2026

STARK Prüfun

MEHR ERFAHREN

G9 Abit

Bayern

Mathematik eA

✓ Offizielle Musteraufgaben für das neue Abitur mit Lösungen

✓ Übungsaufgaben mit der Struktur der neuen Prüfung

✓ Interaktives Training

Inhaltsverzeichnis

Autoren

Dr. Ewald Bichler, Christian Ratzka, Sybille Reimann

Digitales Übungsmaterial zu diesem Buch

Bei **MySTARK** finden Sie ein **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil, inklusive **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen, teilweise mit Veranschaulichung durch Videos

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2026 unter:
www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

auf die **schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik** kann man sich hervorragend vorbereiten. Eine sehr effektive Form der Vorbereitung ist das **Lösen von Abituraufgaben**. Dabei möchte Sie das vorliegende Buch begleiten und unterstützen.

Beachten Sie, dass Sie bereits während der Qualifikationsphase mit ihm arbeiten und geeignete Aufgaben üben können. Das **Stichwortverzeichnis** erlaubt Ihnen die gezielte Suche nach bestimmten Begriffen und Inhalten der Abiturprüfung.

Das Buch enthält die **offiziellen illustrierenden Prüfungsaufgaben** für die schriftliche Abiturprüfung in Bayern ab 2026. Außerdem finden Sie **zwei Musterprüfungen** im Stil der G9-Prüfung, die aus Abituraufgaben früherer Jahre zusammengestellt wurden. Dabei wurden die Aufgaben so ausgewählt, dass Sie den gesamten Stoff des G9-Lehrplans trainieren können.

Wenn Sie mithilfe der vorliegenden Aufgaben trainieren, dann versuchen Sie zunächst, die Aufgaben ohne die Lösungsvorschläge zu bearbeiten. Wenn Sie an einer (Teil-)Aufgabe den Einstieg in die Bearbeitung nicht finden oder nicht erkennen, welche mathematische Fragestellung sich dahinter verbirgt, dann schlagen Sie bitte zuerst die **Lösungshinweise** auf, die Sie jeweils unmittelbar nach der Angabe finden. Ist zu einer (Teil-)Aufgabe mehr als ein Hinweis abgedruckt, dann nutzen Sie zunächst nur den ersten Hinweis und versuchen Sie dann erneut, die Aufgabe alleine zu lösen. Klappt das nicht, dann nutzen Sie den nächsten Hinweis, und so weiter.

Nach den Lösungshinweisen finden Sie **vollständige Lösungsvorschläge**. Diese Lösungsvorschläge sind so konzipiert, dass Sie die Lösungswege nachvollziehen und verstehen können. Daher sind die vorliegenden Lösungsvorschläge oft umfangreicher als die Lösungsdokumentation, die von Ihnen in der Abiturprüfung erwartet wird. An der einen oder anderen Stelle werden Begründungen und Erläuterungen gegeben, die in der Aufgabenstellung nicht verlangt sind. Diese dienen Ihrem Verständnis. In den Lösungsvorschlägen wird das jeweils entsprechend gekennzeichnet. Gibt es für eine Aufgabe mehrere interessante Lösungswege, so sind durchaus auch diese abgedruckt.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2026 vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kutlus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu unter:
www.stark-verlag.de/mystark (Zugangscode vgl. vorne im Buch)

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg! Denken Sie daran: **Training** ist die beste Vorbereitung. Gut trainiert wird Ihre Abiturprüfung in Mathematik erfolgreich sein!

Dr. Ewald Bichler
Christian Ratzka

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

1 Ablauf der Prüfung

1.1 Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

Die Aufgaben werden im Auftrag des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus von einer Fachkommission zusammengestellt, die dabei Aufgaben verwendet, die von Fachlehrkräften erstellt wurden. Die verbindlichen curricularen Vorgaben (siehe auch www.isb.bayern.de), nach denen in den Jahrgangsstufen 12 und 13 der Qualifikationsphase unterrichtet wird, bestimmen Inhalte und Anforderungen der Abituraufgaben.

1.2 Prüfungsvarianten

Seit dem Schuljahr 2011/2012 wird in Bayern neben der „normalen" Abiturprüfung für alle Schulen auch eine Abiturprüfung „Mathematik (MMS)" (früher CAS) angeboten. Jedes Gymnasium kann entscheiden, ob es ab der Jahrgangsstufe 10 Klassen oder Kurse einrichtet, die mit MMS arbeiten. Auch wenn Sie in einer MMS-Klasse sind, können Sie ein paar Monate vor der Abiturprüfung selbst entscheiden, ob Sie die „normale" Abiturprüfung oder die MMS-Abiturprüfung schreiben möchten.

1.3 Aufbau der Prüfungsaufgaben

Die Abiturprüfung Mathematik gliedert sich in die beiden Prüfungsteile A und B, die ihrerseits wieder in die Sachgebiete **Analysis, Stochastik und Geometrie** unterteilt sind. Insgesamt sind 100 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, die sich folgendermaßen auf die drei Sachgebiete verteilen:

Sachgebiet	**Prüfungsteil A**		**Prüfungsteil B**
	Pflichtteil	Wahlteil	
Analysis	10	10	30
Stochastik	5		20
Geometrie	5		20

Prüfungsteil A (ohne Hilfsmittel)
Dies ist der hilfsmittelfreie Teil der Prüfung, d. h., die Aufgaben sind ohne Formeldokument und ohne Taschenrechner zu lösen. Es werden dem Prüfling insgesamt zehn Teilaufgaben vorgelegt: vier Pflichtaufgaben zum Niveau 1 (zwei zum Sachgebiet Analysis und je eine zu den Sachgebieten Geometrie und Stochastik) und sechs Wahlaufgaben zum Niveau 2 (jeweils zwei Teilaufgaben zu jedem der drei Sachgebiete). Der Prüfling wählt aus den sechs Wahlaufgaben zum Niveau 2 zwei Teilaufgaben aus. Insgesamt sind also sechs Teilaufgaben zu bearbeiten, vier zu Niveau 1 und zwei zu Niveau 2 (Niveau 1 beinhaltet die Anforderungsbereiche I und II und Niveau 2 auch den Anforderungsbereich III).

Prüfungsteil B (mit Hilfsmitteln)
Hier werden den Lehrkräften zu jedem der drei Sachgebiete jeweils zwei Aufgaben vorgelegt, von denen der Fachausschuss je eine für die Bearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler eines Kurses auswählt.

Alle Schülerinnen und Schüler (auch die mit MMS bzw. CAS) legen den Prüfungsteil A ohne Hilfsmittel ab und dürfen die zugelassenen Hilfsmittel **nur** für die Bearbeitung von Prüfungsteil B benutzen. Zu Beginn der **Prüfungszeit von insgesamt 300 Minuten** werden allen Schülerinnen und Schülern die Angaben beider Prüfungsteile vorgelegt. Der Prüfling entscheidet selbst, wann er die Bearbeitung zum Prüfungsteil A abgibt. Dieser Zeitpunkt muss **innerhalb der ersten 110 Minuten** nach Prüfungsbeginn liegen. Nach der Abgabe erhält er die zusätzlichen Hilfsmittel für Prüfungsteil B.

Beachten Sie bereits bei der Vorbereitung auf Ihre Prüfung, dass für das Lösen der Aufgaben im **Prüfungsteil A** weder ein Taschenrechner noch das Formeldokument noch das Stochastische Tafelwerk zugelassen sind. Das bedeutet jedoch nicht, dass Sie bei der Bearbeitung dieser Aufgaben weder rechnen müssen noch ohne jede Formel auskommen können! In den Lösungen sind bei den Rechnungen Zwischenschritte angegeben, die Sie beim „Kopfrechnen" eventuell benötigen. In den Tipps und Hinweisen finden Sie benötigte Formeln eigens ausgewiesen.

1.4 Zugelassene Hilfsmittel

Für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik sind zugelassen

im **Prüfungsteil A**:
- für Mathematik übliche Schreib- und Zeichengeräte

im **Prüfungsteil B**:
- für Mathematik übliche Schreib- und Zeichengeräte
- das ländergemeinsame **Formeldokument:** Im Auftrag der Bundesländer wurde am Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) ein „Dokument mit mathematischen Formeln" entwickelt. Das aktuell an den bayerischen Gymnasien zugelassene Dokument finden Sie auf den Internetseiten des Bayerischen Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung (www.isb.bayern.de). Dieses Dokument wird im vorliegenden Buch der Einfachheit halber „Formeldokument"

genannt. Die ebenfalls am IQB entwickelte ländergemeinsame **mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung** (die das Dokument mit mathematischen Formeln enthält) ist auch zugelassen.

- ein zugelassenes **Stochastisches Tafelwerk** (übergangsweise bis einschließlich der Abiturprüfung 2027)
- ***entweder*** ein **wissenschaftlicher Taschenrechner**, dessen Funktionalität den Regelungen des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus entspricht (übergangsweise bis einschließlich der Abiturprüfung 2029) oder der das zentrale Prüfverfahren der Länder erfolgreich durchlaufen hat
- ***oder*** ein **modulares Mathematiksystem (MMS)**, das das zentrale Prüfverfahren der Länder erfolgreich durchlaufen hat. Übergangsweise (bis einschließlich der Abiturprüfung 2028) ist eines der **CAS-Systeme** TI-Nspire CX CAS, TI-Nspire CX II-T CAS, CASIO ClassPad 330, CASIO ClassPad II fx-CP400 und Prime Graphing Calculator von Hewlett Packard zugelassen. Zudem ist übergangsweise in Schulen, die am Schulversuch „CAS in Prüfungen“ teilgenommen haben, die GeoGebra Suite im entsprechenden Prüfungsmodus zugelassen.

Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen gehören zur Abiturarbeit und dürfen nur auf Papier, das den Stempel der Schule trägt, angefertigt werden.

Bitte denken Sie daran, dass die Verwendung der Hilfsmittel nur dann gewinnbringend ist, wenn ihre Verwendung geübt ist. Trainieren Sie sich also Sicherheit im Umgang mit Ihren Geräten und dem Formeldokument an.

2 Leistungsanforderungen und Bewertung

Die Bewertung Ihrer Prüfungsarbeit erfolgt auf der Grundlage zweier Korrekturen:
Die Erstkorrektur führt in der Regel die Mathematiklehrkraft durch, die Sie in der Jahrgangsstufe 13 unterrichtet hat. Die Zweitkorrektur erfolgt in der Regel durch eine andere Mathematiklehrkraft Ihrer Schule. Beide Lehrkräfte korrigieren Ihre Prüfungsarbeit unabhängig voneinander. Jede Korrektur ist an die bei jeder Aufgabe am linken Rand des Angabenblattes vermerkte, maximal erreichbare Zahl von Bewertungseinheiten (BE) gebunden. Auf der Grundlage dieser Punkteverteilung ermittelt jeder Korrektor die erreichte Gesamtpunktzahl für jede Aufgabe und damit auch die erzielte Gesamtsumme der Bewertungseinheiten. Diese werden nach der Tabelle auf der folgenden Seite in Notenpunkte umgesetzt.

Aufgabenstellung

BE

1 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f\colon x \mapsto \frac{1}{100}(2x^3 - 43x^2 + 248x)$. Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f von f im Bereich $0 \le x \le 10$.

Abb. 1

a Begründen Sie anhand des Terms von f, dass G_f nicht symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist, und zeigen Sie rechnerisch, dass G_f für $x < 7\frac{1}{6}$ rechtsgekrümmt ist. 4

b Es gibt eine Stelle $x_0 \in [0; 10]$, an der die lokale Änderungsrate von f mit der mittleren Änderungsrate von f im Intervall [0; 10] übereinstimmt. Ermitteln Sie grafisch anhand von Abbildung 1 einen Näherungswert für x_0. 3

c Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente t an G_f im Punkt $(10 \mid f(10))$ und zeichnen Sie t für $x \ge 10$ in Abbildung 1 ein.
[zur Kontrolle: Gleichung von t: $y = -0{,}12x + 3$] 4

2 Betrachtet wird die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $g_k\colon x \mapsto 3x \cdot e^{kx}$ mit $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Der Graph jeder Funktion g_k der Schar hat genau einen Extrempunkt E_k. Abbildung 2 zeigt den Graphen G einer Funktion dieser Schar.

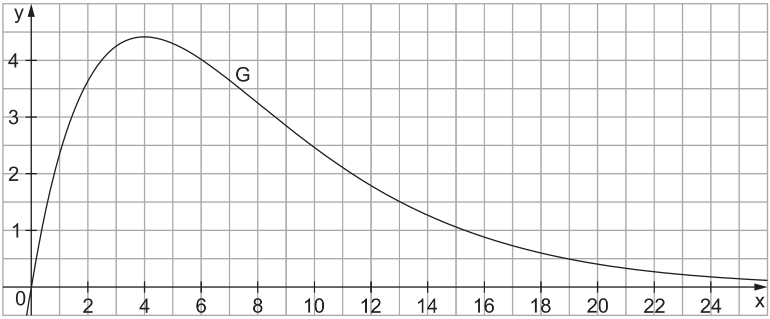


Abb. 2

a Alle Extrempunkte E_k liegen auf der Geraden h. Bestimmen Sie rechnerisch die Steigung von h. 5

Der Graph G besitzt den Hochpunkt $\left(4 \,\middle|\, \frac{12}{e}\right)$.

b Begründen Sie, dass G der Graph der Funktion g_k mit $k = -0{,}25$ ist. 2

c Geben Sie alle Werte $a \in \mathbb{R}$ an, für die die Gleichung $3x \cdot e^{-0{,}25x} = a$ genau eine Lösung besitzt. 2

3 Junge Hunde wachsen in ihren ersten Lebensmonaten sehr schnell zu ausgewachsenen Hunden heran. Zur Beschreibung der Zunahme der Körpermasse eines Hundes einer bestimmten Rasse in den ersten 25 Lebensmonaten werden die folgenden beiden Modelle betrachtet:

- Für Modell A wird für $0 \leq x \leq 10$ der Graph G_f aus Aufgabe 1 und für $10 \leq x \leq 25$ die Tangente t (vgl. Aufgabe 1 c) verwendet.
- Für Modell B wird für $0 \leq x \leq 25$ der Graph G der Funktion $g_{-0,25}$ aus Aufgabe 2 genutzt.

In beiden Modellen steht die x-Koordinate des jeweiligen Punkts auf den Graphen bzw. der Tangente für die Zeit in Monaten, die seit der Geburt des Hundes vergangen sind, und seine y-Koordinate für die momentane Änderungsrate der Körpermasse des Hundes in Kilogramm pro Monat. Dabei wird vereinfachend davon ausgegangen, dass jeder Monat 30 Tage hat.

a Formulieren Sie eine Aussage im Sachzusammenhang, die für beide Modelle für $x = 4$ zutrifft. 1

b Berechnen Sie auf der Grundlage von Modell A, wie viele Monate nach der Geburt ein Hund der betrachteten Rasse erstmals nicht mehr an Körpermasse zunimmt.
[zur Kontrolle: 25 Monate] 2

TIPP **Lösungshinweise – Aufgabe B1, Analysis**

Teilaufgabe 1 a

Symmetrie:

- G_f ist punktsymmetrisch zu $(0|0)$ genau dann, wenn $f(-x) = -f(x)$ gilt.
- Besitzt eine ganzrationale Funktion nur ungerade Potenzen von x und kein konstantes Glied, dann ist der Graph punktsymmetrisch zu $(0|0)$.

Krümmung:

- Ist $f''(x) < 0$ im Intervall I, dann ist G_f in I rechtsgekrümmt.
- Eselsbrücke: „f'' **n**e**gativ**" bedeutet **Re**chtskrümmung.

Teilaufgabe 1 b

Die mittlere Änderungsrate in [0; 10] ist die Steigung der Sekante durch die Graphenpunkte $(0|f(0))$ und $(10|f(10))$.

Die lokale Änderungsrate bei x_0 ist die Steigung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(x_0|f(x_0))$.

Geraden gleicher Steigung sind parallel.

Teilaufgabe 1 c

Dies ist ein Standardproblem. Verwenden Sie für die Tangentengleichung an G_f in $P(x_P|f(x_P))$ den Ansatz $y = a \cdot x + b$ mit $a = f'(x_P)$.

Den Wert für b erhalten Sie durch Einsetzen der Koordinaten von $P(x_P|f(x_P))$ in den Ansatz für die Tangentengleichung.

Achten Sie beim Zeichnen auf den Anschluss bei $(10|f(10))$.

Teilaufgabe 2 a

Laut Angabe gibt es für jedes k genau einen Extrempunkt. Also hat g'_k für jedes k genau eine Nullstelle (mit Vorzeichenwechsel).

Verschaffen Sie sich die Koordinaten von zwei verschiedenen Extrempunkten.

Zur Ermittlung der Steigung einer Geraden gibt es mehrere Möglichkeiten:

1. Steigungsdreieck ermitteln und $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ berechnen
2. Allgemeiner Ansatz $y = m \cdot x + t$ mit zwei Punkten $(x_1|y_1)$ und $(x_2|y_2)$:
   I) $y_1 = m \cdot x_1 + t$
   II) $y_2 = m \cdot x_2 + t$
   Dieses Gleichungssystem ist dann zu lösen.

Wenn man weiß, wie man die Gleichung einer Ortskurve ermittelt, ist das ein möglicher Weg.

1 a Variante 1 für die Symmetrie

$$f(-x) = \frac{1}{100} \cdot \left(2 \cdot (-x)^3 - 43 \cdot (-x)^2 + 248 \cdot (-x)\right) = \frac{1}{100} \cdot (-2x^3 - 43x^2 - 248)$$
$$\neq -f(x)$$

$\Rightarrow$ G_f ist nicht punktsymmetrisch zu $(0|0)$.

Variante 2 für die Symmetrie

Wegen des Terms $-43x^2$, der keine ungerade Potenz von x hat, kann der Graph von f nicht punktsymmetrisch zum Ursprung sein.

Krümmungsverhalten

$$f(x) = \frac{1}{100} \cdot (2x^3 - 43x^2 + 248x)$$

$$\Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{100} \cdot (6x^2 - 86x + 248); \quad f''(x) = \frac{1}{100} \cdot (12x - 86) = \frac{1}{50} \cdot (6x - 43)$$

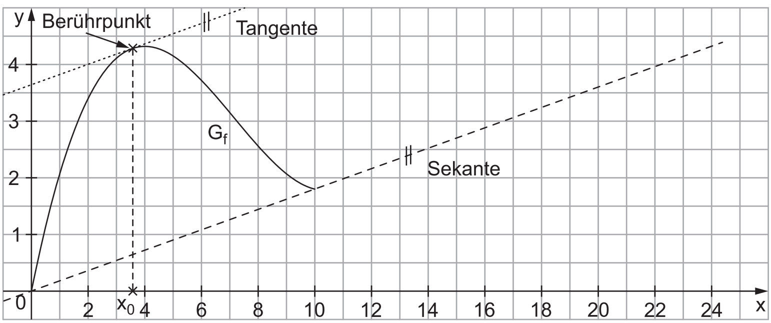
Ist $f''(x) < 0$, dann liegt eine Rechtskrümmung vor.

Es ist $f''(x) < 0$ genau dann, wenn $6x - 43 < 0$ ist, also wenn:

$6x < 43$

$x < \frac{43}{6} = 7\frac{1}{6}$

b



Die mittlere Änderungsrate im Intervall [0; 10] ist die Steigung der Sekante, die durch die Graphenpunkte $(0|f(0))$ und $(10|f(10))$ läuft. Sie ist gestrichelt eingezeichnet.

An der Stelle $x_0 \in [0; 10]$, an der die lokale Änderungsrate mit dieser mittleren übereinstimmt, liegt eine Stelle vor, bei der die Tangente an den Graphen dieselbe Steigung wie die Sekante aufweist. Zu zeichnen ist also eine Parallele zur Sekante, die den Graphen von f im Intervall [0; 10] berührt. Diese ist gepunktet eingezeichnet.

Man liest für die x-Koordinate des Berührpunkts etwa $x_0 \approx 3{,}6$ ab.

c Der Ansatz für die Tangentengleichung ist $t(x) = a \cdot x + b$. Dabei gilt:

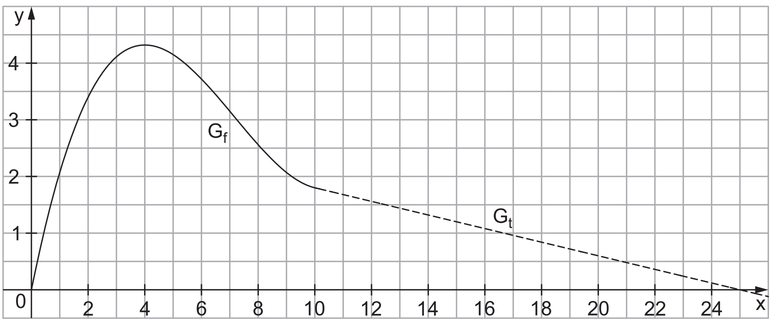
$$a = f'(10) = \frac{1}{100} \cdot (6 \cdot 10^2 - 86 \cdot 10 + 248) = -\frac{3}{25}$$

Der Punkt $(10 \mid f(10))$ liegt auf dem Graphen von t:

$$\begin{aligned} t(10) &= f(10) \\ a \cdot 10 + b &= \frac{1}{100} \cdot (2 \cdot 10^3 - 43 \cdot 10^2 + 248 \cdot 10) \\ -\frac{3}{25} \cdot 10 + b &= \frac{9}{5} \\ -\frac{6}{5} + b &= \frac{9}{5} \\ b &= 3 \end{aligned}$$

Also ist:

$$t(x) = -\frac{3}{25} \cdot x + 3 = -0{,}12x + 3$$



2 **a** Da laut Angabe jeder Graph G_k genau einen Extrempunkt E_k hat, hat die Ableitung g'_k für jedes k genau eine Nullstelle. Diese Ableitung wird mit der Produktregel ermittelt:

$$g_k(x) = 3x \cdot e^{kx}$$

$$g'_k(x) = 3 \cdot \left(1 \cdot e^{kx} + x \cdot k \cdot e^{kx}\right) = 3 \cdot \underbrace{e^{kx}}_{\substack{\neq 0 \\ \text{für alle k}}} \cdot (1 + k \cdot x)$$

$$g'_k(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + k \cdot x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{k}$$

Für die zugehörige y-Koordinate des Extrempunkts gilt:

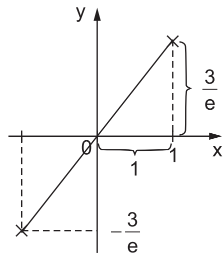
$$g_k\left(-\frac{1}{k}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{1}{k}\right) \cdot e^{k \cdot \left(-\frac{1}{k}\right)} = -\frac{3}{k} \cdot e^{-1} = -\frac{3}{k \cdot e}$$

Die gesuchte Steigung lässt sich auf verschiedene Arten ermitteln.

Variante 1
Man ermittelt zwei verschiedene Extrempunkte und berechnet daraus die Steigung der Geraden durch diese beiden Punkte. Hierbei ist es ratsam, möglichst einfache Werte für k zu wählen, beispielsweise $k = -1$ und $k = 1$:

$k = 1$: $\left(-1 \,\middle|\, -\frac{3}{e}\right)$

$k = -1$: $\left(1 \,\middle|\, \frac{3}{e}\right)$



Die Punkte liegen punktsymmetrisch zu $(0|0)$. Die gesuchte Gerade ist also eine Ursprungsgerade. Ihre Steigung ist:

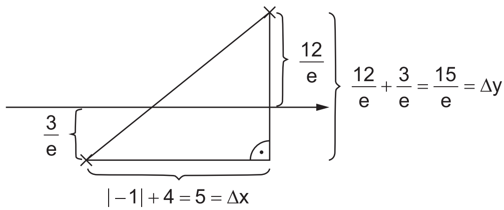
$$\frac{\frac{3}{e}}{1} = \frac{3}{e}$$

Variante 2
Wie in Variante 1 wählt man zwei verschiedene Extrempunkte. Einer ist in der Angabe der Aufgabe bereits genannt:

$\left(4 \,\middle|\, \frac{12}{e}\right)$

Dazu wählt man den Extrempunkt, der zu $k = 1$ gehört:

$\left(-1 \,\middle|\, -\frac{3}{e}\right)$



Die gesuchte Steigung ist somit:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{15}{e}}{5} = \frac{3}{e}$$

Variante 3
Die Extrempunkte E_k haben die Koordinaten $\left(-\frac{1}{k} \,\middle|\, -\frac{3}{k \cdot e}\right)$.

Daraus lässt sich die sogenannte „Ortskurve" ermitteln, also diejenige Kurve, auf der die Punkte E_k liegen. Für deren x- und y-Koordinaten gilt:

(I) $x = -\frac{1}{k}$ (II) $y = -\frac{3}{k \cdot e}$

Aus Gleichung (I) folgt $k = -\frac{1}{x}$. Dies wird in Gleichung (II) eingesetzt:

$$y = -\frac{3}{-\frac{1}{x} \cdot e} = \underbrace{\frac{3}{e}}_{\text{Steigung}} \cdot x$$

Die gesuchte Steigung ist also $\frac{3}{e}$.