



## Aufgabe 2 – Lehrerauswahl II: Stochastik

BE

Ein Unternehmen lässt ein neues Pflegeprodukt auf Verträglichkeit prüfen. Tests ergaben, dass 91 % der Anwender das Produkt vertragen. Bei den anderen Anwendern trat eine Unverträglichkeit auf.

- a Es werden nacheinander 20 zufällig ausgewählte Testpersonen befragt. Berechnen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:  
E<sub>1</sub>: Nur die dritte Testperson verträgt das Produkt nicht.  
E<sub>2</sub>: Genau 18 Testpersonen vertragen das Produkt.  
E<sub>3</sub>: Mindestens 70 % der Testpersonen vertragen das Produkt. 5
- b 200 Personen nutzen das Pflegeprodukt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Anzahl der Personen, die das Produkt nicht vertragen, zwischen 14 und 22 liegt. 3

Bei den Unverträglichkeiten der Testpersonen kann es sich um eine Allergie (A) oder um eine Irritation (I) handeln. Beide Unverträglichkeiten können einzeln oder auch gemeinsam auftreten. Bei 5,5 % aller Testpersonen tritt eine Allergie auf. Von diesen haben 90 % keine Irritation.

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
I			
$\bar{I}$		0,91	
$\Sigma$			

- c Übertragen Sie die Vierfeldertafel auf Ihr Blatt und vervollständigen Sie diese. (zur Kontrolle:  $P(A \cap I) = 0,0055$ ) 3
- d Zeigen Sie, dass das Auftreten der beiden Unverträglichkeiten stochastisch abhängig voneinander ist. 2
- e Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass entweder eine Allergie oder eine Irritation auftritt. 3
- f Nachdem eine Testperson das Pflegeprodukt anwendet, tritt bei ihr eine Irritation auf. Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie auch allergisch reagiert. 2

Die Kosten für die Herstellung des Pflegeprodukts betragen 0,50 € pro Stück, der Kaufpreis 9,50 € pro Stück. Das Unternehmen erstattet den gesamten Kaufpreis, wenn der Kunde dies begründet beantragt. Dafür muss angegeben werden, ob dies entweder aufgrund einer Unverträglichkeit oder aus sonstigen Gründen geschieht. Alle Kunden mit auftretender Unverträglichkeit beantragen eine Rückerstattung.

- g Das Unternehmen möchte einen durchschnittlichen Gewinn von mindestens 6,50 € pro Stück erwirtschaften. Berechnen Sie, wie groß der Anteil aller Kunden höchstens sein darf, welche die Rückerstattung aus sonstigen Gründen beantragen. 7

## Hinweise und Tipps

- a    **Tipps:**
- Um welche Art von Zufallsexperiment handelt es sich?
  - E<sub>1</sub>: Überlegen Sie, wie viele Äste eines Baumdiagramms zu diesem Ereignis gehören. Beachten Sie, dass „nur die dritte Testperson“ das Produkt nicht verträgt.
  - E<sub>2</sub>: Verwenden Sie die Bernoulli-Formel und die Funktion Ihres WTR.
  - E<sub>3</sub>: Wie viele Personen sind „mindestens 70 %“ von 20 zufällig ausgewählten Testpersonen? Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit mit dem Gegenereignis und nutzen Sie die Funktion der kumulierten Wahrscheinlichkeit Ihres WTR.
- b    **Tipps:**
- Beachten Sie, dass sich die Anzahl der Testpersonen auf 200 erhöht hat.
  - Die Formulierung der Aufgabe ist nicht ganz präzise. Sie können aber davon ausgehen, dass die Randwerte 14 und 22 zur gefragten Wahrscheinlichkeit dazugehören. Nutzen Sie auch hier die Funktion der kumulierten Wahrscheinlichkeit Ihres WTR.
- c    **Tipps:**
- Ergänzen Sie die angefangene Vierfeldertafel so, dass die Summen der Zeilen und Spalten jeweils stimmen. Im Feld unten rechts muss die Summe der letzten Spalte sowie die Summe der letzten Zeile jeweils den Wert 1 ergeben.
  - Wo steht der angegebene Wert 5,5 % in der Vierfeldertafel, wenn er sich auf alle Testpersonen bezieht, also Personen mit und ohne Irritation beinhaltet?
  - Beachten Sie, dass sich die 90 % nur auf den Anteil der Personen mit Allergie bezieht.
  - Haben Sie diese zwei Werte richtig platziert, können Sie die restlichen Einträge über die Summenkontrolle bestimmen.
- d    **Tipp:**  
Nutzen Sie die in der Merkhilfe angegebene Formel zur stochastischen Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit von zwei Ereignissen.
- e    **Tipps:**
- Beachten Sie, dass die Formulierung „entweder ... oder“ hier so zu verstehen ist, dass die beiden Unverträglichkeiten nicht gemeinsam auftreten dürfen.
  - Nutzen Sie zur Berechnung die Werte der Vierfeldertafel.
- f    **Tipps:**
- Beachten Sie bei der Formulierung der Aufgabe, dass es sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit handelt.
  - Nutzen Sie zur Berechnung die in der Merkhilfe angegebene Formel.
  - Denken Sie daran, dass Sie in Teilaufgabe c eine Vierfeldertafel mit den benötigten Wahrscheinlichkeiten erstellt haben.
- g    **Tipps:**
- Definieren Sie die Zufallsgröße G, die den Gewinn des Unternehmens beschreibt.
  - Sie müssen drei Kundengruppen betrachten:
    - (1) Kunde mit Rückerstattung wegen Unverträglichkeit
    - (2) Kunde mit Rückerstattung wegen sonstiger Gründe
    - (3) Kunde ohne RückerstattungDiese drei Kundengruppen ergeben die Gesamtzahl der Kunden.
  - Welchen Gewinn erzielt das Unternehmen mit der jeweiligen Kundengruppe?
  - Erstellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsgröße G und bestimmen Sie den Erwartungswert. Dieser Erwartungswert soll den Wert 6,5 € annehmen.

## Lösungen

### a Berechnung der Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen

Es handelt sich um ein Bernoulli-Experiment.

$$E_1: P(E_1) = 0,91^{19} \cdot 0,09^1 \approx 0,015 \quad (\text{nur ein Ast des Baumdiagramms})$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass nur die dritte Person von 20 Testpersonen das Produkt nicht verträgt, beträgt ca. 1,5 %.

Für die Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  kann man die Zufallsgröße  $X$  definieren:

$X$ : Anzahl der Testpersonen, die das Produkt vertragen

$X$  ist  $B_{20; 0,91}$ -verteilt.

$$E_2: P(E_2) = P(X = 18) = \binom{20}{18} \cdot 0,91^{18} \cdot 0,09^2 \approx 0,282$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 18 Personen von 20 Testpersonen das Produkt vertragen, beträgt ca. 28,2 %.

$E_3$ : 70 % von 20 Testpersonen sind  $0,70 \cdot 20 = 14$  Personen. Das Gegenereignis von „mindestens 70 %“ lautet „weniger als 70 %“.

$$P(E_3) = P(X \geq 14) = 1 - P(X \leq 13) \approx 1 - 0,0013 = 0,9987$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 70 % der 20 Testpersonen das Produkt vertragen, beträgt ca. 99,87 %.

### b Berechnung der Wahrscheinlichkeit für Nichtverträglichkeit

$Y$ : Anzahl der Personen, die das Produkt nicht vertragen

$Y$  ist jetzt  $B_{200; 0,09}$ -verteilt.

$$P(14 \leq Y \leq 22) = P(Y \leq 22) - P(Y \leq 13) \approx 0,8657 - 0,1308 = 0,7349$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass von 200 Testpersonen zwischen 14 und 22 Personen das Produkt nicht vertragen, beträgt ca. 73,49 %.

### c Vervollständigung der Vierfeldertafel

A: Testperson hat eine Allergie.

I: Testperson hat eine Irritation.

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
I	0,0055	0,035	0,0405
$\bar{I}$	<b>0,0495</b>	0,91	0,9595
$\Sigma$	0,055	0,945	1

Der *kursiv* gedruckte Wert  $P(A) = 0,055$  ist in der Aufgabe gegeben.

90 % von diesen 5,5 % sind  $0,9 \cdot 0,055 = 0,0495 = P(A \cap \bar{I})$ , hier **fett** gedruckt.

Die restlichen Werte lassen sich über Spalten- und Zeilensummen ermitteln.



© STARK Verlag

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**