2026

STARK Prüfun

MEHR ERFAHREN

Fachober

Hessen

Mathematik

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- ✓ Übungsaufgaben im Stil der Prüfung

PDF

Inhaltsverzeichnis

Original-Abschlussprüfungen

*Coronabedingt gab es in den Abschlussprüfungen 2022 und 2023 eine zusätzliche Aufgabe aus der Analysis, da Integralrechnung, Lineare Algebra und analytische Geometrie und Stochastik als prüfungsrelevante Themen gestrichen wurden.

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2025 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vorne im Buch).

Bei **MySTARK** finden Sie:
- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil der Abschlussprüfung, inklusive **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen, teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
- **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht
- **Jahrgänge 2018 bis 2020**

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2026 unter:
www.stark-verlag.de

Autorin der Übungsaufgaben, Tipps und Lösungen:
Cristina Alberti B. Sc.

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

mit diesem Buch geben wir Ihnen eine optimale Hilfestellung zur Vorbereitung auf die **Abschlussprüfung 2026** an der **Fachoberschule** in **Hessen** im Fach **Mathematik**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zur Abschlussprüfung**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette, kommentierte Aufstellung der Operatoren für die Abschlussprüfung, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben. Sie finden dort darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf die Abschlussprüfung als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Der Band enthält **Übungsaufgaben** zu den **Themen der zentralen Abschlussprüfung 2026**. Die Aufgaben sind dabei auf den Stil der Prüfungsaufgaben abgestimmt, d. h., in der Abschlussprüfung werden auf Sie in Umfang, Form und Schwierigkeitsgrad vergleichbare Fragestellungen zukommen.
- Zusätzlich finden Sie in diesem Band die **Original-Abschlussprüfungen 2022 bis 2025**. Damit können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Zu sämtlichen Aufgaben im Buch wurden von uns **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz** ausgearbeitet, die Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.
- Zudem erhalten Sie zusätzliches Übungsmaterial **online bei MySTARK**:
  – **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil
  – **Jahrgang 2025**, sobald dieser zum Download bereit steht
  – **Jahrgänge 2018 bis 2020**

  Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie vorne im Buch.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Vorbereitung und bei Ihrer Abschlussprüfung!

Cristina Alberti

Hinweise und Tipps zur zentralen Abschlussprüfung

1 Ablauf der schriftlichen Abschlussprüfung

1.1 Die zentrale schriftliche Prüfung

Seit dem Schuljahr 2016/2017 gibt es im Land Hessen in der Fachoberschule zentrale schriftliche Abschlussprüfungen. Zentral geprüft werden die Fächer Deutsch, Mathematik und Englisch sowie die fachrichtungs- und schwerpunktbezogenen Fächer.

1.2 Aufbau und Dauer der Prüfung

Die Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus drei Teilen:

Teil I der Prüfung ist der **hilfsmittelfreie Teil**. Hier werden verschiedene Aufgaben aus der Analysis (Themenfelder „Ganzrationale Funktionen" und „Differentialrechnung") behandelt, die ohne Taschenrechner und Formelsammlung bearbeitet werden müssen.

Teil II der Prüfung umfasst **zwei Vorschläge** aus der **Analysis** (Themenfelder „Ganzrationale Funktionen" und „Differentialrechnung"): Vorschlag A und Vorschlag B. Den Schülerinnen und Schülern werden beide Vorschläge ausgehändigt, von denen sie sich für einen der beiden Vorschläge entscheiden müssen. Der nicht gewählte Aufgabenvorschlag wird an die Aufsicht führende Lehrkraft zurückgegeben.

Teil III enthält je eine Aufgabe aus den schwerpunktbezogenen Themenfeldern „Integralrechnung", „Lineare Algebra und analytische Geometrie", „Stochastik" und „Wachstum und Zerfall". Es muss nur die Aufgabe aus dem Themenfeld gelöst werden, für das sich die Schule vor Schuljahresbeginn entschieden hat.

Für **Teil I** haben die Schülerinnen und Schüler **30 Minuten** Zeit.
Für die **Auswahl** aus den beiden Vorschlägen aus **Teil II** erhalten die Schülerinnen und Schüler **30 Minuten**.
Zur Bearbeitung der ausgewählten Aufgabe aus **Teil II** und der Aufgabe aus **Teil III** haben die Schülerinnen und Schüler insgesamt **150 Minuten** zur Verfügung.

1.3 Zugelassene Hilfsmittel

Die folgenden Hilfsmittel sind zur Prüfung zugelassen:
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Fremdwörterbuch
- Liste der fachspezifischen Operatoren für die Fachoberschule
- übliche Schreib- und Zeichenmaterialien
- wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR):
  Der WTR benötigt erweiterte Funktionalitäten zur numerischen Bestimmung der numerischen Lösungen von Polynomgleichungen mindestens bis dritten Grades, von Ableitungen an einer Stelle, von bestimmten Integralen, von Gleichungen von Regressionsfunktionen (linear, quadratisch, exponentiell), von Mittelwert und Standardabweichung bei statistischen Verteilungen und von Werten der Binomialverteilungen.
- handelsübliche Formelsammlung eines Schulbuchverlages (ohne Beispielaufgaben)

2 Die Inhalte der Prüfung

Die Grundlage der Prüfung bildet der aktuelle Lehrplan. Die Schwerpunkte sind im Folgenden aufgeführt.

Ganzrationale Funktionen

- Eigenschaften ganzrationaler Funktionen, auch mit Parametern
- Grad, Formfaktor, Symmetrie (Achsensymmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum Ursprung)
- Verhalten für Betrag x gegen unendlich
- Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen
- Nullstellenberechnung mittels Ausklammern (Satz vom Nullprodukt), Substitution und p-q-Formel, auch mit Einsatz digitaler Werkzeuge
- Vielfachheit von Nullstellen
- Darstellungsformen (besonders auch der Wechsel der Darstellungsformen mit digitalen Hilfsmitteln)
- Polynomform, Linearfaktordarstellung
- qualitative Darstellung des Graphen
- Schnittpunkte zweier ganzrationaler Funktionen

Teil II: Analysis/Vorschlag B

Aufgaben		BE
2	Gegeben ist eine allgemeine ganzrationale Funktion dritten Grades $f(t)=at^3+bt^2+ct+d$, die durch die Punkte $(0\,|\,520)$, $(1\,|\,324)$, $(2\,|\,182)$ und $(3\,|\,88)$ verläuft.	
2.1.1	Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mithilfe der gegebenen Punkte auf. Bestimmen Sie daraus den Funktionsterm f(t). (*zur Kontrolle:* $f(t)=-t^3+30t^2-225t+520$)	9
2.1.2	Untersuchen Sie die Funktion f auf ihr Globalverhalten.	5
2.1.3	Begründen Sie, dass die Funktion f weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung ist.	3
2.2	Ein Einkaufszentrum ist von 8:00 Uhr bis 20:00 Uhr geöffnet. Die momentane Anzahl der Besucherinnen und Besucher wird näherungsweise durch die Funktion f angegeben: $f(t)=-t^3+30t^2-225t+520;\ 8\le t\le 20$ t beschreibt dabei die Zeit in Stunden. (8:00 Uhr entspricht $t=8$.)	
2.2.1	Berechnen Sie, wie viele Besucherinnen und Besucher direkt zur Öffnung des Einkaufszentrums erscheinen und wie viele sich zwei Stunden später im Einkaufszentrum aufhalten.	5
2.2.2	Berechnen Sie, um welche Uhrzeit sich die meisten Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum befinden und wie viele es sind.	9
2.2.3	Geben Sie an, in welchem Bereich die Funktion f im Intervall $8\le t\le 20$ streng monoton steigend oder fallend ist. Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.	6
2.2.4	Weisen Sie nach, dass der Anstieg der Besucherzahl um 10:00 Uhr am größten ist.	8
2.2.5	Wenn sich mindestens 270 Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum befinden, werden bei einer Promotion-Aktion Werbegeschenke verteilt. Berechnen Sie, in welchem Zeitraum die Promotion-Aktion stattfindet.	10
		55

TIPP Lösungshinweise zum Teil II: Analysis / Vorschlag B

Teilaufgabe 2.1.1

Dies ist eine Steckbrief-/Rekonstruktionsaufgabe. Setzen Sie die Koordinaten der Punkte in die allgemeine Funktionsgleichung ein.

Wegen des Operators „bestimmen" dürfen Sie zur Lösung des linearen Gleichungssystems den WTR benutzen.

Teilaufgabe 2.1.2

Anhand welcher Bestandteile des Funktionsterms kann man das Globalverhalten dieser Funktion herleiten?

Betrachten Sie das Glied des Funktionsterms mit dem höchsten Exponenten.

Teilaufgabe 2.1.3

Was sind die Voraussetzungen für Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung?

Der Graph einer Funktion f ist achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn alle Exponenten der Funktion gerade sind. Punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung sind Graphen, wenn alle Exponenten der Funktion ungerade sind und das Absolutglied null ist.

Alternativ: Berechnen Sie $f(-t)$ und untersuchen Sie, ob $f(-t) = f(t)$ oder $f(-t) = -f(t)$ erfüllt ist.

Teilaufgabe 2.2.1

Sie benötigen die Funktionswerte für $t = 8$ und $t = 10$.

Teilaufgabe 2.2.2

Die meisten Besucherinnen und Besucher bedeutet, dass Sie einen Extrempunkt (in diesem Fall einen Hochpunkt) suchen.

Welche Voraussetzungen müssen für das Vorhandensein eines Extrempunktes gegeben sein? Was ist die notwendige, was die hinreichende Bedingung?

Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(t) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(t) \neq 0$ und $f''(t) > 0$ für einen Tiefpunkt und $f''(t) < 0$ für einen Hochpunkt.

Die y-Koordinate des Extrempunktes erhalten Sie, indem Sie die Extremstelle in die Funktion f einsetzen.

2.1.1 Die allgemeine Funktionsgleichung für eine ganzrationale Funktion 3. Grades lautet:
$f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$

Bei einer Funktion 3. Grades werden vier Wertepaare benötigt, um das entstehende lineare Gleichungssystem mit vier Variablen und vier Gleichungen lösen zu können. Diese Wertepaare werden der Aufgabenstellung entnommen:
$f(0) = 520$, $f(1) = 324$, $f(2) = 182$ und $f(3) = 88$

Einsetzen in die Funktionsgleichung liefert:
$f(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 520 \quad \Rightarrow \quad d = 520$
$f(1) = a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 324$
$f(2) = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 182$
$f(3) = a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 88$

Man erhält das lineare Gleichungssystem:
I $\quad d = 520$
II $\quad a + b + c + 520 = 324$
III $\quad 8a + 4b + 2c + 520 = 182$
IV $\quad 27a + 9b + 3c + 520 = 88$

Vereinfachen der Gleichungen führt zu:
I $\quad d = 520$
II $\quad a + b + c = -196$
III $\quad 8a + 4b + 2c = -338$
IV $\quad 27a + 9b + 3c = -432$

TIPP Das lineare Gleichungssystem kann aufgrund des Operators „bestimmen“ mit dem WTR gelöst werden.

Man erhält:
$a = -1$; $b = 30$; $c = -225$

Daraus ergibt sich der Funktionsterm:
$f(t) = -t^3 + 30t^2 - 225t + 520$

2.1.2 Das Globalverhalten (Verhalten im Unendlichen) einer ganzrationalen Funktion lässt sich anhand des Gliedes mit der höchsten Potenz und dem dazugehörigen Koeffizienten bestimmen.
Hier ist dies $-t^3$. Es liegen also ein ungerader Exponent (3) und ein negativer Koeffizient (–1) vor.

Daraus folgt ein Verlauf des Graphen vom II. in den IV. Quadranten:
für $x \to \infty$ gilt $f(x) \to -\infty$
für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to \infty$

2.1.3 *Lösungsweg 1:*
In der vorliegenden Funktion existieren sowohl gerade als auch ungerade Exponenten. Somit ist der Graph der Funktion f weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

Lösungsweg 2:
$f(-t) = -(-t)^3 + 30(-t)^2 - 225 \cdot (-t) + 520 = t^3 + 30t^2 + 225t + 520$
Da weder $f(-t) = f(t)$ noch $f(-t) = -f(t)$ gilt, ist die Funktion f(x) weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

2.2.1 Das Einkaufszentrum öffnet um 8:00 Uhr. Zwei Stunden später ist es 10:00 Uhr. Es müssen also die Funktionswerte an den Stellen $t = 8$ und $t = 10$ berechnet werden:
$f(8) = -8^3 + 30 \cdot 8^2 - 225 \cdot 8 + 520 = 128$
$f(10) = -10^3 + 30 \cdot 10^2 - 225 \cdot 10 + 520 = 270$
Um 8:00 Uhr erscheinen 128 Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum. Zwei Stunden später befinden sich dort 270 Besucherinnen und Besucher.

2.2.2 Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(t) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(t) \neq 0$ und $f''(t) > 0$ für einen Tiefpunkt und $f''(t) < 0$ für einen Hochpunkt.

Zuerst werden die ersten beiden Ableitungen mithilfe der Potenzregel für Ableitungen ganzrationaler Funktionen gebildet:
$f'(t) = -3t^2 + 60t - 225$
$f''(t) = -6t + 60$

Es muss $f'(t) = 0$ gelten.

TIPP Der Operator ist „berechnen“. Die Gleichung muss „per Hand“ gelöst werden.

Mithilfe der pq-Formel gilt:

$$
\begin{aligned}
-3t^2 + 60t - 225 &= 0 && \big| :(-3) \\
t^2 - 20t + 75 &= 0 && \big| \text{pq-Formel} \\
t_{1/2} &= 10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 75} \\
t_{1/2} &= 10 \pm \sqrt{25} \\
t_{1/2} &= 10 \pm 5 \\
t_1 &= 15 \\
t_2 &= 5
\end{aligned}
$$

Da $t_2 = 5$ außerhalb des Definitionsbereichs liegt, wird nur die Extremstelle $t_1 = 15$ genauer betrachtet:
$f''(15) = -6 \cdot 15 + 60 = -30 < 0 \quad \Rightarrow \quad$ Hochpunkt

Teil I: Hilfsmittelfreier Teil

Aufgaben BE

1.1 Gegeben ist folgende ganzrationale Funktionsgleichung:
$f(x) = x^3 - 2x^2$
Berechnen Sie die Nullstellen von f(x).
Begründen Sie, dass im Ursprung der Hochpunkt des Graphen f liegt. 7

1.2 Berechnen Sie die Lösung des folgenden Linearen Gleichungssystems:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\text{I.} & 2a & - & b & + & c & - & d & = & 4 \\
\text{II.} & a & + & 2b & - & 2c & + & d & = & -4 \\
\text{III.} & -a & - & 2b & + & c & & & = & 3 \\
\text{IV.} & 2a & - & 3b & & & & & = & 5
\end{array}$$

7

1.3 In Material 1 ist der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades gezeichnet. Der Graph weist einen Sattelpunkt auf.
Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen 1. Ableitung in Material 1.
Erklären Sie den Zusammenhang zwischen einem Ausgangsgraphen und dem Graphen der ersten Ableitung, sowie die Besonderheiten, die dieser Sattelpunkt der Ausgangsfunktion in der zugehörigen 1. Ableitung aufweist. 6

20

TIPP **Lösungshinweise zum Teil I: Hilfsmittelfreier Teil**

Teilaufgabe 1.1

Für die Nullstellen setzen Sie die Funktionsgleichung gleich null.

Mit welchen Techniken kann man diese Gleichung lösen, z. B. Ausklammern oder pq-Formel?

Für die Begründung überlegen Sie sich, welche Kriterien ein Hochpunkt hat.

Betrachten Sie dafür die Art der Nullstellen und das Grenzwertverhalten der Funktion.

Alternativ können Sie den Hochpunkt auch rechnerisch begründen.

Verwenden Sie dafür die erste und zweite Ableitung der Funktion.

Teilaufgabe 1.2

Benutzen Sie zum Lösen des linearen Gleichungssystems Schritt für Schritt das Additionsverfahren.

Teilaufgabe 1.3

Die 1. Ableitung gibt die zugehörige Steigung an.

Überlegen Sie, ob die 1. Ableitung positiv oder negativ ist, wenn der Ausgangsgraph steigend ist.

Beachten Sie zudem, welche Bedingungen im Sattelpunkt in Bezug auf die Steigung gelten müssen.

Erklären Sie diese Zusammenhänge zwischen dem Ausgangsgraphen und dem Graphen der ersten Ableitung.

Lösungsvorschlag zum Teil I: Hilfsmittelfreier Teil

1.1 Zum Berechnen der Nullstellen wird die Funktionsgleichung gleich null gesetzt:

$$f(x) = 0$$

$$x^3 - 2x^2 = 0 \quad \Big| \text{Ausklammern}$$

$$x^2 \cdot (x-2) = 0$$

TIPP Ein Produkt ist gleich null, wenn mindestens einer der Faktoren null ist (Satz des Nullprodukts.)

$$x_{1/2} = 0 \qquad x - 2 = 0 \quad |+2$$

$$x_3 = 2$$

Lösungsweg 1: Begründung über Eigenschaften des Graphen f
Wegen der doppelten Nullstelle $x_{1/2} = 0$ muss im Ursprung ein Extrempunkt liegen. Die schneidende Nullstelle $x_3 = 2$ ist größer als die berührende Nullstelle. Zusätzlich wird das Globalverhalten des Graphen f betrachtet: am Leitkoeffizienten und am höchsten Exponent der Funktion erkennt man, dass der Graph nach der schneidenden Nullstelle ins positive Unendliche verläuft. Daher muss im Ursprung ein Hochpunkt liegen.

Lösungsweg 2: rechnerische Begründung
Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(x) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(x) \neq 0$ und $f''(x) < 0$ für einen Hochpunkt.
Es werden zunächst die ersten beiden Ableitungen der Funktion f gebildet:

$$f(x) = x^3 - 2x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f''(x) = 6x - 4$$

Es wird überprüft, ob $f'(x) = 0$ erfüllt ist für $x = 0$:

$$f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 = 0$$

Anschließend wird die hinreichende Bedingung für einen Hochpunkt an der Stelle $x = 0$ überprüft:

$$f''(0) = 6 \cdot 0 - 4 = -4 < 0$$

Die Bedingungen sind erfüllt. Im Ursprung liegt der Hochpunkt des Graphen f.

1.2 Das lineare Gleichungssystem wird hier mit dem Additionsverfahren gelöst:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\text{I} & 2a & - & b & + & c & - & d & = & 4 \\
\text{II} & a & + & 2b & - & 2c & + & d & = & -4 \\
\text{III} & -a & - & 2b & + & c & & & = & 3 \\
\text{IV} & 2a & - & 3b & & & & & = & 5
\end{array}$$

$$\begin{array}{llcccccc} \text{I}+\text{II}=\text{V} & 3a & + & b & - & c & = & 0 \\ \text{III} & -a & - & 2b & + & c & = & 3 \\ \text{IV} & 2a & - & 3b & & & = & 5 \end{array}$$

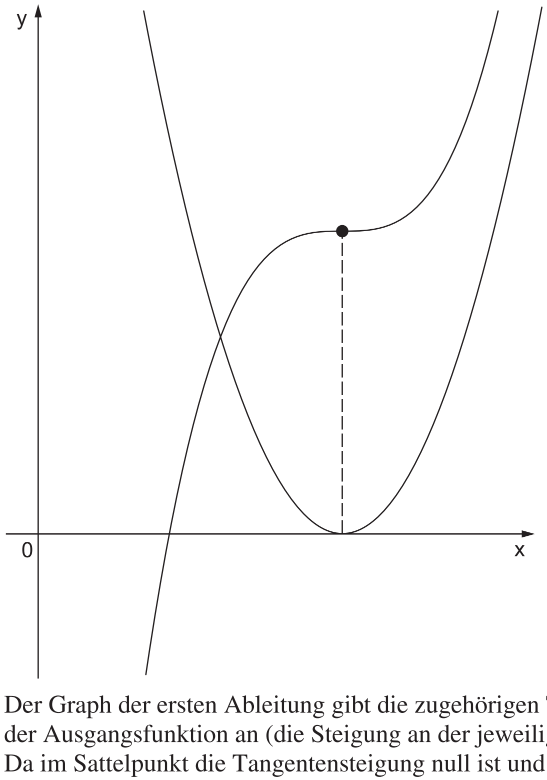
$$\begin{array}{llcccc} \text{V}+\text{III}=\text{VI} & 2a & - & b & = & 3 \\ \text{IV} & 2a & - & 3b & = & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{lrcl} \text{VI}-\text{IV} & 2b & = & -2 \\ & b & = & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{in IV} & 2a+3=5 & \Rightarrow \quad a = 1 \\ \text{in III} & -1+2+c=3 & \Rightarrow \quad c = 2 \\ \text{in I} & 2+1+2-d=4 & \Rightarrow \quad d = 1 \end{array}$$

$\mathbb{L} = \{(1; -1; 2; 1)\}$

1.3



Der Graph der ersten Ableitung gibt die zugehörigen Tangentensteigungen der Ausgangsfunktion an (die Steigung an der jeweiligen Stelle des Graphen). Da im Sattelpunkt die Tangentensteigung null ist und vor und nach diesem Sattelpunkt die Tangenten positive Steigungen aufweisen (kein Vorzeichenwechsel des Graphen an der Stelle des Sattelpunktes), wird aus diesem Sattelpunkt in der ersten Ableitung ein Tiefpunkt auf der x-Achse (Steigung bleibt positiv).