2026

STARK Prüfung

MEHR ERFAHREN

Abitur

Baden-Württemberg

Mathematik LF

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Offizielle Musteraufgaben
- ✓ Aufgaben im Stil der Prüfung
- ✓ Interaktives Training

PDF

Inhaltsverzeichnis

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

Übungsaufgabensatz 1 im Stil der Prüfung

Übungsaufgabensatz 2 im Stil der Prüfung

Offizielle Beispielaufgabe für 2024 (Auszug)

Abiturprüfung 2023

Wahlteil Analytische Geometrie

Wahlteil Stochastik

Abiturprüfung 2024

Teil B: Analysis

Teil B: Analytische Geometrie

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden. Den Zugangscode finden Sie vorne im Buch.

Bei **MySTARK** finden Sie:

– **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil A, inklusive **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen; teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
– **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht
– Weiteres Übungsmaterial

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2026 unter:
www.stark-verlag.de

Autoren

Winfried König (Hinweise und Tipps zur Abiturprüfung, Übungsaufgabensätze, Lösungen der Beispielaufgabe sowie der Prüfungen 2023 und 2025)
Volker Stemberg (Hinweise und Tipps zur Abiturprüfung, Übungsaufgabensätze, Lösungen der Beispielaufgabe sowie der Prüfungen 2023, 2024 und 2025)
Dr. Raimund Ordowski (Hinweise zum WTR)

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

Das Abitur 2026

Die Einführung des fünfstündigen Leistungsfaches Mathematik im Abiturjahrgang 2021 hatte weitreichende Änderungen in der schriftlichen Abiturprüfung zur Folge. Im Abiturjahrgang 2023 kamen weitere Inhalte neu dazu, andere waren hingegen nicht mehr relevant für die Prüfung (s. u.). Auch für das Jahr 2024 standen Änderungen an. Für Sie am wichtigsten: Erstmals wählten auch Schülerinnen und Schüler Aufgaben aus; ferner gab es kleinere Anpassungen bei den Inhalten. Aus diesem Grund finden Sie in diesem Buch u. a. zwei vollständige Übungsmustersätze im Stil der Abiturprüfung, die die neuen Formate, Herausforderungen und Inhalte präzise abbilden. Für Sie erfreulich: Ab 2025 wurde – bei unverändert 300 Minuten Bearbeitungszeit – der Umfang der schriftlichen Abiturprüfung reduziert; statt 120 Bewertungseinheiten (BE) werden 100 BE vergeben (siehe Seite III).

Dennoch bleiben zahlreiche frühere Abituraufgaben sowie vom Kultusministerium veröffentlichte Aufgaben zur Vorbereitung als Übungsmaterial weiterhin gut geeignet.

Die Jahrgänge 2023 und 2024 finden Sie neben den erwähnten zwei Übungsmustersätzen und offiziellen Beispielaufgaben für das Abitur 2024 mit gewohnt ausführlichen Lösungen in diesem Buch; die Abiturprüfung 2025 steht Ihnen – selbstverständlich ebenfalls inklusive ausführlicher Lösungen – auf der Plattform MySTARK zum Download zur Verfügung. Dort finden Sie außerdem weiteres offizielles Übungsmaterial mit ausführlichen Lösungen für die Inhalte der Abiturprüfung.

Die Aufgaben der schriftlichen Abiturprüfung Mathematik

Grundlage für das Abitur ist seit dem Jahr 2023 der Bildungsplan 2016 für das achtjährige Gymnasium. Die schriftliche Prüfung in Mathematik erstreckt sich über die Gebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik. Die Liste auf der nächsten Seite zeigt die Inhalte, die erst seit der Einführung des Leistungsfaches 2021, seit 2023 bzw. ab 2024 Gegenstand der Abiturprüfung sein können.

Analysis:
- einfache allgemeine Exponentialfunktionen (ab 2024)
- Wurzelfunktion (seit 2023)
- Logarithmusfunktion (seit 2023)
- Umkehrfunktion (seit 2023)
- Volumen von Rotationskörpern auch mithilfe der Integralrechnung

Analytische Geometrie:
- Vektorprodukt (seit 2023)
- Abstand windschiefer Geraden

Stochastik:
- bei diskreten Zufallsgrößen und bei der Binomialverteilung neben Erwartungswert und Standardabweichung auch die Varianz (ab 2024)
- elementare Kombinatorik (seit 2023)
- Vierfeldertafeln (seit 2023)
- bedingte Wahrscheinlichkeit (seit 2023)
- stochastische Unabhängigkeit (seit 2023)
- Standardabweichung der Binomialverteilung
- ein- und zweiseitige Tests mithilfe der Binomialverteilung, Fehler 1. und 2. Art
- Normalverteilung (Dichtefunktion, Erwartungswert, Standardabweichung, Glockenkurve)

Sie erkennen auf einen Blick, dass in der Stochastik die meisten Änderungen vorgenommen wurden.

Nicht Gegenstand der schriftlichen Prüfung sind:
- Folgen
- Wachstumsprozesse
- Differenzialgleichungen
- Ortslinien (Wegfall ab 2023)
- Beweise mithilfe von Vektoren (Wegfall ab 2023)
- allgemeine stetige Verteilungen (Wegfall ab 2023)
- Flächenberechnung unbegrenzter Flächen, uneigentliche Integrale (Wegfall ab 2024)

Die schriftliche Prüfung ist seit 2024 in einen **Teil A (ohne Hilfsmittel)** und einen **Teil B (mit Hilfsmitteln)** unterteilt. Auch in Baden-Württemberg werden nun sogenannte Bewertungseinheiten (BE) verwendet; zwei BE entsprechen einem (früher üblichen) Verrechnungspunkt (VP).

Teil A (ohne Hilfsmittel)

Der **hilfsmittelfreie Teil A** (früher Pflichtteil) umfasst **30 Bewertungseinheiten**. Es werden darin Grundkompetenzen in Form von kleineren Aufgaben abgeprüft. Seit 2024 ist der Teil A unterteilt in **vier Pflichtaufgaben** und **sechs Wahlaufgaben**, von denen Sie **zwei Aufgaben auswählen**. Insgesamt sind im Teil A also **sechs Aufgaben mit jeweils 5 BE** zu bearbeiten.

Die seit 2024 vorliegende Struktur wird in folgendem Schema dargestellt:

	Pflichtaufgaben (20 BE)		**Wahlaufgaben (10 BE)**	
	vier elementare Aufgaben (ohne AB III); keine Auswahlmöglichkeit		sechs komplexere Aufgaben (mit AB III); Prüfling wählt zwei beliebige Aufgaben aus	
Analysis	P 1, P 2	je 5 BE	W 1, W 2	je 5 BE
Geometrie	P 3	5 BE	W 3, W 4	je 5 BE
Stochastik	P 4	5 BE	W 5, W 6	je 5 BE

Beispielsweise ist es also möglich, dass Sie insgesamt vier Analysis-Aufgaben (P 1, P 2, W 1, W 2) bearbeiten oder auch insgesamt drei Stochastik-Aufgaben (P 4, W 5, W 6). Wie dargestellt, enthalten die Aufgaben aus dem Block „Wahlaufgaben“ auch komplexere Aufgaben (mit dem höchsten Anforderungsbereich III), die Aufgaben aus dem Block „Pflichtaufgaben“ nicht.

Für den Teil A sind **keinerlei Hilfsmittel** zugelassen.

Die Bearbeitung zum Teil A muss **nach spätestens 110 Minuten** abgegeben werden!

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Der **Teil B** (früher Wahlteil) umfasst **70 Bewertungseinheiten**. Auf die Analysis entfallen 30 BE, auf Geometrie und Stochastik je 20 BE. Grundsätzlich beinhaltet Teil B größere Aufgaben zu den drei Teilgebieten mit zusammenhängenden Fragestellungen, wobei verstärkt Transfer, Modellieren von realen Situationen und Entwickeln von Lösungsstrategien gefragt sind.

Für den Teil B sind als **Hilfsmittel** – neben einem Nachschlagewerk zur deutschen Rechtschreibung – das **Dokument mit mathematischen Formeln** (im Folgenden als Formeldokument bezeichnet) sowie ein wissenschaftlicher Taschenrechner (**WTR**) ohne Handbuch oder Anleitung zugelassen.

Baden-Württemberg ▪ Leistungsfach Mathematik
Übungsaufgabensatz 1 im Stil der Prüfung

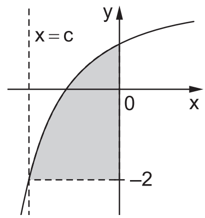
Teil A

Pflichtaufgaben BE

Bearbeiten Sie **alle** Aufgaben P1 bis P4.

P1 Abgebildet ist der Graph der Funktion f mit:

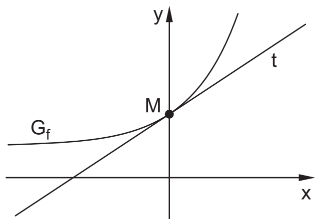
$$f(x) = -\frac{4}{(x+2)^2} + 2;\ \ x > -2$$



a Begründen Sie, dass c den Wert –1 hat. 2

b Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche. 3

P2 Für ein $k > 0$ ist die Funktion f mit $f(x) = 1 + e^{k \cdot x}$ gegeben.
Der Graph G_f schneidet die y-Achse im Punkt M.
Die Abbildung zeigt G_f sowie die Tangente t an G_f im Punkt M.



a Weisen Sie nach, dass die Tangente t die Gleichung $y = kx + 2$ hat. 2

b Die Tangente t schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck mit dem Flächeninhalt $\frac{1}{2}$ ein. Bestimmen Sie den Wert von k. 3

P3 Gegeben sind die Punkte $A(1\,|\,4\,|\,3)$ und $B(1\,|\,4\,|\,-2)$ sowie die Ebene
E: $x_2 = 4$ und die Gerade k: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $(r \in \mathbb{R})$.

a Begründen Sie, dass die Ebene E orthogonal zur Geraden k ist und den Punkt A enthält. 2

b Der Punkt C liegt auf der Geraden k und das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt 15.
Bestimmen Sie alle möglichen Koordinaten von C. 3

TIPP **Lösungshinweise zu Teil A**

Aufgabe P 1

Teilaufgabe a

Welche Gerade schneidet der Graph von f bei $x = c$ in der Abbildung?

Was muss damit für f(c) gelten?

Beachten Sie, wie viele Schnittpunkte es im sichtbaren Bereich gibt.

Teilaufgabe b

Wodurch ist die markierte Fläche begrenzt?

Wie berechnet man den Inhalt einer Fläche, die zwischen zwei Graphen liegt?

Ist die Lage der Fläche relevant, d. h., spielt es eine Rolle, ob Teile ober- bzw. unterhalb der x-Achse liegen?

Aufgabe P 2

Teilaufgabe a

Welche x-Koordinate besitzt der Punkt M?

Bestimmen Sie die Gleichung der ersten Ableitung von f und berechnen Sie damit die Steigung der Tangente t.

Zeigen Sie, dass der Funktionswert von f an der Stelle 0 mit dem y-Achsenabschnitt von t übereinstimmt.

Teilaufgabe b

Welche besondere Eigenschaft hat dieses Dreieck?

Bestimmen Sie zunächst den Flächeninhalt in Abhängigkeit von k.

Aufgabe P 3

Teilaufgabe a

Wie lautet ein Normalenvektor von E?

Welche Lagebeziehung muss für einen Normalenvektor von E und einen Richtungsvektor von k bestehen, wenn E orthogonal ist zu k?

Wie überprüft man, ob ein Punkt in einer Ebene liegt?

Teilaufgabe b

Der Punkt B ist offensichtlich der Schnittpunkt von E und k. Warum?

Fertigen Sie eine Skizze an, um sich die Situation zu veranschaulichen.

Um welche Art Dreieck handelt es sich beim Dreieck ABC? Wie können Sie daher dessen Flächeninhalt berechnen?

Berechnen Sie die Länge der Grundseite als $\left|\overrightarrow{AB}\right|$.

Welche Höhe muss das Dreieck ABC folglich haben?

Welche Punkte liegen auf k und haben diese Höhe als Abstand zu B?

Lösungsvorschlag – Teil A

P 1 **a** Da der Graph von f und die Parallele zur x-Achse $y=-2$ im sichtbaren Bereich genau einen gemeinsamen Punkt besitzen, genügt es zu zeigen, dass $f(-1)=-2$ gilt.

Durch Einsetzen erhält man:

$$f(-1)=-\frac{4}{(-1+2)^2}+2=-4+2=-2$$

Damit hat c den Wert –1.

b Die markierte Fläche wird begrenzt durch den Graphen der Funktion f mit

$$f(x)=-\frac{4}{(x+2)^2}+2,$$

die Parallele zur x-Achse $y=-2$ bzw. $g(x)=-2$ und die y-Achse.

Da es bei Flächen, die von den Graphen zweier Funktionen begrenzt werden, keine Rolle spielt, ob Teile der Fläche unter- oder oberhalb der x-Achse liegen, erhält man mit $c=-1$ für den gesuchten Flächeninhalt A:

$$A=\int_{-1}^{0}(f(x)-g(x))\,dx=\int_{-1}^{0}\left(-\frac{4}{(x+2)^2}+2-(-2)\right)dx=\left[\frac{4}{x+2}+4x\right]_{-1}^{0}$$
$$=2-(4-4)=2$$

Die markierte Fläche hat den **Inhalt 2**.

P 2 **a** Für ein $k>0$ ist die Funktion f mit $f(x)=1+e^{k\cdot x}$ gegeben.

Für die erste Ableitung erhält man mithilfe der Kettenregel $f'(x)=k\cdot e^{k\cdot x}$.

Die Tangente t hat die Gleichung $y=kx+2$, wenn $f'(0)=k$ und $f(0)=2$ gilt.

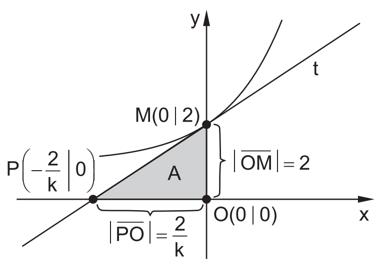
Nachweis:

(1) $f'(0)=k\cdot e^{k\cdot 0}=k\cdot e^0=k$

(2) $f(0)=1+e^{k\cdot 0}=1+1=2$

Damit ist gezeigt, dass die Tangente t die Gleichung $y=kx+2$ hat.

b Die Tangente t schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck ein.



Zunächst bestimmt man den Schnittpunkt P der Tangente mit der x-Achse:

$$k\cdot x+2=0 \quad |-2$$
$$k\cdot x=-2 \quad |:k$$
$$x=-\frac{2}{k} \quad\Rightarrow\quad P\left(-\frac{2}{k}\,\middle|\,0\right)$$

Nun berechnet man den Flächeninhalt A des rechtwinkligen Dreiecks POM in Abhängigkeit von k:

$A = \frac{1}{2} \cdot |\overline{PO}| \cdot |\overline{OM}| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{k} \cdot 2 = \frac{2}{k}$ (Wegen $k > 0$ gilt: $\left|-\frac{2}{k}\right| = \frac{2}{k}$)

Da der Flächeninhalt des Dreiecks laut Aufgabenstellung $A = \frac{1}{2}$ ist, muss folgende Gleichung gelöst werden:

$$\frac{2}{k} = \frac{1}{2}$$

$\mathbf{k = 4}$

Der gesuchte Wert von k ist 4.

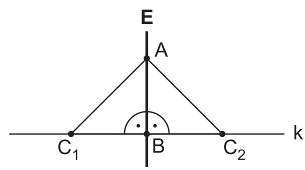
P3 Gegeben sind die Punkte $A(1|4|3)$ und $B(1|4|-2)$ sowie die Ebene $E: x_2 = 4$ und die Gerade $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a Die Ebene E ist orthogonal zur Geraden k, wenn ihr Normalenvektor $\vec{n}$ ein Vielfaches des Richtungsvektors von k ist (bzw. die Vektoren kollinear sind).

Da $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt, ist **E orthogonal zu k**.

Einsetzen des Punkts A in E führt zur wahren Aussage $4 = 4$, damit ist $\mathbf{A \in E}$.

b Da offensichtlich $B \in k$ (Stützpunkt) und $B \in E$ ist, muss B der Schnittpunkt von E und k sein. Da die Ebene E und die Gerade k nach Teilaufgabe a orthogonal zueinander sind, ist damit das Dreieck ABC rechtwinklig, vgl. Skizze.



Den Flächeninhalt I eines rechtwinkligen Dreiecks berechnet man mithilfe von:

$$I = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

Für die Länge der Grundseite g des Dreiecks ABC erhält man:

$$g = |\overrightarrow{AB}| = \left|\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}\right| = 5$$

Daraus folgt wegen der Vorgabe $I = 15$:

$$\frac{1}{2} \cdot g \cdot h = 15$$

$$h = \frac{30}{g} = \frac{30}{5} = 6$$

Damit ist $|\overrightarrow{BC_1}| = |\overrightarrow{BC_2}| = h = 6$.

Teil B: Analysis I 2

Aufgabe I 2.1

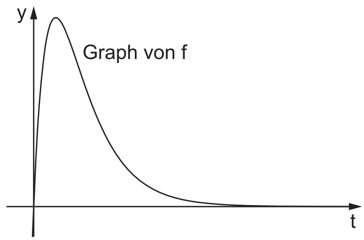
BE

Zur Untersuchung der Lungenfunktion muss eine Person tief einatmen und anschließend zügig in ein Messgerät ausatmen.

Die Änderungsrate des Luftvolumens pro Zeiteinheit beim Ausatmen heißt Atemfluss. Bei einer Messung wird der Atemfluss für $0 \leq t \leq 2$ näherungsweise durch die Funktion f mit $f(t) = 30 \cdot (e^{-3t} - e^{-6t})$ beschrieben (t in Sekunden seit Beginn des Ausatmens, f(t) in Liter pro Sekunde).

Abgebildet ist der Graph von f.

Für die Ableitungsfunktion f' von f gilt $f'(t) = -90e^{-3t} \cdot (1 - 2e^{-3t})$.



a Weisen Sie nach, dass der maximale Atemfluss 7,5 Liter pro Sekunde beträgt. 4

b Zeigen Sie, dass der Atemfluss zwei Sekunden nach Beginn des Ausatmens weniger als ein Prozent seines maximalen Werts beträgt. 2

c Bestimmen Sie rechnerisch die Länge des Zeitraums, in dem der Atemfluss mindestens 5 Liter pro Sekunde beträgt. 7

d Formulieren Sie eine Fragestellung im Sachzusammenhang, die auf die Gleichung $\int_0^x f(t)\,dt = \frac{1}{4} \cdot \int_0^2 f(t)\,dt$ führt. 3

e Berechnen Sie $\int_0^2 f(t)\,dt$. 4

f Bei einer anderen Modellierung wird der Atemfluss ab dem Zeitpunkt $t_1 = 1{,}5$ nicht mehr durch die Funktion f, sondern durch die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(1{,}5 \mid f(1{,}5))$ beschrieben. Bei dieser Modellierung gibt es einen Zeitpunkt $t_2 > 0$, zu dem der Atemfluss 0 Liter pro Sekunde beträgt. Bestimmen Sie den Wert von t_2. 4

TIPP Lösungshinweise zu Teil B: Analysis I 2

Aufgabe I 2.1 – Teilaufgabe a

Nachweis maximaler Atemfluss

Wie lautet die notwendige Bedingung für lokale Extrema?

Verwenden Sie den gegebenen Term der ersten Ableitung, um mithilfe einer Gleichung den Wert von t zu berechnen, für den die notwendige Bedingung gilt. Beachten Sie, dass zur Lösung dieser Gleichung ein Faktor null sein muss. Sie erhalten eine Exponentialgleichung. Wie lösen Sie eine solche Gleichung?

Sie können dem Graphen direkt entnehmen, dass hier ein lokales Maximum vorliegt. Deshalb können Sie auf die rechnerische Überprüfung einer hinreichenden Bedingung verzichten.

Wie können Sie den maximalen Atemfluss (= y-Wert des Hochpunkts des Graphen von f) berechnen?

Aufgabe I 2.1 – Teilaufgabe b

Atemfluss nach 2 Sekunden

Den maximalen Atemfluss können Sie dem Aufgabentext zu Teilaufgabe a entnehmen. Berechnen Sie ein Prozent hiervon.

Wie können Sie mithilfe der Funktion f den Atemfluss zum Zeitpunkt $t = 2$ berechnen?

Vergleichen Sie die beiden berechneten Werte.

Aufgabe I 2.1 – Teilaufgabe c

Länge des Zeitraums

Erstellen Sie ggf. eine Skizze, welche den Graphen von f und die Gerade $y = 5$ enthält.

Die Schnittstellen erhalten Sie durch Lösen einer Exponentialgleichung.

Überführen Sie die Gleichung mittels Substitution in eine quadratische Gleichung und lösen Sie diese wie gewohnt.

Wie können Sie nach der Resubstitution mithilfe der beiden Lösungen die Länge des Zeitraums berechnen?

Aufgabe I 2.1 – Teilaufgabe d

Frage im Sachzusammenhang

Welche Integrationsgrenzen kommen in der Gleichung vor? Welche dieser Grenzen ist variabel? Welche Bedeutung hat der Faktor $\frac{1}{4}$ vor dem Integral?

Beachten Sie die Einheiten der Werte der Funktion f. Welche Bedeutung hat damit x, welche das Integral?

Aufgabe I 2.1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(t) = 30 \cdot (e^{-3t} - e^{-6t})$, die für $0 \le t \le 2$ die Änderungsrate des Luftvolumens pro Zeiteinheit („Atemfluss“) nach t Sekunden seit Beginn des Ausatmens beschreibt.

a Nachweis maximaler Atemfluss:

Die notwendige Bedingung für lokale Extremstellen lautet $f'(t) = 0$.

Die erste Ableitung $f'(t) = -90e^{-3t} \cdot (1 - 2e^{-3t})$ ist im Aufgabentext gegeben.

Damit erhält man die Gleichung:

$$\underbrace{-90e^{-3t}}_{\neq 0} \cdot (1 - 2e^{-3t}) = 0$$

Unter Anwendung des Satzes vom Nullprodukt ergibt sich folgende Exponentialgleichung:

$$\begin{aligned} 1 - 2e^{-3t} &= 0 && \big| -1 \quad \big| :(-2) \\ e^{-3t} &= \frac{1}{2} && \big| \ln \\ -3t &= \ln\left(\frac{1}{2}\right) && \big| :(-3) \\ t_0 &= -\frac{1}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

(Aufgrund der Logarithmengesetze ist $t_0 = -\frac{1}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\ln(2)}{3} \approx 0{,}231$.)

Dem Graphen in der Abbildung entnimmt man, dass $t_0 = -\frac{1}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ die lokale Maximumstelle ist.

Den maximalen Atemfluss (= y-Wert des Hochpunkts des Graphen von f) erhält man mit:

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right) &= 30 \cdot \left(e^{-3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)} - e^{-6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)}\right) \\ &= 30 \cdot \left(e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} - e^{2 \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)}\right) \\ &= 30 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{30}{4} = 7{,}5 \end{aligned}$$

Der maximale Atemfluss beträgt 7,5 Liter pro Sekunde.

b **Atemfluss nach 2 Sekunden:**

Ein Prozent des maximalen Atemflusses von 7,5 Liter pro Sekunde sind $0{,}01 \cdot 7{,}5 = 0{,}075$ Liter pro Sekunde.

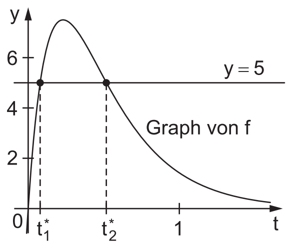
Den Atemfluss zwei Sekunden nach Beginn des Ausatmens erhält man durch Einsetzen von $t = 2$ in $f(t)$:

$f(2) = 30 \cdot (e^{-3 \cdot 2} - e^{-6 \cdot 2}) \approx 0{,}074 < 0{,}075$

Der Atemfluss zwei Sekunden nach Beginn des Ausatmens beträgt weniger als ein Prozent seines maximalen Wertes

c **Länge des Zeitraums:**

Im Zeitraum $[t_1^*; t_2^*]$, in dem der Atemfluss mindestens 5 Liter pro Sekunde beträgt, gilt $f(t) \geq 5$ (vgl. Skizze).



Die Zeitpunkte t_1^* und t_2^* erhält man durch Lösen der Gleichung $f(t) = 5$.

$$30 \cdot (e^{-3t} - e^{-6t}) = 5 \qquad |:30$$

$$e^{-3t} - e^{-6t} = \frac{1}{6}$$

Mit der Substitution $u = e^{-3t}$ ergibt sich daraus eine quadratische Gleichung (*Hinweis:* $u^2 = (e^{-3t})^2 = e^{-6t}$):

$$u - u^2 = \frac{1}{6} \qquad |+u^2 \quad |-u$$

$$0 = u^2 - u + \frac{1}{6}$$

$$u_{1/2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{12}}$$ (pq-Formel siehe Formeldokument)

$$u_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\sqrt{3} \quad \text{und} \quad u_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\sqrt{3}$$

Resubstitution liefert die beiden Lösungen t_1^* und t_2^*:

$$e^{-3t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\sqrt{3} \qquad |\ln \quad |:(-3)$$

$$t_1^* = \frac{\ln\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\sqrt{3}\right)}{-3} \approx 0{,}08$$

Für u_2 ergibt sich analog:

$$t_2^* = \frac{\ln\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\sqrt{3}\right)}{-3} \approx 0{,}52$$

Der Zeitraum, in dem der Atemfluss mindestens 5 Liter pro Sekunde beträgt, ist ungefähr $\Delta t = 0{,}52 - 0{,}08 =$ **0,44 Sekunden** lang.