Skripte zur Physik

Wellenlehre

von

Christian Wyss

Skripte zur Physik

Wellenlehre

von

Christian Wyss

mathema

tredition

Verlagslabel: mathema (www.mathema.ch)

ISBN Hardcover: 978-3-384-34433-5
Paperback: 978-3-384-34432-8

Auflage 1.2

Druck und Distribution im Auftrag des Autors:
tredition GmbH, Heinz-Beusen-Stieg 5, 22926 Ahrensburg, Germany

Dr. Christian Wyss, Chemin du Clos 60, 2502 Biel-Bienne, Schweiz.

Die Philosophie steht in diesem grossen Buch geschrieben, das unserem Blick ständig offen liegt – ich meine das Universum –; aber das Buch ist nicht zu verstehen, wenn man nicht zuvor die Sprache erlernt und sich mit den Buchstaben vertraut gemacht hat, in denen es geschrieben ist. Es ist in der Sprache der Mathematik geschrieben, und deren Buchstaben sind Kreise, Dreiecke und andere geometrische Figuren, ohne die es dem Menschen unmöglich ist, ein einziges Bild davon zu verstehen; ohne diese irrt man in einem dunklen Labyrinth herum.

Galileo Galilei: „*Il Saggiatore*“ (1623)

Inhaltsverzeichnis

Einleitende Worte

Die Skripte zur Physik sind im Rahmen des gymnasialen Unterrichts entstanden und sind primär als *unterrichtsbegleitendes Material* konzipiert. Sie können jedoch auch als eigenständiges Lern- und Übungsmaterial eingesetzt werden.

Die Skripte enthalten *Lückentexte*. Sie dienen der Festigung des erworbenen Wissens und sollten im Plenum mit der gesamten Klasse ausgefüllt werden. Diese handschriftlichen Einträge helfen, die Schlüsselbegriffe und Aussagen zu verinnerlichen und Herleitungen und Beweise besser nachzuvollziehen.

Zu den Inhalten

Einführung in die Wellenlehre

Behandelte Inhalte

Der erste Teil dieser Einführung in die Wellenlehre behandelt schwingende Systeme. Grundbegriffe wie Elongation, Amplitude, Frequenz und Periode werden eingeführt und auf das Faden- und Federpendel angewendet. Gedämpfte und erzwungene Schwingungen werden im Detail betrachtet. Die Schwingungen leiten schliesslich zu den Wellen über, die als Reihe gekoppelter Pendel verstanden werden. Verschiedene Wellentypen (Longitudinal- und Transversalwellen, Polarisation) werden ebenso besprochen wie die beschreibenden Grössen Amplitude, Frequenz und Wellenlänge, aus denen die Ausbreitungsgeschwindigkeit abgeleitet wird. Wichtige Beispiele für Wellen wie Schallwellen, Wasserwellen, seismische Wellen und elektromagnetische Wellen werden diskutiert. Es werden auch Schallleistung, Schallpegel und die psychoakustische Phonskala behandelt. Die Überlagerung von Wellen (Interferenz, Schwebung, stehende Wellen) wird eher intuitiv als formal behandelt. Zum Abschluss wird der akustische Dopplereffekt thematisiert.

Notwendiges Vorwissen

Dieses Skript setzt voraus, dass die Grundlagen der klassischen Mechanik bekannt sind, insbesondere die verschiedenen Energieformen wie kinetische und potentielle Energie sowie die Dynamik von Massen (Kräfte). Um die physikalischen Kernaussagen klar verständlich zu halten, wird bewusst auf ein einfach zugängliches mathematisches Niveau geachtet. Grundlegende Kenntnisse in Algebra sind jedoch erforderlich. Ausserdem sollten die Schülerinnen und Schüler mit trigonometrischen Funktionen im Bogenmass sowie für die Behandlung des Pegels mit dem Logarithmus vertraut sein.

Fortgeschrittene Wellenlehre

Behandelte Inhalte

Dieses Skript ergänzt, präzisiert und erweitert die Inhalte des Skripts „Einführung in die Wellenlehre“. Dabei werden weitgehend dieselben physikalischen Phänomene behandelt wie in der Einführung, jedoch bewusst auf einem wesentlich höheren mathematischen Niveau. Ziel ist es, aufzuzeigen, wie Konzepte der höheren Mathematik in der Physik angewendet werden können. Das Skript richtet sich daher vorwiegend an Schülerinnen und Schüler, die das Schwerpunktfach bzw. den Leistungskurs in Mathematik und Physik belegen.

Notwendiges Vorwissen

Vorausgesetzt wird, dass die „Einführung in die Wellenlehre" bereits behandelt wurde und den Studierenden die Grundlagen der klassischen Mechanik und der Elektrizitätslehre (insbesondere auch die Kenntnis der Kapazität und der Induktivität) bekannt sind. Neben grundlegenden arithmetischen und algebraischen Fähigkeiten wird erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, Funktionen abzuleiten. Idealerweise sollten auch Differentialgleichungen und Taylorreihen bereits behandelt worden sein. Der sichere Umgang mit den Additionstheoremen und/oder mit der Arithmetik der komplexen Zahlen, insbesondere unter Anwendung der Euler'schen Identität, sind ebenfalls notwendige Vorkenntnisse. Fourier-Reihen werden nur qualitativ besprochen und könnten allenfalls ergänzend im Mathematikunterricht behandelt werden. Für die Herleitung der Wellengleichung sind zudem grundlegende Kenntnisse in der Vektorrechnung erforderlich, insbesondere das Skalar- und Vektorprodukt.

Strahlenoptik

Behandelte Inhalte

Im ersten Teil wird die geradlinige Ausbreitung von Licht eingeführt und damit verschiedene Phänomene erklärt, darunter Mondphasen, Mond- und Sonnenfinsternisse, Schattenprojektionen und die Camera Obscura. Im Weiteren werden das Reflexions- und das Brechungsgesetz erläutert und auf vielfältige Phänomene in Natur und Technik angewendet. Zum Abschluss werden Abbildungssysteme mit gewölbten Spiegeln und Linsen behandelt.

Notwendiges Vorwissen

Dieses Skript setzt kein Vorwissen aus dem gymnasialen Curriculum voraus. Das Brechnungsgesetz kann entweder mithilfe des Snell'schen Gesetzes (vorausgesetzt wird die Kenntnis der Sinusfunktion) oder anhand einer Grafik behandelt werden. Kenntnisse der mathematischen Ähnlichkeiten sind von Vorteil.

Wellenoptik

Behandelte Inhalte

Licht wird als elektromagnetische Welle eingeführt und der Brechungsindex wird als das Inverse der relativen Ausbreitungsgeschwindigkeit interpretiert. Damit werden Dispersion und chromatische Aberration erklärt. Die Farbwahrnehmung des Menschen wird besprochen. Mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips werden die geradlinige Ausbreitung, das Reflexionsgesetz und das Brechungsgesetz hergeleitet. Die Beugung am Spalt, am Doppelspalt und am Gitter wird detailliert behandelt, ebenso wie verschiedene Anwendungen (Monochromatoren, Farben von CDs etc.), insbesondere auch das Auflösungsvermögen optischer Instrumente. Die Interferenz an dünnen Schichten wird ebenfalls besprochen. Phänomene der Polarisation werden erläutert, darunter das Experiment von Malus, Polarisation bei Reflexion (Brewster-Winkel), die Polarisation des Sonnenlichts, optische Aktivität und die Doppelbrechung.

Notwendiges Vorwissen

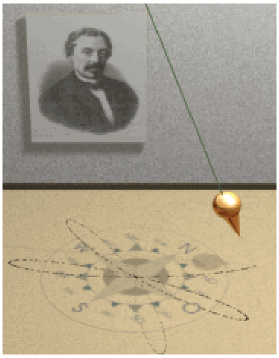
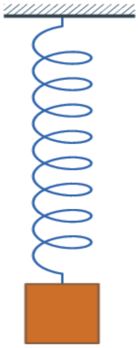
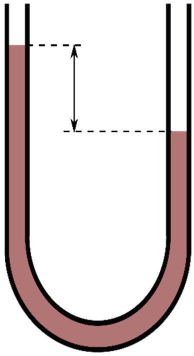
Die Strahlenoptik sollte bereits zuvor behandelt worden sein. Grundlegende Kenntnisse in Algebra, insbesondere Vertrautheit mit der Sinusfunktion, sind ebenfalls erforderlich.

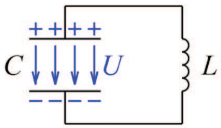
Einführung in die Wellenlehre

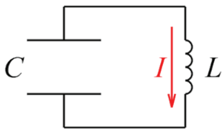
Die grosse Welle vor Kanagawa des japanischen Malers Hokusai dürfte das weltweit bekannteste japanische Kunstwerk sein. Die Grafik gehört zur Bildserie „36 Ansichten des Berges Fuji“ von Hokusai (*1760; †1849) in der er die Landschaften rund um den Fuji festhielt. Es zeigt Fischerboote in einer Welle vor der Kulisse des Fujis.
Das Bild ist hier spiegelverkehrt abgebildet. Die traditionelle japanische Schrift liest sich von rechts nach links und japanische Betrachter ‚lesen' auch Bilder eher von rechts nach links und nicht so wie wir von links nach rechts.
Um den Eindruck des Werkes in unsere Kultur zu übertragen, ist das Bild spiegelverkehrt abgebildet.

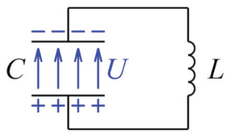
1. Schwingungen

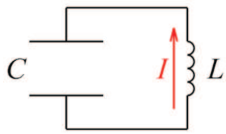
Beispiele für Schwingungen







Schwingungen sind zeitlich ..periodische... Zustandsänderungen eines Systems um eine Ruhelage . Dabei wird die Energie des Systems periodisch umgewandelt.

Für das Zustandekommen einer Schwingung ist eine ...rückstellende... Kraft und eine ....Trägheit.... des Systems notwendig.

Aufgabe 1: Gib an, zwischen welchen Energieformen die Energie in den obigen Beispielen oszilliert.

a) Fadenpendel ....

b) Federpendel ....

c) U-Rohr ....

d) Saite ....

e) Schwingkreis ....

Aufgabe 2: Welche Kraft ist in den obigen Beispielen rückstellend und was verursacht die Trägheit?

a) Fadenpendel Kraft: .... Trägheit: ....

b) Federpendel Kraft: .... Trägheit: ....

c) U-Rohr Kraft: .... Trägheit: ....

d) Saite Kraft: .... Trägheit: ....

e) Schwingkreis Kraft: .... Trägheit: ....

Beschreibung von Schwingungen

Schwingungsdauer und Frequenz

Die Schwingungsdauer oder Periode ..T... ist die .Dauer.., die ein schwingendes System für einen vollen Umlauf benötigt. Nach einer Periode ist das System wieder im .gleichen. Zustand.

Die .Frequenz..... gibt an, wie häufig sich ein periodischer Prozess in einer ..Zeit-......einheit..... wiederholt.

Periode und Frequenz: $f = \frac{1}{T}$ $[f] = \frac{1}{s} = \text{Hertz} = \text{Hz}$

Aufgabe 3: Ein Federpendel schwingt mit einer Frequenz von 0.1 Hz. Wie lange ist seine Periode?

Aufgabe 4: Ein Kind auf einer Schaukel benötigt 1.5 s, um von ganz vorne bis ganz hinten zu schaukeln. Wie gross sind Periode und Frequenz dieser Schwingung?

Aufgabe 5: Welche Frequenz in Hz hat ein alter Plattenspieler, der mit 45 Umdrehungen pro Minute dreht?

Aufgabe 6: Wie gross ist die Frequenz der Erdrotation?

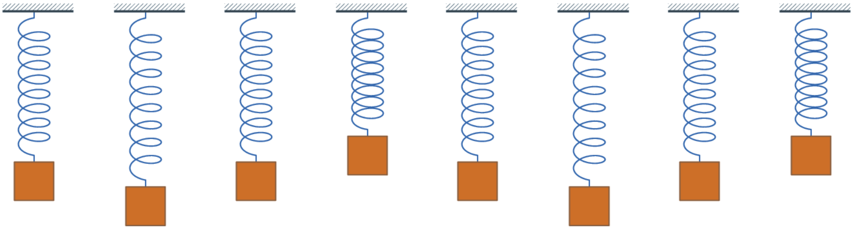
Elongation und Amplitude

Die Elongation y ist die ......momentane.... Auslenkung (Entfernung) des Systems von seiner Gleichgewichtslage (d.h. seiner Ruhelage).

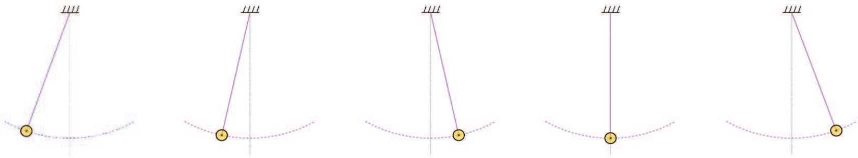
Die Amplitude $\hat{y}$ ist die ..maximale..... Auslenkung aus der Gleichgewichtslage (Ruhelage).

Aufgabe 7: Die Figuren zeigen jeweils eine ganze Schwingung. Zeichne die beiden Durchgänge durch die Gleichgewichtslage und die Amplitude ein:

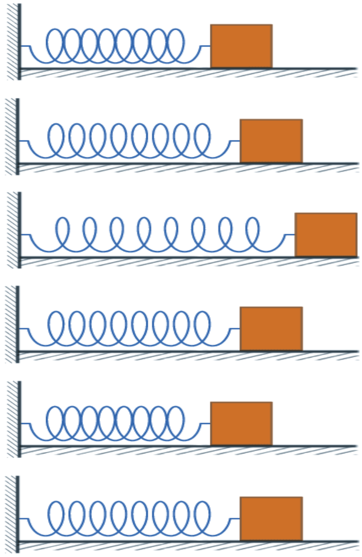
a) Federpendel



b) Fadenpendel



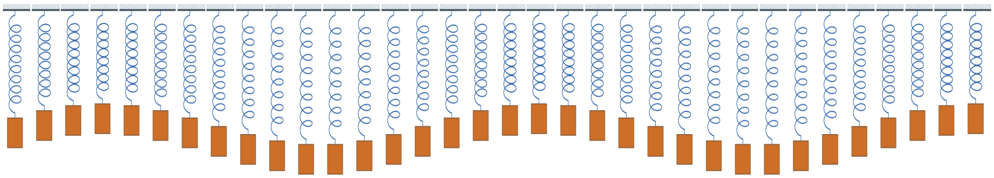
c) horizontales Federpendel



Aufgabe 8: Nach der Fertigstellung der neuen Brücke über die Norderelbe in Hamburg unterzogen die Bauingenieure die Brücke einem Test. Unter der Last eines in der Mitte der Brücke angehängten Gewichts von 100 Tonnen bog sich die Brücke den Messungen zufolge um 5 cm durch. Als schliesslich die Verbindung der Brücke mit dem Gewicht schlagartig gelöst wurde, geriet die Brücke wie erwartet in Schwingungen, die viele Sekunden andauerten. Die Frequenz der Schwingung betrug 0.62 Hz. Eine Person auf der Brücke hatte den Eindruck, dass sie sich etwa um einen Meter gehoben und gesenkt hat.

a) Wie gross war die Amplitude der Schwingung?
b) Bei welcher Elongation erfährt eine Person auf der Brücke die grösste Beschleunigung?

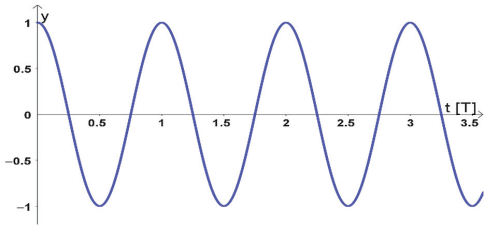
Die harmonische Schwingung



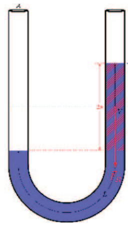
Die Elongation eines Federpendels folgt zeitlich einer sinusoiden[1] Funktion. Solche Schwingungen nennt man ..harmonisch... . Harmonische Schwingungen entstehen, wenn die rückstellende Kraft ..proportional.. zur Auslenkung ist.

Harmonische Schwingung: $y = \hat{y} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$,

wobei sich die Masse zur Zeit $t = 0$ an ihrer .maximalen... Elongation befindet.

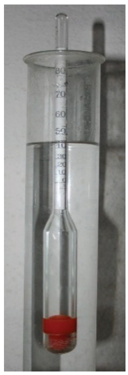


Aufgabe 9: In einem U-Rohr mit konstanter Querschnittsfläche befindet sich eine Flüssigkeit. Wird diese leicht aus ihrer Ruheposition ausgelenkt, schwingt sie im Rohr von hin und her. Handelt es sich dabei um eine harmonische Schwingung, wenn die Reibung vernachlässigt wird?



Aufgabe 10: Ein Würfel gleitet auf der abgebildeten Oberfläche reibungslos hin und her. Ist dieser periodische Prozess harmonisch?

Aufgabe 11: Ein Aräometer ist ein Messgerät zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten. Es wird beispielsweise zur Ermittlung des Zuckergehalts von Traubensaft und der Alkoholkonzentration von Wein eingesetzt. Bei der Messung wird das Aräometer in die Flüssigkeit eingetaucht. Dabei taucht es so weit in die Flüssigkeit ein, bis die Auftriebskraft gleich der Gewichtskraft des Aräometers ist. Je geringer die Dichte der Flüssigkeit, desto tiefer taucht das Aräometer ein. Beim Eintauchen eines Aräometers in eine Flüssigkeit schwingt es zunächst auf und ab. Ist diese Schwingung für kleine Amplituden harmonisch? Die Reibung wird nicht berücksichtigt.



---

[1] Sinusoide Funktionen sind sinusförmige Funktionen, die aus der Sinusfunktion durch Skalierung von Amplitude und Frequenz sowie Phasenverschiebung gebildet werden. Auf Grund der möglichen Phasenverschiebung gehören auch die Cosinusfunktionen dazu.

Aufgabe 12: Bei einer harmonischen Schwingung beträgt die Periode 3 s und die Amplitude 16 cm. Zur Zeit t =0 befindet sich das Pendel an der höchsten Stelle. Berechne die Elongation zur Zeit t = 0.3 s und den Zeitpunkt, wann das Pendel zum ersten Mal eine Elongation von 8 cm bzw. –0.8 cm erreicht.

Aufgabe 13: Ein Federpendel schwingt harmonisch mit einer maximalen Auslenkung von 15 cm. Die Schwingung wiederholt sich alle 12 s. Zum Zeitpunkt t = 0 s befindet sich das Pendel an seiner maximalen Elongation.

a) Welche Elongation hat das Pendel zu den Zeiten t = 0 s, t = 12 s, t = 36 s, t = 156 s, t = 6 s, t = 30 s, t = 138 s, t = 3 s, t = 18 s, t = 39 s, t = 9 s und t = 33 s. Versuche, das Ergebnis durch Überlegung und ohne Rechner zu ermitteln. Eine Skizze der Schwingung könnte Dir dabei helfen.

b) Welche Elongation hat das Pendel zu den Zeiten t = 1.5 s, t = 3.5 s, t = 7 s, t = 14 s, t = 20 s, t = 36 s und t = 125 s. Um dies zu beantworten, brauchst Du den Rechner. Geht das Pendel jeweils rauf oder runter?

c) Wann erreicht das Pendel zum ersten Mal eine Elongation von 4 cm?

d) Wann erreicht das Pendel zum ersten Mal eine Elongation von 7.5 cm? Wann geschieht dies zum zweiten, dritten und vierten Mal? Hier musst Du wieder gut überlegen.

Aufgabe 14: Ein Federpendel befindet sich zur Zeit t = 0 s an seiner höchsten Stelle. Die Amplitude beträgt 50.0 cm und die Periode der Schwingung beträgt 6.0 s. Bestimme die Zeitpunkte, zu denen das Pendel zum ersten, zum zweiten und zum dritten Mal eine Elongation von –25 cm erreicht.

Aufgabe 15: An der deutschen Nordseeküste beträgt der Tidenhub 3 m (Unterschied zwischen Hoch- und Niedrigwasser). Am Mittag war Hochwasser (maximaler Wasserstand). Die Gezeiten wiederholen sich alle 12 Stunden. Der Wasserstand ändert sich harmonisch. Finde eine Funktionsgleichung, die den Wasserstand in Abhängigkeit der Zeit beschreibt, und beantworte folgende Fragen:

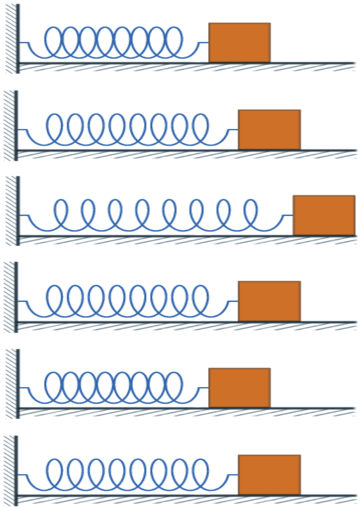
a) Welchen Wasserstand hat das Meer in 4 Stunden? Steigt oder sinkt der Wasserstand zu diesem Zeitpunkt?

b) Welchen Wasserstand hat das Meer um 6:30 Uhr am nächsten Morgen?

c) Die Fähre kann nur auslaufen, wenn der Wasserstand mindestens 1 m über dem mittleren Stand liegt. Bis wann kann die Fähre spätestens auslaufen?

d) Ab wann kann die Fähre erneut auslaufen?

Einige typische Pendel



Federpendel

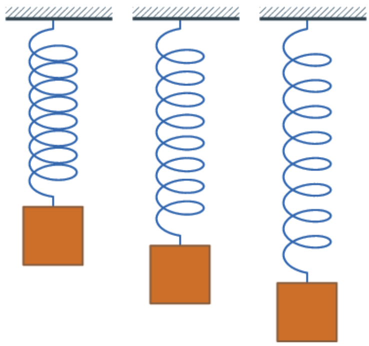
Ein Wägelchen ist mit einer ..horizontal.... liegenden Feder befestigt. Das Wägelchen kann sich auf seiner Unterlage ...reibungsfrei..... bewegen.

Auf die Masse wirkt die ...Feder......kraft F_F:

$\vec{F}_F = -D \cdot \vec{y}$ (vektoriell) $\qquad$ $F_F = D \cdot y$ (Betrag)

Die Kraft ..proportional... zur Auslenkung und die Schwingung ist also ..harmonisch.. .

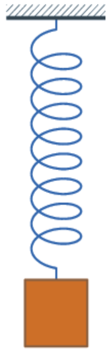
Die Periode hängt nur von der ..Masse... und der ..Federkonstante ab. Ist die Masse gross, so ist die Periode ...gross...... . Ist die Federkonstante gross, so ist die Periode ..klein... . Es gilt: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$.



Eine Masse wird an einer ..vertikal..... hängenden Feder befestigt. Auf diese Masse wirkt zur Federkraft zusätzlich noch die ...Gewichtskraft... . Diese ist jedoch .konstant.. und die rückstellende Kraft ist also auch hier ..proportional. zur Auslenkung.

Periode des Federpendels: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$

Aufgabe 16: An eine Schraubenfeder mit der Federkonstanten D = 15 N/m ist eine Masse von m = 200 g angehängt. Wie gross ist die Periode dieses Federpendels? In dieser und den folgenden Aufgaben wird die Masse der Feder vernachlässigt.



Aufgabe 17: Eine Schraubenfeder hat die Federkonstante D = 25 N/m. Welche Masse muss angehängt werden, damit sie in einer Minute 25 Schwingungen ausführt?

Aufgabe 18: An eine Schraubenfeder (D = 100 $^{N}/_{m}$) wird ein Körper der Masse 800 g gehängt. Der Körper wird 4 cm aus seiner Gleichgewichtslage nach unten gezogen und losgelassen. Mit welcher Frequenz schwingt der Körper?

Aufgabe 19: Hängt man einen Körper der Masse m = 400 g an eine Schraubenfeder, so wird sie um 10 cm verlängert. Mit welcher Frequenz schwingt dieses Federpendel?

Aufgabe 20: Ein Federpendel:

a) Eine vertikal hängende Schraubenfeder erfährt durch das Anhängen eines Körpers mit einer Masse von 20 g eine Verlängerung von 10 cm. Wie gross ist die Federkonstante?

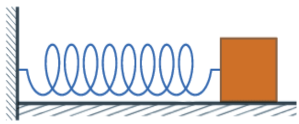
b) Anstelle der 20 g wird nun eine Masse von 50 g angehängt. Wie gross ist die Schwingungsdauer dieses Pendels?

Aufgabe 21: Eine Schraubenfeder hat laut Herstellerangabe eine Federkonstante von 8 N/m.

a) Welche Masse muss an der Feder befestigt werden, damit dieses Federpendel eine Periode $^{\pi}/_{10}$ s hat?

b) Wie gross ist die Elongation der Masse 1 Sekunde nach dem Durchgang durch die Gleichgewichtslage, wenn die Amplitude der Schwingung 5 cm beträgt?

Aufgabe 22: Die Masse bewegt sich nach einem Anstoss ohne Reibung harmonisch hin und her. Stelle in einem Koordinatensystem die folgenden Grössen als Funktion der Zeit grafisch dar. Verwende für alle Diagramme den gleichen Zeitmassstab.



a) Elongation	b) Geschwindigkeit	c) Beschleunigung
d) kinetische Energie	e) Spannenergie	f) totale Energie