2026

STARK Prüfun[g]

MEHR ERFAHREN

Abitur

Berlin/Brandenburg

Mathematik GK

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Interaktives Training
- ✓ Online-Glossar

PDF

Inhalt

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur 2026

Zentrale schriftliche Abiturprüfung

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen Den Zugangscode finden Sie vorne in diesem Buch.

Bei **MySTARK** finden Sie:

– **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs, inklusive **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen, teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
– **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Autoren:

Dr. Detlef Launert
Lösungen zur Abiturprüfung 2023, Aufgaben 1 und 2.1
Lösungen zur Abiturprüfung 2025

Lauri Lehmann
Lösungen zur Abiturprüfung 2023, Aufgaben 2.2 und 3

Harmut Müller-Sommer
Lösungen zur Abiturprüfung 2022 Aufgaben 3 und 4 (Anteile)

Markus Porzelt
Lösungen zur Abiturprüfung 2023, Aufgabe 4
Lösungen zur Abiturprüfung 2024

Redaktion
Lösungen zur Abiturprüfung 2021, 2022

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Übungsbuch ist die ideale Hilfe bei der Vorbereitung auf das **Zentralabitur 2026** für den **Grundkurs in Berlin/Brandenburg** im Fach **Mathematik**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches wichtige **Informationen** über Inhalt und Aufbau der Prüfungsaufgaben für das **Abitur 2026**. Dies ermöglicht Ihnen, sich gezielt auf die Abiturprüfung vorzubereiten. Darüber hinaus finden Sie viele **Hinweise und Tipps**, die Ihnen helfen, effektiv und erfolgreich an die Lösung der Prüfungsaufgaben heranzugehen.
- Der zweite Teil beinhaltet die **Original-Prüfungsaufgaben 2021 bis 2024**. Die **Original-Prüfung 2025** steht Ihnen auf der **Plattform MySTARK** zum Download zur Verfügung. Mit diesen Aufgaben können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Der Zugangscode vorne in diesem Buch ermöglicht es Ihnen, Aufgaben im Rahmen eines **Online-Prüfungstrainings zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** interaktiv zu lösen.
- Die Original-Prüfungsaufgaben sind zusätzlich mit **separaten Tipps zum Lösungsansatz** versehen, die Ihnen Hilfestellungen für die Lösung der Aufgabe geben. Wenn Sie mit einer Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise die Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.
- Zu allen Original-Prüfungsaufgaben wurde **eine vollständige, ausführlich kommentierte Lösung mit allen erforderlichen Rechenschritten** erstellt, die es Ihnen ermöglicht, Ihre Lösung eigenständig zu kontrollieren und die Rechenwege Schritt für Schritt nachzuvollziehen.
- Zudem finden Sie kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung ab Mitte März 2026 unter www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abitur-Prüfung 2026 durch die zuständigen Landesinstitute von Berlin und Brandenburg bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der Plattform MySTARK. Den Zugangscode finden Sie vorne im Buch.

Die Autoren wünschen Ihnen für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur viel Erfolg!

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur 2026

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik

Die Grundlagen für die von Ihnen zu bearbeitenden Prüfungsaufgaben sind der Rahmenlehrplan für die gymnasiale Oberstufe in der Ausgabe von 2014 und die Bildungsstandards der KMK für die Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik (Beschluss vom 18.10.2012). Die zu überprüfenden Kompetenzen sowie die inhaltsbezogenen Prüfungsgegenstände ergeben sich aus den dort genannten abschlussorientierten Standards und den fachlichen Inhalten.

Prüfungsrelevante Themen

Die Prüfungsaufgaben im Fach Mathematik basieren auf dem **Kerncurriculum**. Folgende zusätzliche Festlegungen sind dabei zu berücksichtigen:
Grundsätzlich **nicht** gefordert werden das Erläutern und Entwickeln von Beweisen.
Zudem **nicht** gefordert wird die Nutzung von Grenzwerten bei der Bestimmung von Ableitung oder Integral sowie Simulationen.

Aufbau und Bearbeitung der Prüfungsaufgaben

Im **Prüfungsteil A**, den hilfsmittelfreien Aufgaben, stehen die Aufgaben und ihre Teilaufgaben in keinem übergeordneten Zusammenhang. Zumeist handelt es sich um kurze Aufgabenstellungen. Der Prüfungsteil A besteht aus zwei Aufgabengruppen.

- Aufgabengruppe 1 besteht aus 6 Aufgaben, von denen 4 bearbeitet werden müssen. Das Aufgabenniveau entspricht den Anforderungsbereichen I und II.
- Aufgabengruppe 2 besteht aus 3 Aufgaben, von denen 1 Aufgabe bearbeitet werden muss. Dabei ist mindestens eine Teilaufgabe dem Anforderungsbereich III zuzuordnen.

Im **Prüfungsteil B** (mit Hilfsmitteln) ist jede Aufgabenstellung als strukturierte, inhaltlich zusammenhängende Aufgabe konstruiert, die in mehrere Teilaufgaben untergliedert ist. Jede dieser Aufgaben enthält entsprechende Anteile aus allen drei Anforderungsbereichen. Üblicherweise beginnen die Aufgaben mit den dem Anforderungsbereich I zugeordneten Grundaufgaben. Es empfiehlt sich immer, die Aufgabe zunächst vollständig zu lesen, da Zwischenergebnisse gelegentlich auch in nachfolgenden Aufgabenteilen enthalten sein können.

Die Wahlmöglichkeiten sind in folgender Tabelle dargestellt:

Prüfungsteil A Aufgabengruppe 1	**hilfsmittelfrei** 3 Aufgaben verpflichtend und aus den weiteren 3 Aufgaben muss noch 1 ausgewählt werden
Prüfungsteil A Aufgabengruppe 2	**hilfsmittelfrei** 3 Aufgaben, von denen 1 ausgewählt werden muss
Prüfungsteil B	**mit Hilfsmitteln** 2 Aufgaben aus dem Bereich Analysis, von denen 1 ausgewählt werden muss; jeweils 1 Aufgabe aus dem Bereich Analytische Geometrie und Stochastik, welche beide bearbeitet werden müssen

Für die Bearbeitung der Prüfungsaufgaben stehen insgesamt **285 Minuten** zur Verfügung. Davon können maximal 100 Minuten für den Prüfungsteil A verwendet werden. Zudem beinhaltet die Gesamtarbeitszeit eine individuelle Lese- und Auswahlzeit, in denen die Aufgaben gelesen werden können und eine Wahl zwischen den beiden Aufgaben in jedem Themengebiet getroffen werden kann.

2023, 2022 und **2021** galten aufgrund der Coronapandemie **Ausnahmeregelungen**:

- Der hilfsmittelfreie Teil bestand aus 3 **verpflichtenden** Aufgaben aus dem Bereich der Analysis und die Lehrkraft wählte **zusätzlich** entweder 2 Aufgaben Analytische Geometrie **oder** 2 Aufgaben Stochastik aus.
- Im nicht hilfsmittelfreien Teil mussten beide Aufgaben aus dem Bereich der Analysis bearbeitet werden und die Lehrkraft wählte wiederum **zusätzlich** die Aufgabe Analytische Geometrie **oder** die Aufgabe Stochastik aus.
- Die Bewertungseinheiten und Aufgabenstellungen wurden entsprechend angepasst.

Für die Frage, welche **Hilfsmittel** bei der Prüfung zugelassen sind, ist entscheidend, ob die Abiturprüfung ohne oder mit Verwendung eines Computer-Algebra-Systems (CAS) bearbeitet wird. Grundsätzlich sind folgende Hilfsmittel zugelassen:

- Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
- Formelsammlung, die von der zuständigen Senatsverwaltung bzw. dem zuständigen Ministerium für die Verwendung im Abitur zugelassen und an der Schule eingeführt ist (nur im Prüfungsteil B).

Für die Bearbeitung **ohne CAS** ist im Prüfungsteil B außerdem ein Taschenrechner zugelassen, der nicht programmierbar und nicht grafikfähig ist und nicht über die Möglichkeit der numerischen Differenziation oder Integration oder dem automatisierten Lösen von Gleichungen verfügt.

Für die Bearbeitung **mit CAS** wird im Prüfungsteil B das in der Schule eingeführte CAS-Rechengerät verwendet. Grundsätzlich gilt, dass die Benutzung weiterer Software über das CAS hinaus nicht zugelassen ist.

Schrankknauf BE

Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f mit

$$f(x) = (x-2) \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}$$

sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f' mit

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{2}x+2\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}.$$

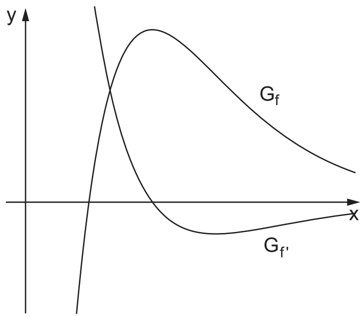

Abb. 1

a) Die Funktion f hat genau eine Nullstelle. Geben Sie diese an.
Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunktes des Graphen G_f mit der y-Achse. 2

b) Der Graph G_f hat genau einen Hochpunkt.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Hochpunkts von G_f.
(zur Kontrolle: Hochpunkt $(4|f(4))$) 3

c) Weisen Sie nach, dass für die zweite Ableitungsfunktion von f gilt

$$f''(x) = \left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}.$$

Der Graph G_f hat genau einen Wendepunkt. Zeigen Sie, dass der Punkt $(6|4)$ der Wendepunkt von G_f ist. 4

d) Entscheiden Sie für jede der Aussagen I und II, ob sie richtig oder falsch ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
I Die Gerade durch die Punkte $A(2|0)$ und $B(6|f(6))$ ist senkrecht zu der Tangente an den Graphen von f, die am stärksten fällt.
II Jede Parallele zur x-Achse mit der Gleichung $y = k$ mit $k \in \mathbb{R}$; $k \leq -1$ hat mit dem Graphen der ersten Ableitungsfunktion f' keine gemeinsamen Punkte. 6

e) Zeigen Sie, dass die Funktion F mit $F(x) = -2x \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}$ eine Stammfunktion von f ist. 3

f) Beurteilen Sie die folgende Aussage mithilfe der Abbildung 1.
Der Graph jeder Stammfunktion von f ändert genau einmal das Krümmungsverhalten. 3

Tipps und Hinweise zur Lösung von Aufgabe 2.1

Tipps zu Teilaufgabe a

- Beachten Sie den Operator „angeben". Denn anstatt die Nullstelle zu berechnen, lässt sie sich unter Nutzung des Satzes vom Nullprodukt ablesen.
- Für den Schnittpunkt S eines Graphen mit der y-Achse gilt stets $x_S = 0$.

Tipp zu Teilaufgabe b

- Nutzen Sie die notwendige Bedingung ($f'(x) = 0$). Überlegen Sie mithilfe der Graphen sowie des Aufgabentextes, weshalb nur die notwendige Bedingung untersucht werden muss. Beachten Sie, dass $f'(x)$ sowie deren Graph bereits gegeben sind.

Tipp zu Teilaufgabe c

- Verwenden Sie die Kettenregel sowie die Produktregel.

Tipps zu Teilaufgabe d

- I Überlegen Sie, an welchem besonderen Punkt eines Graphen dieser am stärksten (steigt bzw.) fällt. Verlaufen zwei Graphen senkrecht zueinander, so ist das Produkt deren Steigungen an dieser Stelle -1. Anders ausgedrückt, die Steigung des einen Graphen entspricht dem negativen Kehrwert der Steigung des übrigen Graphen.
- II Ein Graph zur Gleichung $y = k$ entspricht einer Parallelen zur x-Achse, die die y-Achse bei k schneidet. Umformuliert bedeutet diese Aussage, dass zu prüfen ist, ob der Graph von f' wirklich keine y-Werte aufweist, die bei $y = -1$ oder darunter liegen.

Tipp zu Teilaufgabe e

- Bei diesem für das Abitur typischen Aufgabentyp gilt es, den Zusammenhang zwischen Integral und Ableitung zu nutzen und durch Ableiten von F nachzuweisen, dass sich $f(x)$ ergibt. Verwenden Sie die Kettenregel sowie die Produktregel.

Tipp zu Teilaufgabe f

- Formulieren Sie diese Aussage um, indem Sie überlegen, an welchem besonderen Punkt einer Funktion sich das Krümmungsverhalten ändert. Nutzen Sie statt einer Rechnung eine Begründung mittels der in Abbildung 1 gegebenen Graphen und Ihrer Erkenntnisse aus den vorigen Teilaufgaben.

Tipps zu Teilaufgabe g

- Wird ein Graph einer Funktion f an der x-Achse gespiegelt, gilt: $g(x) = -f(x)$. Anders ausgedrückt, multiplizieren Sie die Gleichung der Funktion von f mit -1.
- Der Durchmesser entspricht dem doppelten des Radius des Sockels. Der Radius besitzt die Länge $f(11)$ LE, entsprechend der y-Koordinaten am rechten Rand des Intervalls.

Tipps zu Teilaufgabe h

- Der Holzquader muss in Breite, Tiefe und Höhe mindestens den Maßen des Sockels entsprechen. Die Maße lassen sich anhand der Abbildung 2 bzw. mithilfe von $f(x)$ ermitteln.
- Zwischen Volumen, Masse und Dichte besteht ein Zusammenhang, den Sie mithilfe einer Gleichung darstellen können. Des Weiteren benötigen Sie die Volumenformel des Quaders.

Lösungen zu Aufgabe 2.1

a) Nullstelle:

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x)=(x-2)\cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{2}x+3}}_{>0}=0 \quad \Leftrightarrow \quad x-2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=\underline{\underline{2}}$$

Koordinaten des Schnittpunktes des Graphen G_f mit der y-Achse:

$$f(0)=(0-2)\,e^{-\frac{1}{2}\cdot 0+3}=-2e^3 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{S(0\,|-2e^3)}}$$

b) Koordinaten des Hochpunkts

Da durch die Aufgabenstellung bekannt ist, dass genau ein Hochpunkt existiert, muss lediglich die Nullstelle der 1. Ableitung von f(x) und die zugehörige y-Koordinate bestimmt werden.

$$f'(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(-\frac{1}{2}x+2\right)\cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{2}x+3}}_{>0}=0$$

Nach dem Satz des Nullprodukts folgt:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x+2&=0 && \Big|+\frac{1}{2}x \\ 2&=\frac{1}{2}x && |\cdot 2 \\ 4&=x \end{aligned}$$

Berechnung der y-Koordinate:

$$f(4)=(4-2)\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot 4+3}=2e$$

Der Graph besitzt den Hochpunkt $\underline{\underline{H(4\,|\,2e)}}$.

c) Zweite Ableitungsfunktion von f
Anwenden der Ketten- und Produktregel und Ausklammern des e-Terms führen auf:

$$\begin{aligned} f''(x)&=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}+\left(-\frac{1}{2}x+2\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}\right) \\ &=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}\cdot\left(1-\frac{1}{2}x+2\right) \\ &=\underline{\underline{\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}\right)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}}} \end{aligned}$$

Um zu zeigen, dass es sich beim Punkt P um den Wendepunkt handelt, gilt es, die notwendige Bedingung für Wendepunkte zu untersuchen.

Wiederum ist durch die Aufgabenstellung bekannt, dass genau ein Wendepunkt existiert, die Bestimmung der Nullstelle der 2. Ableitung von f(x) ist daher für den Nachweis ausreichend.

$$f''(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}\right)\cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{2}x+3}}_{>0}=0$$

Nach dem Satz des Nullprodukts folgt:

$$\frac{1}{4}x - \frac{3}{2} = 0 \qquad \left| +\frac{3}{2}\right.$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{3}{2} \qquad | \cdot 4$$

$$x = 6$$

Berechnung der y-Koordinate:

$$f(6) = (6-2) \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot 6 + 3} = 4$$

Da die Gleichung $f''(x) = 0$ nur eine Lösung besitzt, muss es sich bei $\underline{\underline{W(6\,|\,4)}}$ um den Wendepunkt handeln.

d) *Aussage I*
Die Gerade und die Tangente stehen dann senkrecht zueinander, wenn das Produkt ihrer Steigungen –1 ergibt.

Steigung der Geraden durch AB:

$$m_1 = \frac{f(6) - 0}{6-2} = \frac{4}{4} = 1$$

Die Tangente an den Graphen, die am stärksten fällt, ist die Tangente durch den Wendepunkt.

Steigung im Wendepunkt:

$$m_2 = f'(6) = \left(-\frac{1}{2} \cdot 6 + 2\right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot 6 + 3} = -1$$

Produkt der beiden Steigungen:

$$m_1 \cdot m_2 = 1 \cdot (-1) = -1$$

Somit ist die **Aussage I wahr**.

Aussage II
Der Tiefpunkt von f' liegt bei $(6\,|\,f'(6)) = (6\,|\,-1)$. Somit berührt die Gerade mit der Gleichung $y = -1$ den Graphen von f'. Da $k = -1$ die Bedingung $k \leq -1$ erfüllt, ist **Aussage II falsch**.

e) Die Funktion F(x) ist dann Stammfunktion von f(x), wenn gilt: $F'(x) = f(x)$.
Das ist hier der Fall:

$$\underline{\underline{F'(x)}} = \left(-2x \cdot e^{-\frac{1}{2}x + 3}\right)'$$

$$= -2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3} + (-2x) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}$$

$$= -2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3} + x \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}$$

$$= (-2 + x) \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}$$

$$= (x-2)\, e^{-\frac{1}{2}x+3} = \underline{\underline{f(x)}}$$

f) Untersucht werden muss, ob der Graph von F genau einen Wendepunkt besitzt. Hat der Graph von F einen Wendepunkt, so besitzt die zugehörige Ableitungsfunktion f einen Extrempunkt. In Aufgabenteil b wurde bereits gezeigt – genauso ist es aus dem Verlauf des Graphen von f ersichtlich –, dass der Graph von f nur einen Extrempunkt besitzt. Somit hat der Graph von F genau einen Wendepunkt. Die **Aussage ist wahr.**

g) Funktionsgleichung von g:

$$g(x) = -f(x) = \underline{\underline{-(x-2)\,e^{-\frac{1}{2}x+3}}}$$

Durchmesser des Sockels:

$$d = 2 \cdot f(11) = 2 \cdot (11-2) \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot 11+3} = 2 \cdot 9e^{-2{,}5} \approx 1{,}5 \text{ LE} = \underline{\underline{7{,}5 \text{ mm}}}$$

h) Breite des Schrankknaufes:

$$b = 11 \text{ LE} - 2 \text{ LE} = 9 \text{ LE} = 4{,}5 \text{ cm}$$

Durchmesser des Schrankknaufes:

$$d = 2 \cdot y_{\text{Hochpunkt}} = 2 \cdot 2e \text{ LE} = 2e \text{ cm}$$

Höhe und Tiefe des gesuchten Quaders sind gleich dem Durchmesser des Knaufs, sodass sich für das **Quadervolumen** ergibt:

$$V = b \cdot d^2 = 4{,}5 \text{ cm} \cdot (2e \text{ cm})^2 \approx \underline{\underline{133 \text{ cm}^3}}$$

Mit der angegebenen Holzdichte $\rho = 0{,}86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ folgt für die **Quadermasse**:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad m = V \cdot \rho = 133 \text{ cm}^3 \cdot 0{,}86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx \underline{\underline{114 \text{ g}}}$$

i) Der Winkel $\frac{\alpha}{2}$ ist der Steigungswinkel des Graphen G_f an der Stelle $x = 2$. Er hängt mit der Steigung $f'(2)$ über den Tangens zusammen:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = f'(2) = \left(-\frac{1}{2} \cdot 2 + 2\right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot 2+3} = e^2$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = 2 \cdot \arctan\left(e^2\right) \approx 2 \cdot 82{,}3° = \underline{\underline{164{,}6° > 160°}}$$

Die Vorgabe wird erfüllt.

j) Die Querschnittsfläche des Knaufs ist doppelt so groß wie das bestimmte Integral über die Funktion f im Intervall [2; 11]. Die Stammfunktion F(x) ist aus Aufgabenteil e bekannt:

$$A = 2 \cdot \int_2^{11} f(x)\,dx = 2 \cdot [F(x)]_2^{11} = 2 \cdot \left[-2x \cdot e^{-\frac{1}{2}x+3}\right]_2^{11}$$

$$= 2 \cdot \left(-22e^{-2{,}5} + 4e^2\right) \approx 55{,}5 \text{ FE} = 0{,}25 \cdot 55{,}5 \text{ cm}^2 \approx \underline{\underline{13{,}9 \text{ cm}^2}}$$

Umrechnen der Einheit: $1 \text{ LE} \mathrel{\hat{=}} 0{,}5 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ FE} = 1 \text{ LE} \cdot 1 \text{ LE} = 0{,}5 \text{ cm} \cdot 0{,}5 \text{ cm} = 0{,}25 \text{ cm}^2$