2026

STARK Prüfun

MEHR ERFAHREN

BLF

Thüringen

Mathematik 10. Klas

✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen

PDF

Inhalt

Haupttermin 2025
Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden. Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Hinweis: Wegen der Corona-Pandemie fand die BLF in Mathematik in den Jahren 2020 und 2021 nicht statt.

Autoren der Lösungen: Dr. Wilfried Zappe

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Buch hilft Ihnen dabei, sich selbstständig auf Ihre bevorstehende **Besondere Leistungsfeststellung im Fach Mathematik** vorzubereiten.

Der Zugangscode auf der Umschlaginnenseite vorne im Buch ermöglicht Ihnen, Aufgaben im Rahmen eines **Online-Prüfungstrainings zum hilfsmittelfreien Teil der BLF** interaktiv zu lösen.

Im ersten Teil des Buches „**Hinweise und Tipps zur Besonderen Leistungsfeststellung**“ erhalten Sie alle nötigen Informationen zum Ablauf, zu den Schwerpunktthemen und zur BLF. Außerdem finden Sie hier wertvolle Hilfestellungen zur Aufgabenbewältigung bei der Vorbereitung auf und während der BLF. Auf den Seiten VIII bis XVI finden Sie auch einige Hinweise zum Umgang mit einem CAS.

Der zweite Teil des Buches beinhaltet die **Original-Aufgaben der BLF der Jahre 2018 und 2019 sowie 2022 bis 2024**. Die **Original-Prüfung 2025** steht Ihnen auf der **Plattform MySTARK** zum Download zur Verfügung. In den Jahren 2020 und 2021 fand wegen der Corona-Pandemie keine BLF in Mathematik statt.

Zu allen Aufgaben finden Sie **vollständige und ausführlich kommentierte Lösungen**. Mit Ihnen können Sie eigenständig kontrollieren, ob Sie die Aufgaben richtig gelöst haben. Zusätzlich zu den handschriftlichen Lösungen finden Sie auch Lösungshinweise mit einem CAS vor.

Sollten Sie einmal nicht weiterkommen, helfen Ihnen die **Tipps und Hinweise zur Lösung** auf den richtigen Weg. Wenn Sie mit einer Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise diese Tipps, um selbst die Lösung zu finden.

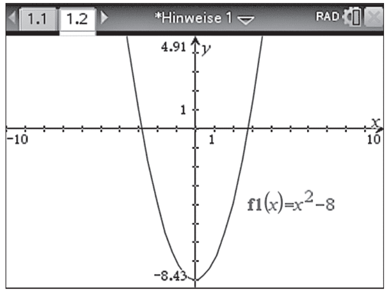
Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der BLF 2026 vom Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu unter www.stark-verlag.de/mystark (Zugangscode vorne im Buch).

Für die Arbeit mit diesem Buch und natürlich für die BLF wünschen wir Ihnen viel Erfolg!

Die Autoren

Graphen von Funktionen zeichnen

Öffnen Sie die Anwendung *Graphs* und geben Sie die Gleichung der Funktion ein. Verändern Sie gegebenenfalls die Fenstereinstellung, um typische Eigenschaften des Graphen sichtbar zu machen: `menu` *Fenster/Zoom*

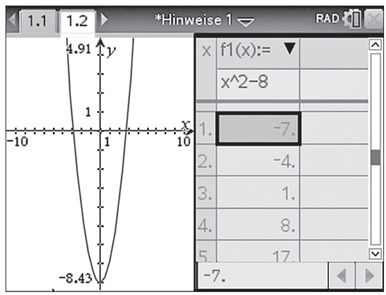


In der Standardeinstellung des Fensters wäre der Scheitel der Parabel nicht sichtbar.

Sie können auch mit dem Cursor eine Achse „greifen“ ( ) und die Skalierung der Achsen im Zugmodus verändern. Sogar die Zeichenfläche lässt sich auf diese Weise „greifen“ ( ) und im Zugmodus verschieben.
Für die Eingabe weiterer Funktionsgleichungen kann die Eingabezeile mit `tab` wieder geöffnet werden.

Wertetabellen anzeigen

Die Wertetabelle einer Funktion wird mit `ctrl` `T` angezeigt. Dabei wird automatisch die Seite geteilt.

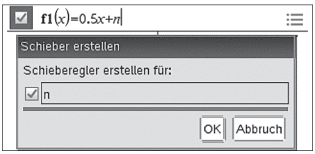


Mit `ctrl` `tab` können Sie zwischen den Seitenhälften wechseln. Die aktive Seite des Bildschirms ist an einem dickeren Rahmen erkennbar.

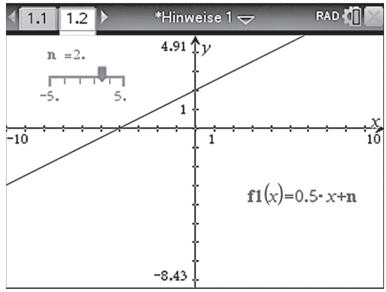
Mit `ctrl` `T` wird die Wertetabelle wieder geschlossen. Sie müssen das aber von der Grafik-Ansicht des Bildschirms aus vornehmen.

Schieberegler verwenden

Soll z. B. der Einfluss eines Parameters in der Gleichung einer Funktion f(x) auf den Verlauf des zugehörigen Graphen untersucht werden, so geben Sie diese Gleichung mit dem Parameter in der Anwendung *Graphs* ein.
Es erscheint das Untermenü *Schieber erstellen* mit der Aufforderung *Schieberegler erstellen für*:
Bestätigen Sie diese Aufforderung, so wird der Schieberegler angezeigt. Er kann ggf. auf der Zeichenfläche verschoben und dann zunächst mit seinen Standardeinstellungen verwendet werden.



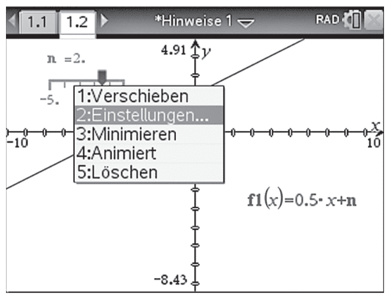
Beispiel:
Schieberegler für den Parameter n in $y = 0{,}5x + n$



Standardeinstellungen des Schiebereglers hier: $-5 \leq n \leq 5$ und Schrittweite 1

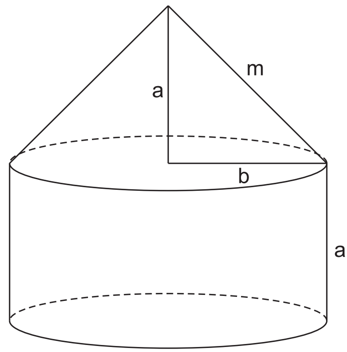
Eventuell müssen die Eigenschaften des Schiebereglers angepasst werden. Dazu setzen Sie den Cursor auf den Schieberegler und wählen über ctrl menu das Kontextmenü, aus dem Sie sich das passende Untermenü aussuchen.

Hinweis: Auch in den Applikationen *Geometry* und *Data&Statistics* ist unter menu *Aktionen* sowie in *Notes* unter *Einfügen* ein Schieberegler verfügbar.



Pflichtaufgabe 2

1. Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Kreiszylinder mit aufgesetztem geradem Kegel. (siehe Skizze) Die Höhen von Zylinder und Kegel sind gleich groß.



Skizze nicht maßstäblich

   a) Berechnen Sie das Volumen dieses zusammengesetzten Körpers für $a = b = 5{,}5$ cm. (2 BE)

   b) Die Länge der Mantellinie m soll berechnet werden. Entscheiden Sie, welche der Gleichungen dazu als Ansatz richtig sind.

   (I) $m^2 = a^2 - b^2$

   (II) $a = \sqrt{b^2 + m^2}$

   (III) $a^2 = m^2 - b^2$

   (IV) $b = \sqrt{m^2 - a^2}$ (2 BE)

   c) Für den Oberflächeninhalt A_O gilt: $A_O = \pi b^2 + \pi bm + 2\pi ab$. Geben Sie die Bedeutung der einzelnen Summanden in Bezug auf den zusammengesetzten Körper an. (3 BE)

2. In einer Playlist sind 30 Lieder, darunter genau sechs Sommerhits. Die 30 Lieder werden in zufälliger Reihenfolge ohne Wiederholung abgespielt.

   a) Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses
   A: = „Die ersten vier abgespielten Lieder sind Sommerhits.“
   wurde mit $P(A) = \left(\frac{1}{5}\right)^4$ angegeben.

   Begründen Sie, dass dieser Lösungsansatz falsch ist. (1 BE)

   b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
   B: = „Unter den ersten drei abgespielten Liedern ist genau ein Sommerhit.“
   C: = „Unter den ersten drei abgespielten Liedern sind höchstens zwei Sommerhits.“ (4 BE)

Pflichtaufgabe 2

1 a)

- Ordnen Sie den Teilkörpern die geometrische Grundform zu.
- Entnehmen Sie die Größe der zur Volumenberechnung benötigten Strecken der Abbildung und dem Text.
- Berechnen Sie die Volumina der Teilkörper.
- Bilden Sie die Summe der Volumina.

1 b)

- Die Mantellinie ist Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck.
- Sie können den Satz des Pythagoras anwenden.
- Prüfen Sie, welche der Gleichungen sich aus dem Satz des Pythagoras herleiten lassen.

1 c)

- Überlegen Sie, aus welchen Teilflächen sich die gesamte Oberfläche des Körpers zusammensetzt.
- Ordnen Sie den Teilflächen die Bedeutung der Variablen a, m und b für die Berechnung der Flächeninhalte zu.

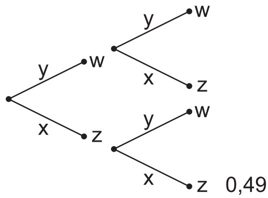
2 a)

- Beachten Sie die Aussage über die Reihenfolge des Abspiels der Lieder.

2 b)

- Für das Ereignis B ist zu beachten, dass der eine Sommerhit entweder an erster, zweiter oder dritter Stelle abgespielt wird. Mit jedem abgespielten Nichtsommerhit nimmt deren Anzahl und auch die Gesamtzahl der abgespielten Lieder um jeweils 1 ab. (Abspielen ohne Wiederholung)
- Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis C lässt sich am einfachsten über die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses berechnen.

c) Dem Baumdiagramm kann man entnehmen, dass für beide Würfe Zahl gilt: $P(zz) = x^2 = 0,49$.



Daraus folgt $x = \sqrt{0,49} = 0,7$ und $y = 1 - x = 0,3$.

Damit ist mit $B = \{wz, zw\}$

$P(B) = x \cdot y + y \cdot x = 2 \cdot 0,3 \cdot 0,7 = \underline{\underline{0,42}}$

Pflichtaufgabe 2

1. a) Der Kreiszylinder hat den Radius der Grundfläche b = 5,5 cm und die Höhe a = 5,5 cm. Für sein Volumen gilt

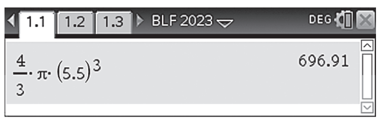
$$\begin{aligned} V_1 &= \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot b^2 \cdot a \\ &= \pi \cdot (5,5\text{ cm})^2 \cdot 5,5\text{ cm} \\ &= \pi \cdot (5,5\text{ cm})^3 \end{aligned}$$

Der Kreiskegel hat den Radius des Grundkreises b = 5,5 cm und die Höhe a = 5,5 cm. Für sein Volumen gilt

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot b^2 \cdot a \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (5,5\text{ cm})^2 \cdot 5,5 \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (5,5\text{ cm})^3 \end{aligned}$$

Die Summe der beiden Volumina ist

$$\begin{aligned} V_3 &= V_1 + V_2 \\ &= \pi \cdot (5,5\text{ cm})^3 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (5,5\text{ cm})^3 \\ &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (5,5\text{ cm})^3 \\ &\approx \underline{\underline{697\text{ cm}^3}} \end{aligned}$$



b) Für das rechtwinklige Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse m gilt nach dem Satz des Pythagoras die Gleichung (*): $m^2 = a^2 + b^2$.
Damit fällt schon Gleichung (I) weg.
Wird (*) nach a^2 umgestellt, ergibt sich $a^2 = m^2 - b^2$. Dies entspricht der Gleichung (III).
Aus $a^2 = m^2 - b^2$ folgt $a = \sqrt{m^2 - b^2}$, dies steht im Widerspruch zur Gleichung (II), die damit auch wegfällt.
Wird (*) zuerst nach b^2 und dann nach b umgestellt, so ergibt sich $b^2 = m^2 - a^2$ und damit $b = \sqrt{m^2 - a^2}$. Also ist neben (III) auch (IV) als Ansatz geeignet.

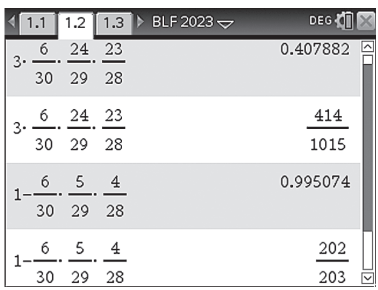
c) Die Oberfläche setzt sich zusammen aus
- Der Grundfläche des Zylinders mit dem Radius b. Für dessen Flächeninhalt gilt wegen $A_{Kreis} = \pi \cdot r^2$ hier $A_{Kreis} = \pi \cdot b^2$.
- Für die Mantelfläche eines Kreiskegels gilt $A_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s$. Hier sind $r = b$ und $s = m$, sodass für die Mantelfläche des Kegels gilt $A_{Kegel} = \pi \cdot b \cdot m$.
- Es bleibt die Mantelfläche des Kreiszylinders, deren Inhalt sich berechnet nach $A_{Zylinder} = u \cdot h$, wobei $u = 2\pi \cdot r$ für den Umfang des Grundkreises steht und h für die Höhe. Wegen $h = a$ und $r = b$ gilt für die Mantelfläche des Zylinders $A_{Zylinder} = 2\pi \cdot b \cdot a = 2\pi \cdot a \cdot b$.

2. a) Der Lösungsansatz ist falsch, weil die Sommerhits ohne Wiederholung abgespielt werden. Nur für den ersten abgespielten Sommerhit ist die Wahrscheinlichkeit durch $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ gegeben.

b) $$P(B) = \frac{6}{30} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{23}{28} + \frac{24}{30} \cdot \frac{6}{29} \cdot \frac{23}{28} + \frac{24}{30} \cdot \frac{23}{29} \cdot \frac{6}{28}$$

Der Sommerhit wird entweder an erster oder an zweiter oder an dritter Stelle abgespielt.

$$P(B) = 3 \cdot \frac{6}{30} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{23}{28} = \frac{414}{1015} \approx \underline{\underline{0,4079}}$$

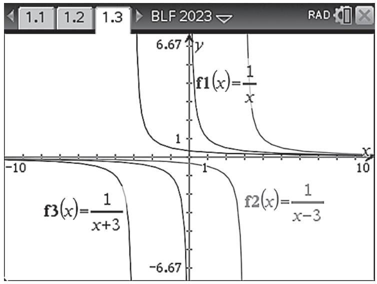


Das Gegenereignis $\overline{C}$ zu C sind drei Sommerhits.
Es gilt $P(C) = 1 - P(\overline{C})$ und damit

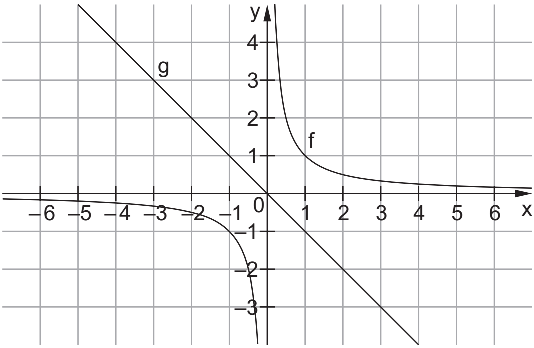
$$P(C) = 1 - \frac{6}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{4}{28} = \frac{202}{203} \approx \underline{\underline{0,9951}}$$

3. a) Für $c<0$ wird der Graph von f in negative x-Richtung verschoben. Für $c>0$ wird der Graph von f in positive x-Richtung verschoben.

Für $c=0$ findet keine Verschiebung statt.



b)



c) *1. Möglichkeit ohne CAS, handschriftlich*

$$\frac{1}{x-c}=-x \quad \Rightarrow \quad 1=-x^2+c\cdot x \quad \Rightarrow \quad x^2-c\cdot x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{c}{2}\pm\sqrt{\frac{c^2}{4}-1}$$

Die Anzahl der Lösungen und damit die Anzahl der Schnittpunkte der Graphen hängt vom Radikanden $\frac{c^2}{4}-1$ ab.

Genau eine Lösung/ein Schnittpunkt, wenn $\frac{c^2}{4}-1=0 \quad \Rightarrow \quad c^2=4$
$\Rightarrow \quad c_1=-2;\ c_2=2$

Keine Lösung/keine Schnittpunkte, wenn $\frac{c^2}{4}-1<0 \quad \Rightarrow \quad c^2<4$
$\Rightarrow \quad -2<c<2$

Zwei Lösungen/zwei Schnittpunkte, wenn $\frac{c^2}{4}-1>0 \quad \Rightarrow \quad c^2>4$
$\Rightarrow \quad c<-2$ oder $c>2$