

2026

**STARK**  
Prüfung  
**MEHR**  
**ERFAHREN**

**Zentrale Prüfung**

Gymnasium NRW

**Mathematik**

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Übungsaufgaben
- ✓ Lernvideos zu Prüfungsteil I



# Inhaltsverzeichnis

## Vorwort

### **Hinweise und Tipps zur Zentralen Prüfung**

---

1 Ablauf der Prüfung .....	I
2 Inhaltliche Schwerpunkte und Fokussierungen 2025 .....	II
3 Leistungsanforderung und Bewertung .....	III
4 Operatoren und Anwendungsbereiche .....	IV
5 Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung ...	V

### **Übungsaufgaben**

---

#### **Prüfung 1 im Stil der ZP10**

Prüfungsteil 1 .....	1
Prüfungsteil 2 .....	10

#### **Prüfung 2 im Stil der ZP10**

Prüfungsteil 1 .....	24
Prüfungsteil 2 .....	35

#### **Prüfung 3 im Stil der ZP10**

Prüfungsteil 1 .....	52
Prüfungsteil 2 .....	65

## Original-Prüfungsaufgaben

### Zentrale Prüfung 2021

Prüfungsteil I – Wahlmöglichkeit 1 .....	2021-1
Prüfungsteil I – Wahlmöglichkeit 2 .....	2021-7
Prüfungsteil II .....	2021-13

### Zentrale Prüfung 2022

Prüfungsteil 1 – Wahlmöglichkeit 1 .....	2022-1
Prüfungsteil 1 – Wahlmöglichkeit 2 .....	2022-10
Prüfungsteil 2 .....	2022-16

### Zentrale Prüfung 2023

Prüfungsteil 1 .....	2023-1
Prüfungsteil 2 .....	2023-8

### Zentrale Prüfung 2024

Prüfungsteil 1 .....	2024-1
Prüfungsteil 2 .....	2024-6

**Zentrale Prüfung 2025 .....** [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).



Bei **MySTARK** findest du:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil
- **Lernvideos** zu Aufgaben aus Prüfungsteil 1
- **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht

Den Zugangscode zu MySTARK findest du vorne im Buch.

**Autor der Übungsaufgaben, Tipps und Lösungen:**

Udo Mühlenfeld

## Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Buch erhältst du eine optimale Hilfestellung zur Vorbereitung auf die ZP10 an Gymnasien mit G9.

- Im ersten Teil des Buches findest du viele Informationen zur **gezielten Vorbereitung auf die Zentrale Prüfung**. Dazu gehören u. a. eine Aufstellung der für die Prüfung 2026 relevanten inhaltlichen Schwerpunkte und Fokussierungen, Hinweise zum Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben.
- Du findest darüber hinaus zahlreiche **praktische Hinweise**, die dir sowohl bei der Vorbereitung auf die ZP10 als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Das Buch enthält **Übungsaufgaben** im Stil der Zentralen Prüfung sowie die vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen gestellten **Original-Prüfungsaufgaben 2021 bis 2025**.
- Zu sämtlichen Aufgaben wurden von unserem Autor **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Hinweise und Tipps zum Lösungsansatz** ausgearbeitet, die dir das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.
- Zudem erhältst du zusätzliches Übungsmaterial **online bei MySTARK**:
  - **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil 1
  - **Lernvideos** zu Aufgaben aus Prüfungsteil 1
  - **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht



Den Zugangscode zu MySTARK findest du vorne im Buch.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Zentralen Prüfung 2026 vom Schulministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MySTARK.

Der STARK Verlag und ich wünschen dir viel Erfolg bei der Abiturvorbereitung und bei deiner Prüfung!

Udo Mühlenfeld



# Hinweise und Tipps zur Zentralen Prüfung

## 1 Ablauf der Prüfung

---

### 1.1 Die Zentrale Prüfung

In Nordrhein-Westfalen wird an Gymnasien mit G9 der Mittlere Schulabschluss (MSA) am Ende der Klasse 10 erworben. Dafür legen die Schülerinnen und Schüler schriftliche Prüfungen in den Fächern Deutsch, Englisch und Mathematik ab.

Grundlage für die zentral gestellten Aufgaben der schriftlichen Prüfung sind die Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans in der aktuell gültigen Fassung.

### 1.2 Aufbau der Prüfungsaufgaben

Die zentrale Prüfung in Mathematik besteht aus zwei Prüfungsteilen:

- Der Prüfungsteil 1 (Aufgaben ohne Hilfsmittel) besteht aus einzelnen, nicht aufeinander aufbauenden Teilaufgaben, mit denen grundlegende Kompetenzen aus den folgenden Inhaltsbereichen überprüft werden:
  - Arithmetik/Algebra
  - Funktionen
  - Geometrie
  - Stochastik

Damit durch die Aufgaben auch Grundideen und Grundvorstellungen erfasst werden, können diese auch Teile enthalten, bei denen Argumentationen und Darstellungswechsel im Vordergrund stehen.

Außer Zirkel und Geodreieck (sowie Papier und Stift) sind keine Hilfsmittel zugelassen.

- Im Prüfungsteil 2 (Aufgaben mit Hilfsmitteln) werden drei komplexere Aufgaben gestellt, die innerhalb eines Kontextes mehrere Teilaufgaben beinhalten. Hier werden die oben genannten Inhaltsbereiche (Gegenstände) mit den folgenden Kompetenzbereichen (Prozessen) verknüpft:
  - Operieren
  - Modellieren
  - Problemlösen
  - Argumentieren
  - Kommunizieren

Zur Bearbeitung der Aufgaben können auch Kompetenzen erforderlich sein, die die Schülerinnen und Schüler in früheren Jahrgangsstufen erworben haben. Zugelassene Hilfsmittel sind Zirkel, Geodreieck, Formelsammlung und Taschenrechner (mit oder ohne Grafikfähigkeit bzw. CAS). Das Funktionsspektrum des Taschenrechners ist nicht eingeschränkt. Innerhalb eines Kurses dürfen nur in ihrer Funktionalität vergleichbare Taschenrechner verwendet werden.

Bis 2022 waren im Prüfungsteil 1 Hilfsmittel zugelassen. Dennoch eignen sich die meisten Aufgaben aus den Prüfungen bis 2022 zum Üben, um sich über die verwendeten Aufgabenformate sowie die Höhe und den Umfang der Anforderungen zu informieren.

In den Jahren 2021 und 2022 gab es coronabedingt im Prüfungsteil 1 zwei Wahlmöglichkeiten. Hier konnten die Lehrerinnen und Lehrer wählen, welche Aufgaben ihre Schülerinnen und Schüler bearbeiten sollen.

### 1.3 Dauer der Prüfung

Für die Bearbeitung stehen den Schülerinnen und Schülern insgesamt 130 Minuten zur Verfügung. Dabei entfallen 30 Minuten auf Prüfungsteil 1 und 90 Minuten auf Prüfungsteil 2. Zusätzlich gibt es eine Bonuszeit von 10 Minuten auf Prüfungsteil 1 oder Prüfungsteil 2. Die Bonuszeit kann auch anteilig für den ersten und zweiten Prüfungsteil verwendet werden.

## 2 Inhaltliche Schwerpunkte und Fokussierungen 2026

---

### 2.1 Prüfungsteil 1 (Aufgaben ohne Hilfsmittel)

Für die anfangs genannten Inhaltsbereiche werden mögliche Schwerpunkte genannt:

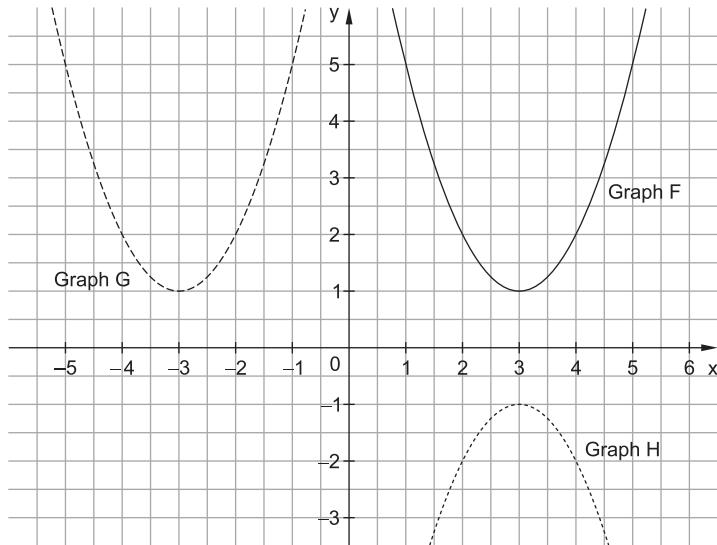
- Arithmetik/Algebra
  - Umgang mit Größen und Maßeinheiten
  - grundlegende algebraische Operationen
  - Bruch-, Prozent-, Dezimal-, Wurzel- und Potenzschreibweise anwenden
  - Lösungsverfahren und Algorithmen nutzen



Prüfungsteil 1

**Aufgabe 1**

Die Abbildung zeigt den Graphen F einer quadratischen Funktion f sowie die Graphen G und H, die dadurch entstehen, dass der Graph F an der y- bzw. x-Achse gespiegelt wird.



- a) Kreuze die zur Funktion f gehörigen Gleichungen an (mehrere Lösungen möglich):
- $f(x) = x^2 - 6x + 10$
  - $f(x) = (x + 1)^2 + 3$
  - $f(x) = (x - 3)^2 + 1$
  - $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$
- b) Gib die zu den Funktionen g bzw. h gehörigen Gleichungen an.
- c) Begründe, warum der Punkt P(0 | 10) sowohl auf dem Graphen F als auch auf dem Graphen G liegt.

## Aufgabe 2

a) Gib die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen an:

(1)  $(x - 3)(x + 5) = 0$

(2)  $(x - 4)^2 = 0$

(3)  $x^2 + 6 = 0$

(4)  $x^2 + 8x + 16 = 0$

b) Gib zu den folgenden Lösungen jeweils eine passende quadratische Gleichung an:

(1)  $x = 7 \vee x = -3$

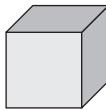
(2)  $x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8}$

(3)  $x = 5$

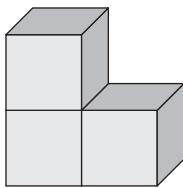
## Aufgabe 3

Frauke baut aus Würfeln, deren Volumen  $1 \text{ cm}^3$  beträgt, stufenförmige Bauwerke.

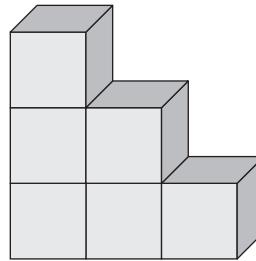
Bauwerk 1



Bauwerk 2



Bauwerk 3



Ergänze die folgende Tabelle:

Bauwerk Nr. n	1	2	3	4
Volumen in $\text{cm}^3$				
Gesamte Oberfläche in $\text{cm}^2$				
Anzahl der benötigten Würfel für die ersten n Bauwerke				

## TIPP Lösungshinweise zum Prüfungsteil 1

### Teilaufgabe 1 a

Überprüfe, ob es sich bei dem Graphen F um eine verschobene Normalparabel handelt.

Stelle dann die Funktionsgleichung auf und überprüfe, zu welchen gegebenen Gleichungen diese äquivalent ist.

Umgekehrt kannst du überlegen, wie die Graphen der vier gegebenen Funktionen aussehen, und diese mit dem Graphen F vergleichen.

### Teilaufgabe 1 b

Überlege, durch welche geometrischen Abbildungen die Graphen G und H aus dem Graphen F hervorgehen.

Untersuche die Auswirkungen dieser Abbildungen auf die Punkte des Graphen, insbesondere auf den Scheitelpunkt.

### Teilaufgabe 1 c

Dieser Nachweis kann rechnerisch erfolgen.

Ein Teil der Rechnung kann durch Symmetrieverlegungen oder Eigenschaften der Normalparabel ersetzt werden.

### Teilaufgabe 2 a

Vorteilhaft ist stets die Produktdarstellung: Ein Produkt ist gleich null, wenn einer der beiden Faktoren gleich null ist.

Du kannst dazu auch die binomischen Formeln verwenden.

### Teilaufgabe 2 b

Nutze wieder die Produktdarstellung für die quadratischen Gleichungen.

Es gibt keine eindeutige Lösung, da du stets die Gleichung mit einer reellen Zahl ungleich Null multiplizieren kannst. Beschränke dich auf die einfachste Lösung.

### Aufgabe 3

Überlege zunächst, wie du vorgehst, um das nächste Bauwerk zu bauen.

„Gesamte Oberfläche“ bedeutet, dass nicht nur die in der Abbildung sichtbare Oberfläche betrachtet werden soll.

Achte genau auf den Text. Es ist nach der Summe der Würfel gefragt.

### Teilaufgabe 4 a

Dem Text kannst du die Farben und die jeweilige Anzahl der Kugeln zu Beginn entnehmen.

Prüfe, ob es sich um ein Ziehen mit oder ohne Zurücklegen handelt.

## Lösungsvorschlag zum Prüfungsteil 1

### Aufgabe 1

- a)   $f(x) = x^2 - 6x + 10$   
  $f(x) = (x + 1)^2 + 3$   
  $f(x) = (x - 3)^2 + 1$   
  $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$

**TIPP** Wird der x-Wert vom Scheitelpunkt aus gesehen um 1 erhöht oder erniedrigt, nimmt der y-Wert um 1 zu. Die Parabel hat also die Form einer Normalparabel. Sie wird um drei Einheiten nach rechts und eine Einheit nach oben verschoben. Somit gilt:

$$f(x) = (x - 3)^2 + 1 = x^2 - 6x + 10$$

Umgekehrte Überlegung:

Für die erste Funktion gilt:

$$f(2) = 2; f(3) = 1; f(4) = 2$$

Für die zweite Funktion gilt:

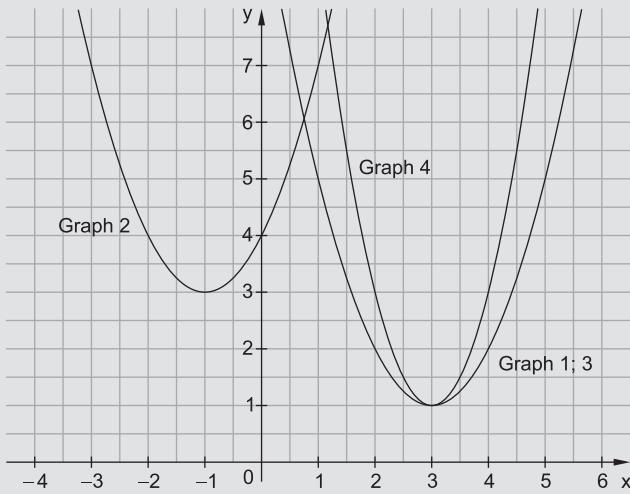
Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten  $(-1 | 3)$ .

Für die dritte Funktion gilt:

Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten  $(3 | 1)$ .

Für die vierte Funktion gilt:

Wegen des Faktors 2 ist die Parabel enger als eine Normalparabel.



b)  $g(x) = (x + 3)^2 + 1$   
 $h(x) = -(x - 3)^2 - 1$

**TIPP** G entsteht aus F durch Spiegelung an der y-Achse. Beim Scheitelpunkt ändert sich nur das Vorzeichen des x-Wertes.

H entsteht aus F durch Spiegelung an der x-Achse. Bei allen Punkten ändert sich das Vorzeichen des y-Wertes, es gilt also  $h(x) = -f(x)$ .

c)  $f(x) = (x - 3)^2 + 1 \Rightarrow f(0) = 10$   
 $g(x) = (x + 3)^2 + 1 \Rightarrow g(0) = 10$

*Alternative Lösung:*

Es gilt  $f(0) = 10$ . G entsteht aus F durch Spiegelung an der y-Achse. Der Punkt  $(0 | 10)$  liegt auf der Symmetriechse und gehört somit auch zu G.

*Alternative Lösung:*

G und F sind verschobene Normalparabeln. Wird der x-Wert des Scheitelpunktes von F um 3 erniedrigt bzw. der x-Wert des Scheitelpunktes von G um 3 erhöht, steigt der y-Wert jeweils um  $3^2 = 9$  von 1 auf 10.

## Aufgabe 2

a) Es ergeben sich folgende Lösungen:

- (1)  $(x - 3)(x + 5) = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = -5$
- (2)  $(x - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$
- (3)  $x^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -6$  hat keine Lösung
- (4)  $x^2 + 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x + 4)^2 = 0 \Rightarrow x = -4$

**TIPP** Die Angaben der Lösungen genügen.

b) Folgende Gleichungen sind möglich:

- (1)  $(x - 7)(x + 3) = 0$
- (2)  $(x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8}) = 0$
- (3)  $(x - 5)^2 = 0$



## Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln

### Aufgabe 1: Fruchtfliegen

Jasmin möchte für ein Biologieprojekt untersuchen, wie schnell sich Fruchtfliegen (Abbildung 1) vermehren. Sie kauft im Zoo-Center drei Zuchtboxen und bezeichnet diese mit A, B und C.



Abbildung 1: Fruchtfliege (*Drosophila*)  
© rob\_lan / iStock

Zuchtbox A enthält anfänglich zehn Fruchtfliegen. Jasmin bewahrt die Box in ihrem warmen Zimmer auf und protokolliert in den folgenden Tagen die Anzahl der Tiere in der Box (Abbildung 2).

Tag x	Anzahl Fruchtfliegen
0	10
1	13
2	17
3	22

Abbildung 2: Tabelle

- a)** Die Anzahl der Fruchtfliegen in Zuchtbox A wächst täglich um ca. 30 %. Weise dies für den Übergang von Tag 0 auf Tag 1 nach.

Jasmin stellt die Funktion  $f$  mit der Funktionsgleichung  $f(x) = 10 \cdot 1,3^x$  auf, um die Anzahl  $f(x)$  der Fruchtfliegen am Tag  $x$  zu berechnen.

- b)** Bestimme die voraussichtliche Anzahl an Fruchtfliegen nach 30 Tagen.  
**c)** Bestimme, nach wie vielen Tagen die Anzahl der Fruchtfliegen erstmals größer als 100 000 sein müsste.

Zuchtbox B enthält anfänglich 20 Fruchtfliegen ( $x=0$ ). Jasmin bewahrt diese im kühleren Keller auf und stellt fest, dass sich die Fruchtfliegen dort langsamer vermehren als in ihrem warmen Zimmer. Zur Berechnung der Anzahl der Fruchtfliegen am Tag  $x$  in der zweiten Box nutzt Jasmin die Funktion  $g$  mit  $g(x) = 20 \cdot 1,13^x$ , mit  $x \geq 0$ .

## **TIPP** Lösungshinweise zum Prüfungsteil 2

### **Teilaufgabe 1 a**

Der Prozentsatz ist gegeben.

Den Grundwert kannst du direkt der Tabelle am Tag 0 entnehmen.

Berechne damit den Prozentwert und vergleiche mit dem Wert in der Tabelle.

Du kannst umgekehrt mit dem Grund- und Prozentwert aus der Tabelle den Prozentsatz berechnen und mit dem gegebenen vergleichen.

### **Teilaufgabe 1 b**

Berechne den Funktionswert an der Stelle  $x = 30$ , indem du in der Funktionsgleichung für  $x$  die Zahl 30 einsetzt.

Runde das Ergebnis sinnvoll.

### **Teilaufgabe 1 c**

Umgekehrt zu Teilaufgabe 1b ist der Funktionswert gegeben und der  $x$ -Wert muss bestimmt werden.

Der Operator „bestimmen“ lässt den Lösungsweg offen: du kannst systematisch probieren oder die Gleichung durch Logarithmieren lösen.

Beachte beim systematischen Probieren das Ergebnis von Teilaufgabe 1b.

Runde mit Blick auf die gegebenen Daten sinnvoll.

### **Teilaufgabe 1 d**

Orientiere dich zunächst an den Schnittpunkten der Graphen A und B mit der  $y$ -Achse, also der Anzahl der Fruchtfliegen zu Beginn der Beobachtung.

Lies dann in der Abbildung 3 jeweils die Koordinaten eines weiteren Punktes ab, durch den der Graph A bzw. der Graph B verläuft.

Um die Funktion dem Graphen zuzuordnen, musst du dann die jeweiligen Koordinaten mithilfe der Funktionsgleichung berechnen.

Den Graph C musst du überhaupt nicht betrachten.

### **Teilaufgabe 1 e**

Beachte, dass du die Lösung mithilfe der Abbildung bestimmen sollst, also nicht algebraisch durch Lösen der zugehörigen Gleichung.

An dem gesuchten Tag sind die Funktionswerte der Funktionen  $f$  und  $g$  gleich.

Also schneiden sich die Graphen der Funktionen  $f$  (Graph A) und  $g$  (Graph B).

Lies die Koordinaten des Schnittpunktes ab.

## Lösungsvorschlag zum Prüfungsteil 2

### Aufgabe 1

- a) Die Anzahl am Tag 0 stellt den Grundwert G dar:  $G = 10$

Der tägliche Zuwachs wird durch den Prozentsatz  $p\%$  beschrieben:

$$\text{Prozentsatz } p\% = \frac{p}{100} = 30\% = \frac{30}{100}$$

Für den Prozentwert W gilt:

$$W = \frac{p}{100} \cdot G = \frac{30}{100} \cdot 10 = 3$$

Der Prozentwert gibt den Zuwachs von Tag 0 auf Tag 1 an.

Am Tag 1 beträgt die Anzahl  $10 + 3 = 13$ .

Dieser berechnete Wert stimmt mit dem Wert in der Tabelle überein.

*Alternative Lösung:* Berechnung des Prozentsatzes

Die Anzahl am Tag 0 stellt den Grundwert G dar:  $G = 10$

Die Anzahl wächst von Tag 0 zu Tag 1 um den Wert  $13 - 10 = 3$ .

Der Prozentwert W ist also:  $W = 3$

Für den Prozentsatz  $p\%$  gilt:

$$p\% = \frac{W}{G} = \frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$$

Dieser Wert stimmt mit dem angegebenen Prozentsatz überein.

- b)  $f(x) = 10 \cdot 1,3^x \Rightarrow f(30) = 10 \cdot 1,3^{30} \approx 26\,200$

Nach 30 Tagen sind etwa 26 200 Fruchtfliegen vorhanden.

- c)  $f(x) = 10 \cdot 1,3^x \Rightarrow 100\,000 = 10 \cdot 1,3^x$

Das Ergebnis von Teilaufgabe b besagt, dass nach 30 Tagen die Anzahl der Fruchtfliegen noch nicht größer als 100 000 ist.

Es werden für x Werte größer als 30 eingesetzt:

$$f(32) = 10 \cdot 1,3^{32} \approx 44\,278$$

$$f(35) = 10 \cdot 1,3^{35} \approx 97\,279$$

$$f(36) = 10 \cdot 1,3^{36} \approx 126\,462$$

Nach 36 Tagen müsste die Anzahl der Fruchtfliegen erstmals größer als 100 000 sein.

*Alternative Lösung:* durch Logarithmieren der Gleichung

$$100\,000 = 10 \cdot 1,3^x \quad | :10$$

$$10\,000 = 1,3^x \quad | \lg$$

$$\lg(10\,000) = \lg(1,3^x)$$

$$4 = x \cdot \lg(1,3) \quad | : \lg(1,3)$$

$$x \approx 35,1$$

$$\Rightarrow x = 36$$

**TIPP** Das Ergebnis darf nicht mathematisch nach unten gerundet werden, da nach 35 Tagen der Funktionswert noch kleiner als 100 000 ist.



© STARK Verlag

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**