

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Forschung	2
1.2	Ziele	3
2	Grundlagen	6
2.1	Grundlagen der Wellenausbreitung	6
2.1.1	Impulserhaltung	6
2.1.2	Kontinuitätsgleichung	8
2.1.3	Linearisierung	9
2.2	Randwertprobleme der Akustik	13
2.2.1	Vereinbarungen, Bezeichnungen	13
2.2.2	Eindeutigkeit von Randwertproblemen	14
2.2.3	Lösung der Schwingungsgleichung in Kugelkoordinaten	17
2.2.4	Numerische Methoden zur Lösung von Randwertproblemen	19
2.3	Eigenschaften von Integraloperatoren der Akustik	20
2.3.1	Einfachschichtpotential	25
2.3.2	Doppelschichtpotential	26
2.3.3	Ableitungen von Einfach- und Doppelschichtpotential	28
2.4	Integralgleichungen für Randwertprobleme der Akustik	29
2.4.1	Randwertprobleme mit indirekten Methoden	29
2.4.2	Randwertprobleme mit der direkten Methode	31
2.4.3	Inhomogene Probleme	33
2.5	Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen	34
2.5.1	Doppelschichtpotential als kompakte Abbildung	34
2.5.2	Fredholmsche Theorie für kompakte Operatoren	36
2.5.3	Nichteindeutigkeit der Integralformulierung	37
2.5.4	Konstruktion einer eindeutigen Lösung	43
2.5.5	Gebiete mit Kanten und Ecken	46
3	Die Randelementmethode	48
3.1	Diskretisierung durch Projektion	49
3.1.1	Kollokationsverfahren	50
3.1.2	Gebiete mit Kanten und Ecken	52
3.1.3	Ausnutzung von Symmetrie	53
3.1.4	Gleichungen 1. und 2. Art	55
3.2	Berechnung der Integrale	57

3.2.1	Berechnung der singulären Integrale	58
3.2.2	Berechnung der hypersingulären Integrale	59
3.2.3	Diskrete gekoppelte Gleichung	65
3.3	Einfache Beispiele	67
3.4	Rechenzeitbedarf	79
3.5	Maßnahmen zur Steigerung der Effizienz	81
3.5.1	Maßnahmen zur Reduktion des Rechenzeitbedarfs	81
3.5.2	Maßnahmen zur Reduktion des Speicher- und Rechenaufwandes	82
4	Mehrgitterverfahren	85
4.1	Iterative Verfahren	86
4.2	Prinzipien der Mehrgitterverfahren	89
4.2.1	Glättungsverfahren	91
4.2.2	Glättende Wirkung von Integraloperatoren	93
4.2.3	Operatorsplitting für Gebiete mit Kanten und Ecken	94
4.3	Prolongation und Restriktion	94
4.4	Konvergenz von Mehrgitterverfahren	99
4.4.1	Zweigitter-Iteration	99
4.4.2	Mehrgitter-Iteration	100
4.4.3	Konkretisierung der Konvergenzabschätzung	104
4.4.4	Praktische Durchführung des Operatorsplitting	105
4.5	Beispiele zur Konvergenz des Mehrgitterverfahrens	108
5	Adaptive Netzverfeinerung	131
5.1	Fehlerschätzer und Fehlerindikatoren	132
5.2	Berechnung des Fehlerindikators	134
5.3	Verfeinerungsstrategie	137
5.3.1	Unterteilung von Dreiecken	138
5.3.2	Unterteilung von Vierecken	140
5.4	Adaptives Mehrgitterverfahren	141
5.5	Hierarchische Basisfunktionen	142
5.5.1	Hierarchische Darstellung von Funktionen	142
5.5.2	Numerische Berechnung der Integraloperatoren	144
5.6	Ein Beispiel zur Anwendung	148
6	Anwendungen	155
6.1	Wirkung einer Schallschutzwand	155
6.2	Schallabstrahlung an einem Zylinderkopf	160
7	Zusammenfassung	164

A	Hilfreiche Beziehungen	166
A.1	Verwendete Zeichen und Symbole	166
A.2	Abstand von Kollokations- und Integrationspunkt und seine Ableitungen . . .	167
A.3	Fundamentallösung mit Ableitungen	167
B	Vertiefte Betrachtung verschiedener Terme	168
B.1	Sprungeigenschaften verschiedener Potentiale	168
B.2	Nichtkompaktheit des Doppelschichtpotentials	173
B.3	Terme für die hypersinguläre Integralgleichung	175
B.4	Unbegrenzte Terme bei der hypersingulären Gleichung	179
	Literaturverzeichnis	183