

Lothar Karwatt

# Handbuch der Investitionsrechnung



**Edition Wissenschaft & Praxis**

LOTHAR KARWATT

# Handbuch der Investitionsrechnung



Lothar Karwatt

# **Handbuch der Investitionsrechnung**



Edition Wissenschaft & Praxis

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in  
der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten  
sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle Rechte vorbehalten

© 2025 Edition Wissenschaft & Praxis

bei Duncker & Humblot GmbH, Berlin

Satz: Textforma(r)t Daniela Weiland, Göttingen

Druck: CPI Books GmbH, Leck

Printed in Germany

ISBN 978-3-89673-810-3 (Print)

ISBN 978-3-89644-335-9 (E-Book)

Gedruckt auf alterungsbeständigem (säurefreiem) Papier  
entsprechend ISO 9706 ☺

Verlagsanschrift: Duncker & Humblot GmbH, Carl-Heinrich-Becker-Weg 9,  
12165 Berlin, Germany | E-Mail: [info@duncker-humblot.de](mailto:info@duncker-humblot.de)  
Internet: <https://www.duncker-humblot.de>

## Vorwort

Seit mehr als drei Jahrzehnten hat sich der Autor bereits mit der Thematik der „Investitionsrechnung“ beschäftigt; sie war auch das Thema meiner ersten Vorlesung an einer deutschen Hochschule, der FH Nordhessen. Natürlich ist ein junger Akademiker recht stolz, gleich die Verantwortung für eine „große Vorlesung“ mit vielen Creditpoints zu erhalten, und dementsprechend motiviert ging ich zur Sache. Über viele Jahre hinweg hielt ich diese Vorlesung; und so war es die natürliche Folge, dass man ein gewisses „Expertentum“ entwickelt.

Die Idee zu einem Buch wurde im Wesentlichen initiiert durch den Auftrag der Präsidentin meiner Hochschule, ein neues Lehrheft zum Thema Investitionsrechnung zu schreiben. Hierfür danke ich Frau Prof. Dr. Zilling sehr. Dieses Lehrheft war die Grundlage für das Buchprojekt (das selbstredend einen mehrfachen Umfang des Lehrheftes ausmacht), vor allem wollte ich diversen Überlegungen Rechnung tragen:

1. Warum noch ein Buch zur Investitionsrechnung? Denn viele Verlage haben gleich mehrere Titel im Angebot, allerdings ist der Inhalt äußerst normiert. Darüber will ich mit dem vorliegenden Werk hinausgehen.

2. In fast allen Büchern werden aus dem Stegreif Formeln präsentiert, hergeleitet wird kaum noch etwas. Auch dies habe ich – trotz der Komplexität mancher Beweise und Formelerklärungen – zu ändern versucht.

3. Nirgendwo findet man in den Büchern zur Investitionsrechnung Wesentliches zur Finanzmathematik, was nicht verwundert, wenn eine Investition nur als mindestens einjähriges Projekt gesehen wird. An dieser Stelle habe ich ebenfalls Abhilfe geschaffen.

4. Und schließlich musste ich feststellen, dass der Trend, Mathematik selbst in ihren elementarsten Ausprägungen einfach nicht zu beherrschen, bei den jungen Studierenden sich besorgniserregend verstärkt. Das gilt auch für die Statistik, weswegen auch hierzu einige Ausführungen in der gebotenen Kürze vorhanden sind.

So wurde das Buch recht umfangreich, dennoch habe ich einige Themen etwas kurz behandelt, denn irgendwann will ein Autor ein solches Buch finalisieren. Der Titel Handbuch erscheint mir dennoch nicht zu hochtrabend.

Mein Dank an dieser Stelle gilt dem Verlag Duncker & Humblot, der sich sofort für das Buch gewinnen ließ, vor allem auch der Herstellungsabteilung um Frau Geidel. Ein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr. Christian Bleis von der Hochschule für Wirtschaft und Recht zu Berlin, der nicht nur viele Jahre mit mir

gemeinsam in einer Schachmannschaft in diversen hochklassigen Ligen spielte, sondern von dessen unkonventionellen Ideen ich bei der Arbeit an diesem Buch profitierte.

Ferner danke ich den chinesischen Lerngruppen an meiner FH, welche die Aufgaben unermüdlich durchrechneten und mich auf Ungenauigkeiten hinwiesen. Das gilt ebenso für die drei Oberklassen im Bergbauwesen zu Clausthal-Zellerfeld der Jahre 2023–2025.

Und last but not least danke ich Frau Carina Neumann, welche seinerzeit bei mir sowohl ihre Bachelor- als auch ihre Masterthesis mit Auszeichnung absolvierte, und die mich trotz der jahresumfassenden Schreibzeit immer wieder motivierte, dieses Buch zu einem guten Ende zu bringen.

Trotz aller Sorgfalt können sich in ein solches Werk alle möglichen Fehler einschleichen. Das reicht vom trivialen Zahlendreher bis zu einer ungewollt unlogischen Aussage. Die Käufer dieses Buches können sich mit derartigen Entdeckungen direkt an den Autor wenden. Er hat dafür diese spezielle E-Mail-Adresse angelegt: [Lothar.Karwatt.InvestiBuch@t-online.de](mailto:Lothar.Karwatt.InvestiBuch@t-online.de)

Göttingen, im Mai 2025

*Dipl.-Kfm. Lothar Karwatt*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Grundlagen der Investitions- und Finanzierungsrechnung</b>	19
1.1 Einleitung	19
1.2 Definitionen und Abgrenzungen	21
1.3 Die Stellung von Investition und Finanzierung im wissenschaftlichen System der BWL	24
1.4 Inhalte und Systematisierung der Investitionsrechnung	28
1.5 Übungsaufgaben zu Kapitel 1	36
<b>2. Statische Methoden der Investitionsrechnung</b>	37
2.1 Statische Kostenvergleichsrechnung	37
2.2 Statische Gewinnvergleichsrechnung	43
2.3 Statische Rentabilitätsvergleichsrechnung	44
2.4 Statische Amortisationsrechnung	46
2.4.1 Die Durchschnittsmethode	46
2.4.2 Die kumulative Methode	48
2.5 Sonderfälle bei den statischen Verfahren	51
2.5.1 Inkongruente Kapazitäten	51
2.5.2 Variable Kostenfunktionen	54
2.5.3 Die kritische Menge bei linearen Kosten- und Gewinnverläufen	59
2.6 Kritische Würdigung der statischen Verfahren	62
2.7 Übungsaufgaben zu Kapitel 2	63
<b>3. Finanzmathematische Grundlagen</b>	66
3.1 Anliegen und Verfahrensabgrenzung	66
3.2 Die einfache Zinsrechnung	67
3.3 Die Zinseszinsrechnung	72
3.3.1 Unterjährige Zinseszinsrechnung	74
3.3.2 Stetige Verzinsung	79
3.3.3 Übungsaufgaben zu den Kapiteln 3.1 bis 3.3.2	84



3.3.4	Die gemischte Verzinsung	87
3.4	Rentenrechnung	89
3.4.1	Grundlagen und Definitionen	89
3.4.2	Übungsaufgaben zu Kapitel 3.4.1	100
3.4.3	Inkongruente Länge von Rentenperiode und Zinsperiode	102
3.4.3.1	Rentenperiode größer als Zinsperiode	102
3.4.3.2	Zinsperiode größer als Rentenperiode	104
3.4.3.2.1	Die ICMA-Methode	105
3.4.3.2.2	Die US-Methode	107
3.4.3.2.3	Die 360-Tage-Methode	109
3.4.4	Übungsaufgaben zu Kapitel 3.4.3	114
3.4.5	Veränderliche Renten	116
3.4.5.1	Arithmetisch veränderliche Renten	117
3.4.5.2	Geometrisch veränderliche Renten	120
3.4.6	Übungsaufgaben zu Kapitel 3.4	125
<b>4.</b>	<b>Die Kapitalwertmethode und ihre Derivate</b>	<b>127</b>
4.1	Einführung und theoretische Grundlagen	127
4.2	Die Anwendung der Kapitalwertmethode	131
4.3	Die Annuitätenmethode	137
4.3.1	Ableitung aus dem Kapitalwert	137
4.3.2	Exkurs: Weitere Modelle zur ewigen Rente	140
4.3.2.1	Ewige Rente bei arithmetisch veränderlichen Renten	141
4.3.2.2	Ewige Rente bei geometrisch veränderlichen Renten	142
4.4	Die dynamische Amortisationsrechnung	144
4.5	Das Kapitalwertmodell unter Steuerwirkung	147
4.5.1	Modellparameter eines Steuermodells	147
4.5.2	Die Steuerbox	149
4.6	Einflüsse von Auslandsinvestitionen auf den Kapitalwert	151
4.6.1	Modell des vollkommenen internationalen Kapitalmarktes	152
4.6.2	Modell des unvollkommenen internationalen Kapitalmarktes	155
4.7	Übungsaufgaben zu Kapitel 4	158

<b>5. Die Vermögensendwertmethode und ihre Derivate</b>	163
5.1 Einführung und theoretische Grundlagen	163
5.2 Die klassische Vermögensendwertmethode	164
5.3 Die Methode der vollständigen Finanzpläne (VoFi)	168
5.3.1 Exkurs: Das Annuitätendarlehn	169
5.3.2 Das Formular VoFi	170
5.3.3 Steuermodelle unter der Methode der vollständigen Finanzpläne	174
5.3.3.1 Das Formular Gewerbesteuer	174
5.3.3.2 Das Formular Körperschaftsteuer	177
5.3.3.3 Die Opportunität und das Hauptformular	178
5.4 Übungsaufgaben zu Kapitel 5	185
<b>6. Die Interne Zinssatz-Methode</b>	187
6.1 Methodik der Internen-Zinssatz-Methode	187
6.2 Berechnungstechniken zur Internen-Zinssatz-Methode	190
6.2.1 Der Zero-Bond-Fall	190
6.2.2 Zweijährige Investition mit Zahlungen in jedem Jahr	191
6.2.3 Dreijährige und längere Investition mit Zahlungen in jedem Jahr	194
6.2.3.1 Die Cardanischen Formeln	195
6.2.3.2 Exkurs: Gleichungen höherer Ordnungen infolge von Investitionen	198
6.2.3.3 Die Solve-Funktion eines Taschenrechners	200
6.2.3.4 Das Iterationsverfahren nach Newton	201
6.2.3.5 Die Regula Falsi	202
6.2.3.6 Die Strahlensatz-Methode	206
6.2.4 Der modifizierte interne Zinssatz und Alternativenvergleich nach Baldwin	209
6.2.5 Derivate Zinsmodelle	212
6.2.5.1 Die kritische Sollzinssatz-Methode	213
6.2.5.1.1 Kritischer Sollzinssatz beim Kontenausgleichs- verbot	214
6.2.5.1.2 Kritischer Sollzinssatz beim Kontenausgleichs- gebot	214
6.2.5.2 Der Interne Zinssatz bei der Methode der vollständigen Fi- nanzpläne	217
6.3 Finanzmathematische Methoden zur Effektivzinssberechnung	218

6.3.1	Festverzinsliche Wertpapiere mit laufendem Kupon	219
6.3.2	Fairer Kurs und Rendite beim zwischenzeitlichen Erwerb	223
6.3.2.1	Kauf/Verkauf direkt am Tag der Kuponzahlung	223
6.3.2.2	Kauf/Verkauf an einem beliebigen Tag der Laufzeit	225
6.4	Übungsaufgaben zu Kapitel 6	227
<b>7.</b>	<b>Der Optimale Ersatzzeitpunkt</b>	<b>230</b>
7.1	Systematische Themenübersicht	230
7.2	Das Kapitalwertmodell bei Nutzungsdauerentscheidungen	231
7.2.1	Kapitalwertmodelle bei identischen Ersetzungen	231
7.2.1.1	Optimaler Ersatzzeitpunkt ohne Nachfolgeobjekt	231
7.2.1.2	Optimaler Ersatzzeitpunkt mit endlich vielen Nachfolgeobjekten	236
7.2.1.3	Optimaler Ersatzzeitpunkt mit unendlich vielen Nachfolgeobjekten	239
7.2.2	Kapitalwertmodelle bei nicht-identischen Ersetzungen	241
7.3	Vermögensendwertmodelle bei Nutzungsdauerentscheidungen	246
7.3.1	Das Vermögensendwertmodell bei einmaliger Nutzung (Nichtersetzung)	247
7.3.2	Das Vermögensendwertmodell bei endlicher identischer Ersetzung	249
7.3.3	Das Vermögensendwertmodell bei unendlicher identischer Ersetzung	251
7.4	Das Kostenminimierungsmodell zur Ersatzzeitpunktbestimmung	252
7.4.1	Systematische Einordnung des Verfahrens	252
7.4.2	Verfahrensdurchführung	253
7.5	Übungsaufgaben zu Kapitel 7	257
<b>8.</b>	<b>Vorteilhaftigkeitsentscheidungen bei mehreren Zielgrößen</b>	<b>260</b>
8.1	Nutzwertanalyse (NWA)	260
8.2	Der analytisch-hierarchische Prozess (AHP)	263
8.3	Weitere Verfahren zur Berücksichtigung mehrerer Zielgrößen	273
8.4	Übungsaufgaben zu Kapitel 8	274
<b>9.</b>	<b>Simultane Entscheidungsmodelle</b>	<b>277</b>
9.1	Das Dean-Modell	277
9.2	Weitere Simultanverfahren	281
9.3	Übungsaufgaben zu Kapitel 9	283

<b>10. Entscheidungsmodelle unter Unsicherheit</b>	<b>285</b>
10.1 Überblick über Unsicherheitssituationen	285
10.2 Die beherrschenden Verfahren der Unsicherheit	285
10.2.1 Entscheidungen unter Ungewissheit	287
10.2.2 Entscheidungen unter Risiko	289
10.2.3 Die Hodges-Lehmann-Regeln	290
10.2.4 Die Krelle-Regel	291
10.3 Risikomaße	293
10.3.1 Qualitative Einschätzungen	294
10.3.2 Quantitative Risikomaße	299
10.3.2.1 Statistische Risikomaße	299
10.3.2.1.1 Varianz und Standardabweichung	299
10.3.2.1.2 Korrelationsmaße	300
10.3.2.1.3 Mehrdimensionale Regressionsanalyse – das Verfahren	317
10.3.2.1.4 Exkurs: Die Methode der kleinsten Quadrate zur Ermittlung der Regressionsgewichte	320
10.3.2.1.5 Mehrdimensionale Regressionsanalyse – Anwendungsaspekte	321
10.3.2.1.6 Der Gütetest mit Hilfe der F-Statistik	327
10.3.2.2 Das Konzept der Duration	331
10.3.2.2.1 Die Macaulay-Duration	332
10.3.2.2.2 Die modifizierte Duration (modified duration)	338
10.3.3 Risikomaße zur Performance-Messung	339
10.3.3.1 Das Sharpe-Maß	339
10.3.3.2 Das Treynor-Maß	342
10.3.3.3 Das Jensen-Maß	345
10.4 Entscheidungsbaumanalyse	346
10.4.1 Der Entscheidungsbaum als gerichteter Graph	346
10.4.2 Das Rollback-Verfahren	350
10.5 Optionspreismodelle	355
10.5.1 Einführung in Optionen	356
10.5.1.1 Käufer der Kaufoption = Long Call	357
10.5.1.2 Verkäufer der Kaufoption = Short Call	360
10.5.1.3 Käufer der Verkaufsoption = Long Put	360
10.5.1.4 Verkäufer der Verkaufsoption = Short Put	361

10.5.2	Das Modell von Black und Scholes	366
10.5.3	Sensitivitätsanalyse mit Hilfe optionspreisorientierter Kennzahlen	371
10.5.3.1	Options-Delta	372
10.5.3.2	Options-Gamma	373
10.5.3.3	Options-Theta	376
10.5.3.4	Options-Vega	378
10.5.3.5	Options-Rho	380
10.5.3.6	Options-Omega	382
10.6	Die Sensitivitätsanalyse bei Produktion und Verkauf	386
10.6.1	Anliegen und Verfahrensdarstellung	386
10.6.2	Anwendungen der Sensitivitätsanalyse	387
10.6.2.1	Die Sensitivitätsanalyse im KW-Modell	387
10.6.2.2	Die Sensitivitätsanalyse in den statischen Verfahren	391
10.7	Übungsaufgaben zu Kapitel 10	394
<b>11.</b>	<b>Lösungen der Übungsaufgaben</b>	<b>403</b>
11.1	Hinweise für diesen Lösungsteil	403
11.2	Lösungen	404
<b>Glossar</b>		<b>466</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>475</b>
<b>Anhang: Tabellenwerk</b>		<b>478</b>
<b>Sachverzeichnis</b>		<b>496</b>

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Investitionsanlässe (Eigene Darstellung in Anlehnung an Götze, Investitionsrechnung, 7. Auflage, S. 10) .....	23
Abbildung 2: Übersicht zu Varianten von Entscheidungsmodellen .....	34
Abbildung 3: Durchschnittlich gebundenes Kapital im Zeitlauf einer Investition ohne Restwert .....	39
Abbildung 4: Durchschnittlich gebundenes Kapital im Zeitlauf einer Investition mit Restwert .....	40
Abbildung 5: Fixe Kosten .....	54
Abbildung 6: Sprungfixe Kosten .....	55
Abbildung 7: Proportionale variable Kosten ohne und mit Berücksichtigung von Fixkosten .....	55
Abbildung 8: Degressive variable Kosten ohne Berücksichtigung von Fixkosten .....	56
Abbildung 9: Progressive variable Kosten ohne Berücksichtigung von Fixkosten .....	57
Abbildung 10: Begriffssynonyme von Prozent- und Zinsrechnung .....	68
Abbildung 11: Allgemeindarstellung eines Zahlenstrahls mit Rentenzahlungen .....	89
Abbildung 12: Schematische Darstellung einer nachschüssigen Rente bei 3 Zahlungen ..	94
Abbildung 13: Schematische Darstellung einer vorschüssigen Rente bei 3 Zahlungen ..	95
Abbildung 14: Schema einer arithmetisch steigenden Rente .....	117
Abbildung 15: Schema einer arithmetisch steigenden Rente = Aufspaltung in zwei Zahlungskomponenten .....	118
Abbildung 16: Schema einer geometrisch steigenden Rente .....	121
Abbildung 17: Zahlenstrahlmethode im KW-Modell .....	132
Abbildung 18: Kapitalwertfunktion einer Normalinvestition .....	136
Abbildung 19: Ermittlung des dynamischen Amortisationszeitpunktes, Objekt A, Fallgestaltung 26 .....	145
Abbildung 20: Ermittlung des dynamischen Amortisationszeitpunktes, Objekt B, Fallgestaltung 26 .....	146
Abbildung 21: Allgemeine Steuerbox: KW-Methode unter Berücksichtigung von Steuern	150
Abbildung 22: Steuerbox: Anwendung in einem Beispielfall .....	151
Abbildung 23: Kontenausgleichsgebot bei der Vermögensendwertmethode, Anwendungsbeispiel .....	167
Abbildung 24: Trennschema für Annuitätendarlehn (nur: Kopfteil) .....	170
Abbildung 25: Formular zur Abbildung vollständiger Finanzpläne .....	170
Abbildung 26: Formular VoFi für Fallgestaltung 37 .....	173

Abbildung 27: Formular zur Bestimmung der Gewerbesteuerzahlung .....	177
Abbildung 28: Formular zur Bestimmung der Körperschaftssteuerzahlung .....	178
Abbildung 29: Formular für vollständige Finanzpläne unter Steuern .....	179
Abbildung 30: Formular zur Bestimmung der Gewerbesteuerzahlung für Fallgestaltung 38 .....	181
Abbildung 31: Formular zur Bestimmung der Körperschaftssteuerzahlung für Fallgestaltung 38 .....	181
Abbildung 32: Formular für vollständige Finanzpläne unter Steuern für Fallgestaltung 38 .....	182
Abbildung 33: Demonstrationsbeispiel zur Funktionsweise der Regula falsi .....	203
Abbildung 34: Strahlensatzmethode zur internen Zinssatzbestimmung .....	206
Abbildung 35: Kontenausgleichsgebot bei der Vermögensendwertmethode, Anwendungsbeispiel zur Sollzinssatzermittlung .....	216
Abbildung 36: Kontenausgleichsgebot bei der Vermögensendwertmethode, Anwendungsbeispiel zur Sollzinssatzermittlung .....	217
Abbildung 37: Kapitalwertmaximierung ohne Nachfolgeobjekt, Anwendungsbeispiel ..	234
Abbildung 38: Kapitalwertmaximierung mit einem Nachfolgeobjekt, Anwendungsbeispiel .....	237
Abbildung 39: Kapitalwertmaximierung mit zwei Nachfolgeobjekten, Anwendungsbeispiel .....	238
Abbildung 40: Kapitalwertmaximierung mit unendlich vielen Nachfolgeobjekten, Anwendungsbeispiel .....	240
Abbildung 41: Vermögensendwertmaximierung ohne Nachfolgeobjekt, Anwendungsbeispiel .....	248
Abbildung 42: Vermögensendwertmaximierung mit einem Nachfolgeobjekt, Anwendungsbeispiel .....	250
Abbildung 43: Kostenminimierungsmodell, Anwendungsbeispiel auf Fallgestaltung 60 .....	254
Abbildung 44: Grafische Lösung der Fallgestaltung 64, Eigene Zeichnung .....	279
Abbildung 45: Einfacher Entscheidungsbaum über 3 Zeitebenen, eigene Schema-Darstellung des Verfassers .....	348
Abbildung 46: Entscheidungsbaumstruktur zur Fallgestaltung 83 .....	353
Abbildung 47: Optionsdelta für Call und Put .....	373
Abbildung 48: Gamma einer Option in Abhängigkeit vom Kurs des Underlying .....	374
Abbildung 49: Verlauf des Vega in Abhängigkeit von Restlaufzeit und der Nähe des Kurses am Ausübungspreis .....	379
Abbildung 50: Rho in Abhängigkeit von Aktienkurs, Strikepreis und Laufzeit .....	382

## Symbolverzeichnis

$A_{(\dots)}$	Auswahlalternative, ggf. nummeriert
$A_0$	Anschaffungsauszahlung
$a_0$	empirische Regressionskonstante
$a_i$	empirischer Regressionskoeffizient
$A_{At}$	Auszahlungen auf dem Zielmarkt aus Sicht des Mutterunternehmens
AfA	Absetzung für Abnutzung; = Abschreibung
ANF	Annuitätenfaktor: $= \frac{(1+i)^T \cdot i}{(1+i)^T - 1}$
Ann	Annuität
AZ	Amortisationszeit
BEND	aufgezinsten Endwert nach dem Verfahren von Baldwin
$b_i$	Regressionsgewichte bei multidimensionalen Regressionsgeraden
$\beta_{PF}$	Maß für das systematische Risiko eines Wertpapiers oder eines Portfolios im Vergleich zum Gesamtmarkt
$B_t$	Betriebskosten in Periode t
C	fairer Preis (Kurs) einer Call-Option
$C_t$	Kapitalkosten in Periode t
c	geometrischer Steigerungsfaktor
d	arithmetischer Steigerungsfaktor
DGK	durchschnittlich gebundenes Kapital
D	Duration
$DK_i(A)$	durchschnittliche Kosten in Periode t/von Aggregat
$d; \Delta$	infinitesimale bzw. diskretes Differenzierungssymbol, Operator
e	Eulersche Zahl, $\cong 2,7182818284590$
$\hat{e}_k$	Residualgröße: Differenz zwischen Schätzwert und beobachteter Größe
$E_{At}$	Einzahlungen auf dem Zielmarkt aus Sicht des Mutterunternehmens
EK	Eigenkapital
EV	Eigenvektor
FG	Freiheitsgrad(e)
FK	Fremdkapital
$F_{emp}$	empirischer F-Wert in der F-Fehlerstatistik
G	Gewinn
GewSt	Gewerbesteuersatz
H	Gemeindesteuerhebesatz
I	Zinszahlung (pro Periode) gesamt
i	Zinssatz, allgemeines Symbol
$i^*$	modifizierter Zinssatz unter Steuerwirkung
$i_{äqui}$	Äquivalenzzinssatz
$i_{dyn}$	dynamischer Zinssatz
$i_{eff}$	effektiver Jahreszinssatz
$i_h$	Kalkulationszins auf dem Heimatmarkt: $= (1 + i_h) = (1 + i_z) \cdot (1 + \Delta w)$
$i_H$	Habenzins auf dem unvollkommenen Kapitalmarkt



$i_{\text{kalk}}$	Kalkulationszinssatz im Kapitalwertmodel, vollkommener Markt
$i_{\text{kon}}$	konformer Jahreszinssatz
$i_{\text{nom}}$	Nominalzins
$i_{\text{opp}}$	Opportunitätszinssatz für risikolose Anlage
$i_{\text{p}}$	unterjähriger Periodenzinssatz
$i_{\text{rel}}$	relativer unterjähriger Periodenzins
$i_{\text{s}}$	Sollzins auf dem unvollkommenen Kapitalmarkt
$i_{s_k}$	kritischer Sollzins
$i_z$	durch Wechselkurs beeinflusster Kalkulationszins auf dem Zielmarkt
$K$	Kapital, allgemeiner Parameter
$K_0$	Kapital zum Zeitpunkt 0
$K_t$	Kapital nach $t$ Jahren
$K_F$	Fixe Kosten
$K_{\text{ges}}$	Gesamtkosten
$K_n$	Endkapital nach $n$ Jahren
$\text{Kov; Cov}$	Kovarianz, auch: Covarianz
$\text{KöSt}$	Körperschaftsteuersatz
$K_T$	Endkapital nach $T$ Jahren <sup>1</sup>
$K_v$	(gesamte) variable Kosten
$k_v$	variable Kosten pro Stück
$KW$	Kapitalwert
$KW_M$	Kapitalwert aus Sicht des Mutterlandes bei Auslandsinvestitionen
$KW_n$	Kapitalwert nach einer Nutzungsdauer von $n$ Perioden
$KW_T$	Kapitalwert aus Sicht des Tochterunternehmens im Zielland
$KW_{\infty}$	Kapitalwert einer ewigen Rente aus einer Annuität
$L$	Liquidationserlös
$L_n$	Liquidationserlös nach einer Nutzung von $n = t$ Perioden
$L_{At}$	Liquidationserlös auf dem Zielmarkt aus Sicht des Mutterunternehmens
$m$	Anzahl der unterjährigen Zinsperioden
$\text{MAX}$	Maximum (der jeweils betrachteten Größe)
$\text{MD}$	modifizierte Duration (modified duration)
$\text{MIN}$	Minimum (der jeweils betrachteten Größe)
$\mu$	My, verwendet als Erwartungswert
$n$	Laufzeit, allgemeiner Parameter
$N(\dots)$	Normalverteilungswert einer Variablen
$NZ$	Nettozahlung
$NZ_t^+$	positive Nettozahlungen
$NZ_t^-$	negative Nettozahlungen
$NZ^e$	erfolgswirksame Nettozahlung
$NZ^u$	erfolgsunwirksame Nettozahlung
$\omega$	Omega, hier als Wahrscheinlichkeitsmaß verwendet
$p$	Preis (pro Stück bzw. pro verkaufter Einheit)
$p_c$	Preis (Kurs) einer Call-Option
$p_{\text{nom}}$	Nominalverzinsung einer endfälligen Anleihe

<sup>1</sup> Aus darstellerischen und didaktischen Gründen laufen die Parameter zuweilen nach unterschiedlichen Zählweisen,  $t$  und  $n$  sind aber in der Finanzmathematik und in der Investitionsrechnung die gängigen „Laufparameter“.

$p_p$	Preis (Kurs) einer Put-Option
p. a.	per anno, pro Jahr
$P$	fairer Preis (Kurs) einer Put-Option
$q$	$= :1 + i$ ; Jahreszinsfaktor
$q_u$	Umlaufrendite
$r_B$	gemessene Rendite eines Benchmark-Portfolios
$r_f$	risikolose Rendite am Kapitalmarkt
$r_{pF}$	gemessene Rendite eines Portfolios
$R$	Rente
$R_t$	Rückfluss im Zeitpunkt $t$
$R^2$	Bestimmtheitsmaß
$R_{kor}^2$	korrigiertes Bestimmtheitsmaß
RBWF	Rentenbarwertfaktor $= \frac{q^T - 1}{q - 1} \cdot \frac{1}{q^T} = \frac{(1 + i)^T - 1}{(1 + i)^T \cdot i}$
RW	Restwert
RZ	Rückzahlung
$r$	Rentabilität
$r^*$	endogener Zinsfuß, so genannte „cut-off-rate“
$r_F$	fixer Kapitalmarktzins
$r_{x,y}$	Korrelationskoeffizient zweier Variable (hier: $x$ und $y$ )
$S_{(T;t)}$	Geometrische Reihe bis $t$ bzw. bis zum Endzeitpunkt $T$
$S$	Steuerzahlung gesamt (pro Periode)
$s$	Steuersatz (dezimal)
$t = \dots$	zeitlicher, laufender Parameter
$T = \dots$	Zeitparameter für zeitlich letzte Zahlung
$U$	Utility = Nutzen
$U(x)$	Umsatz in Abhängigkeit der abgesetzten Menge
$V$	Vermögen
$\text{Var} = \sigma^2$	Varianz, Sigma-Quadrat
$\sigma$	Standardabweichung, Sigma
$\sigma_A$	Standardabweichung der Volatilität des Basiswertes
$\sigma_A^2$	Varianz der Volatilität des Basiswertes
$\sigma_{pF}$	Volatilität eines Portfolios
VEND	Vermögensendwert
VoFi	Methode der vollständigen Finanzpläne
$w$	Wechselkursfaktor
$x_i$	Menge, allgemeiner Parameter
$\times$	Schnittsymbol für Geraden und Strecken
$\chi^2$	Chi-Quadrat: AbweichungssummsgröÙe im Chi-Quadrat-Test
$Z_{(\dots)}$	Zustandvariable, ggf. nummeriert
$Z_t$	(Netto-)Zahlung in der Periode $t$



# 1. Grundlagen der Investitions- und Finanzierungsrechnung

## 1.1 Einleitung

Das vorliegende Buch soll einen Überblick über mathematische Verfahren geben, welche zur Beurteilung von Investitions- und Finanzierungsvorhaben geeignet sind. Neunzig Prozent des Buches sind daher mathematischen und algorithmischen Vorgehensweisen gewidmet, aber in einem einleitenden Kapitel werden zunächst einige theoretische und vor allem systematische Hintergründe beleuchtet.

Dies ist in jedem Werk zur Investitionsrechnung in größerem oder geringerem Umfange so. Leser<sup>1</sup>, die sofort mit der Mathematik beginnen wollen, können die Verfahren ab dem 2. Abschnitt sofort zu betrachten beginnen. Dies schadet sicherlich nicht dem Kenntniserwerb um die Methodik, doch laufen solche Ungeduldigen u. U. Gefahr, nicht jederzeit darüber orientiert zu sein, innerhalb welcher betriebswirtschaftlichen Fragestellung sie überhaupt operieren.

Nach den grundlegenden Definitionen wird dann aufgezeigt, welche Stellung das Fach in der Betriebswirtschaftslehre einnimmt, und was seine wesentlichen Inhalte sind. Die theoretische Behandlung der Investitionsrechnung besteht in der Auflistung und Erläuterung ihrer Inhalte. Dabei wird bereits auf die besondere Nomenklatur der Investitionslehre abgestellt. In den darauf folgenden Fachkapiteln erfolgt zunächst eine der Systematisierung folgende Problemstellung und die Darstellung eines (oder mehrerer) Verfahren, welche diese Problemstellung zu lösen in der Lage sind.

Hier ist es zunächst wichtig, die Verfahren erklären zu können und zu verstehen, was sie für den Betriebswirt an Erkenntnisgewinn fördern können (besonders unter dem praktischen Gesichtspunkt der Herbeiführung einer unternehmerischen Entscheidung), aber noch wichtiger ist es, die Verfahren mathematisch korrekt anwenden zu können. Um es klar auszusprechen: Das Werk ist ein *Handbuch der „Investitionsrechnung“* und nicht etwa eine Anleitung zu einer „Investitionsdiskussion“ oder ähnlich. Natürlich sind alle Verfahren wissenschaftlich zu untermauern und bedürfen vorab einer gewissen Deskriptivität, doch in jedem Fall sind konkrete Berechnungen anzustellen, wonach ein Schluss zu ziehen ist, der nicht nur auf eine konkrete unternehmerische Entscheidung hinausläuft, sondern der auch

---

<sup>1</sup> In diesem Buch wird durchweg das generische Maskulinum angewendet. Dies gilt ausschließlich der besseren Lesbarkeit der Texte, es ist damit keine Diskriminierung des weiblichen oder eines anderen denkbaren Geschlechtes verbunden.

einem axiomatisch aufgebauten Entscheidungssystem folgt. Dies zeitigt häufig Vorgehensweisen, die der Mathematik entspringen:

So erfolgen zunächst bestimmte *Definitionen* von Begriffen und Sachverhalten, die Entscheidungsgrundlagen werden in *Sätzen* – oder um es mehr betriebswirtschaftlich zu formulieren – in Kriterien oder Regeln ausgedrückt<sup>2</sup>.

Nach den verbalen Erläuterungen werden die Verfahren mit kleinen, idealtypischen aber konkreten *Fallgestaltungen* gearbeitet, welche ausführlich gelöst werden. Ähnliche Problemstellungen sind im Regelfall in den Übungsaufgaben zu lösen; weil dies in der Praxis (etwa, weil Sie im Arbeitsumfeld eine investitionsrechnerische Fragestellung lösen wollen oder als Student in einer Klausur eine Aufgabe lösen müssen) im Rahmen begrenzter Zeit zu erfolgen hat, sollte sich der Leser darin mehrfach üben. Hierzu stehen diverse *Übungsaufgaben* am jeweiligen Kapitelende zur Verfügung, die im Lösungsteil etwas knapper als im Text, aber trotzdem noch leicht nachvollziehbar gelöst sind<sup>3</sup>. An einigen Stellen wird über die konstruierten Fallgestaltungen hinausgegangen, dort werden komplexere *Sachverhalte aus der betriebswirtschaftlichen Praxis*<sup>4</sup> beschrieben und dann auf ähnliche modellhafte Art gelöst. Die Aufgaben beziehen sich zwar stets auf das vorangegangene Hauptkapitel, doch ist ihre Reihenfolge manchmal abweichend als es der chronologischen Abfolge im Lehrtext entsprechen würde. Der *Grund hierfür ist didaktischer Natur*: Im „richtigen Leben“, also in einer realen Entscheidungssituation, wird auch niemand dem Investitionsrechner sagen, welche Methode er nun anzuwenden hat.

Hier muss sich der Leser dasjenige Verfahren aus dem letzten gelesenen Text herausuchen, welches ihn dann der Lösung näherbringen wird.

Darüber hinaus finden Sie im Literaturverzeichnis zahlreiche Lehrbücher mit einem nahezu unbegrenzten Fundus an ähnlichen Aufgaben.

Zum Verständnis der Herleitungen, der Berechnungen selbst und ggf. von mathematischen Umformungen wird sehr nachdrücklich empfohlen, die zu Grunde liegende Mathematik rechtzeitig zu rekapitulieren. Sollten Sie das Handbuch im Rahmen eines betriebswirtschaftlichen Studiums einsetzen, wird nachdrücklich

---

<sup>2</sup> Ein besonderer, wenn auch seltener Fall von „Sätzen“ wird in diesem Buch vorliegen, wenn es sich weniger um abgeleitete Entscheidungsregeln oder erfüllte Kriterien handelt, sondern um betriebswirtschaftliche Gesetzmäßigkeiten, also um Mechanismen, die (wie in den Naturwissenschaften oder in der Mathematik) stete und unverbrüchliche Allgemeingültigkeit haben.

<sup>3</sup> Die Aufgaben und Lösungen sind allesamt schon „irgendwo“ Gegenstand einer Klausur, Großübung o. ä. des Autors gewesen und sind von ihren Ergebnissen her überprüft und richtig. Dennoch ist niemand, auch nicht Ihr Buchautor, vor dem Druckfehlerteufel, Zahlendrehern oder ähnlichem gefeit. Melden Sie offensichtliche Fehler mit etwas Nachsicht dem Verfasser – er wird eine eigene Emailadresse hierfür einrichten!

<sup>4</sup> Im Regelfall allerdings ein wenig verfremdet, dass sich niemand wiederfinden kann, der die beschriebene investitionsrechnerische Situation real erleben musste.

empfohlen, die „Mathematikscheine“ Ihres Studiums<sup>5</sup> bereits absolviert zu haben. Es ist für das vorliegende Fach eher kontraproduktiv, diese „auf die lange Bank“ geschoben zu haben.

Dennoch werden wir an der gegebenen Stelle – im Kapitel 3 – noch umfangreiche mathematische Darstellungen einfügen, weil ohne diese das vorliegende Handbuch seinen vollständigen Zweck nicht erfüllen könnte.

## 1.2 Definitionen und Abgrenzungen

Der Begriff einer Investition ist auf das lateinische Verb „investire“ zurückzuführen. Es wird mit „einkleiden“ oder auch „bekleiden“ übersetzt. In unserem übertragenen Sinne bedeutet es, dass ein Investor geldliche Mittel einsetzt, um etwas anderes dafür zu erhalten. Nun ist auf die Person – besser: Institution – des Investors zu blicken. Hierbei kann es sich um eine Privatperson, ein Unternehmen oder um eine staatliche Institution handeln. Staatliche Investitionen können durch ein Staatswesen selbst oder durch die ihm eingegliederten Gebietskörperschaften, für Deutschland sind dies die Länder und Kommunen, erfolgen. Die Summe dieser Investitionen wird in der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung mit dem Buchstaben „I“ für die staatliche Investitionstätigkeit bezeichnet und ebenso bilanziert. Diese staatlichen Investitionen sind aber *nicht* Gegenstand dieses Buches, weil der staatlichen Investitionstätigkeit fast immer ein wesentliches Merkmal der Handlungsweise von Betriebswirten fehlt: Der Staat strebt im Regelfall keine Gewinnmaximierung an. Dies ist bei Privatpersonen oder Unternehmen anders, darum stehen sie in der Folge in unserem Fokus.

Als nächstes gilt es zu untersuchen, in welche Art von Objekten die eingesetzten Geldmittel nun umgewandelt werden. Der Begriff „Objekt“ wurde mit Vorbedacht so abstrakt wie möglich gewählt, weil es drei unterschiedliche Möglichkeiten<sup>6</sup> gibt:

(1) Als Gegenwert wird eine Real- oder Sachinvestition erworben. Dabei kann es sich um Produktionsmaschinen, andere Betriebsmittel, Grundstücke, Gebäude oder Waren und Vorräte handeln.

(2) Es können aber auch immaterielle Güter erworben werden. Dies können Lizenzen, Rechte, Patente, Konzessionen, Rezepturen o. ä. sein; ferner alle Objekte, deren Handhabung und Nutzung unter das Gebrauchsmustergesetz fallen. Auch der Erwerb persönlichen Knowhows durch die vertragliche Bindung neuer Mitarbeiter oder die Kreation eines Werbefeldzuges fallen darunter.

---

<sup>5</sup> Je nach konkret belegtem Studiengang unterscheiden sich Umfang und Inhalte von Wirtschaftsmathematik, Statistik und Veranstaltungen zur mathematischen Methodik geringfügig voneinander.

<sup>6</sup> Vgl. Däumler, K./Grabe, J.: Investitionsrechnung verstehen, 14. Auflage, Verlag NWB, Herne 2019, S. 6.