

Skripte zur Physik

Weiterführende Mechanik

von

Christian Wyss

Skripte zur Physik

Weiterführende Mechanik

von

Christian Wyss



mathema



© 2024 Dr. Christian Wyss

Verlagslabel: mathema (www.mathema.ch)

ISBN Hardcover: 978-3-384-26556-2
 Paperback: 978-3-384-26555-5

Auflage 1.2

Druck und Distribution im Auftrag des Autors:
tredition GmbH, Heinz-Beusen-Stieg 5, 22926 Ahrensburg, Germany

Das Werk, einschliesslich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Für die Inhalte ist der Autor verantwortlich. Jede Verwertung ist ohne seine Zustimmung unzulässig. Die automatisierte Analyse des Werkes, um daraus Informationen, insbesondere über Muster, Trends und Korrelationen gemäss §44b UrhG („Text und Data Mining“) zu gewinnen, ist untersagt. Die Quellen der Bilder und deren Lizenzen sind im Anhang aufgeführt. Die Publikation und Verbreitung erfolgen im Auftrag des Autors, zu erreichen unter:

Dr. Christian Wyss, Chemin du Clos 60, 2502 Biel-Bienne, Schweiz.

Die Philosophie steht in diesem grossen Buch geschrieben, das unserem Blick ständig offen liegt – ich meine das Universum –; aber das Buch ist nicht zu verstehen, wenn man nicht zuvor die Sprache erlernt und sich mit den Buchstaben vertraut gemacht hat, in denen es geschrieben ist. Es ist in der Sprache der Mathematik geschrieben, und deren Buchstaben sind Kreise, Dreiecke und andere geometrische Figuren, ohne die es dem Menschen unmöglich ist, ein einziges Bild davon zu verstehen; ohne diese irrt man in einem dunklen Labyrinth herum.

Galileo Galilei: „*Il Saggiatore*“ (1623)

Inhaltsverzeichnis

Einleitende Worte

Zu den Inhalten der Skripte

- I. Fortgeschrittene Kinematik
- II. Der Impuls
- III. Der starre Körper
- IV. Hydro- und Aeromechanik
- V. Gravitation
- VI. Astronomische Größen

Ergänzende Bemerkungen

Demonstrationsexperimente

Schlussworte

Einleitende Worte

Die Skripte zur Physik sind im Rahmen des gymnasialen Unterrichts entstanden und sind primär als **unterrichtsbegleitendes Material** konzipiert. Sie können jedoch auch als eigenständiges Lern- und Übungsmaterial eingesetzt werden.

Die Skripte enthalten **Lückentexte**. Sie dienen der Festigung des erworbenen Wissens und sollten im Plenum mit der gesamten Klasse ausgefüllt werden. Diese handschriftlichen Einträge helfen, die Schlüsselbegriffe und Aussagen zu verinnerlichen und Herleitungen und Beweise besser nachzuvollziehen.

Zu den Inhalten

Fortgeschrittene Kinematik

Behandelte Inhalte

Dieser Skript behandelt die Addition von Geschwindigkeiten (sowohl skalar als auch vektoriell) sowie die gleichförmige und gleichmässig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit. Im Detail werden Wurfbewegungen erörtert, einschliesslich vertikaler, horizontaler und schiefer Würfe.

Notwendiges Vorwissen

Die grundlegende Kinematik muss zuvor behandelt worden sein. Aus der Mathematik sind Kenntnisse der linearen und der quadratischen Funktion erforderlich, und die dazugehörigen Gleichungen müssen gelöst werden können. Die graphische Vektoraddition wird im Skript eingeführt. An einer Stelle wird ein Additionstheorem verwendet, jenes ist jedoch für das Verständnis nicht zwingend notwendig.

Der Impuls

Behandelte Inhalte

Im Skript wird der Begriff des Impulses eingeführt und es werden Kraftstöße sowie die Impulserhaltung behandelt. Darüber hinaus werden gerade und dezentrale, vollkommen elastische und inelastische Stösse im Detail diskutiert.

Notwendiges Vorwissen

Die Dynamik und die Energie müssen zuvor eingeführt worden sein. Für die Herleitungen sind fundierte Kenntnisse im Umgang mit Termen und Gleichungen notwendig.

Der starre Körper

Behandelte Inhalte

Die Kinematik der gleichförmigen und der gleichmässig beschleunigten Rotationsbewegung (Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung) wird behandelt. Der Begriff des Drehmoments wird mithilfe der Hebelgesetze motiviert. Aus der Dynamik des Massenpunktes werden das Trägheitsmoment und der Drallsatz für starre Körper hergeleitet. Das Trägheitsmoment einfacher Körper und der Satz von Steiner werden diskutiert. Die Statik starrer Körper und der Schwerpunkt werden behandelt. Die rotatorische kinetische Energie und der Drehimpuls werden auch eingeführt und Anwendungen dazu betrachtet.

Notwendiges Vorwissen

Die Mechanik des Massenpunktes muss vorgängig behandelt worden sein, insbesondere die Kinematik, die Dynamik und die Statik, wie auch die Begriffe der Arbeit und der Energie. Es ist von Vorteil, die Kreisbewegung vorgängig behandelt zu haben. Grundlegende arithmetische und algebraische Fähigkeiten müssen beherrscht werden. Das Bogenmass sollte bekannt sein. Integrationen im Skript werden vermieden, stattdessen werden Summen ausgeführt, die mit dem Summenzeichen notiert werden. Die graphische Vektoraddition sollte bekannt sein. Das Vektorprodukt wird als Notation für die Drei-Finger-Regel verwendet, jedoch wird es nicht algebraisch ausgewertet.

Hydro- und Aeromechanik

Behandelte Inhalte

Der Druck wird eingeführt und verschiedene hydrostatische Anwendungen werden diskutiert, darunter hydraulische Maschinen, die Druckmessung und der Schwerdruck in Flüssigkeiten und Gasen (insbesondere der Luftdruck). Daraus lässt sich die Auftriebskraft, die auf eingetauchte Körper wirkt, herleiten. In der Hydrodynamik werden die Kontinuitätsgleichung, die Ausfliessgeschwindigkeit und das Gesetz von Bernoulli behandelt.

Notwendiges Vorwissen

Der Stoff des Skripts kann mit wenigen Voraussetzungen bearbeitet werden. Es wird jedoch erwartet, dass der Kraftbegriff und die Dichte bekannt sind. Für die Hydrodynamik wird zusätzlich vorausgesetzt, dass die verschiedenen mechanischen Energieformen vorgängig behandelt wurden. Mathematisch sind nur grundlegende Kenntnisse erforderlich – wie einfache Arithmetik und Algebra – um den Stoff zu verstehen.

Gravitation

Behandelte Inhalte

Im ersten Teil wird die Entwicklung der Weltbilder von Aristoteles und Ptolemäus über Galilei und Kopernikus bis hin zu Kepler nachgezeichnet. Die Kepler'schen Gesetze werden ausführlich erläutert. Anschliessend wird das Newton'sche Gravitationsgesetz eingeführt und sowohl auf die Fallbewegung an der Erdoberfläche als auch auf Satellitenbahnen angewendet. Dadurch werden die Kepler'schen Gesetze physikalisch begründet.

Notwendiges Vorwissen

Es wird vorausgesetzt, dass die Dynamik bereits behandelt wurde, insbesondere das Aktionsprinzip und die Schwerkraft auf der Erde. Mathematisch werden nur geringe Vorkenntnisse erwartet; einfache Terme und Gleichungen müssen vereinfacht bzw. gelöst werden können.

Astronomische Größen

Behandelte Inhalte

Das Skript diskutiert die Schwierigkeiten bei der Messung astronomischer Distanzen und führt die kosmische Entfernungsleiter ein. Beginnend mit der Vermessung der Erde werden die Abstände und Durchmesser von Mond und Sonne bestimmt. Die Triangulation von Planeten in unserem Sonnensystem sowie nahen Sternen wird erläutert. Abschliessend wird kurz auf die Methoden der Standardkerzen eingegangen, einschliesslich der Entfernungsberechnung mit Hilfe von Cepheiden, Supernovae und der Tully-Fisher-Relation.

Notwendiges Vorwissen

Die Kepler'schen Gesetze und das Newton'sche Gravitationsgesetz müssen vorgängig behandelt worden sein. Mathematisch werden nur geringe Vorkenntnisse vorausgesetzt; einfache Terme und Gleichungen müssen vereinfacht bzw. gelöst werden können. Zudem müssen die trigonometrischen Funktionen und der Sinussatz bekannt sein.

Fortgeschrittene Kinematik



Harold Eugene Edgerton (*1903 in Fremont, Nebraska; †1990 in Cambridge, Massachusetts) war ein amerikanischer Elektroingenieur, Erfinder des elektrischen Stroboskops und Pionier der Hochgeschwindigkeitsfotografie. Der Öffentlichkeit bekannt ist er vor allem durch spektakuläre Aufnahmen von abgefeuerten Projektilen, Flüssigkeitstropfen und Atombomben. Das Bild „Jackie Jumps a Bench“ entstand 1938 und ist heute im Besitz des MOMA (Museum of Modern Art) in New York.

1. Geschwindigkeitsaddition

Kollineare Bewegungen

Aufgabe 1: Ein Zug fährt mit 60 km/h an einem Beobachter auf dem Bahndamm vorbei.

- Der Zug kreuzt einen entgegenkommenden Intercity, der 120 km/h gegenüber dem Bahndamm fährt. Mit welcher Geschwindigkeit kommen sich die Züge näher?
- Im Regionalzug geht ein Passagier (4 km/h) zum Speisewagen, holt ein Getränk und kehrt zu seinem Sitz zurück. Wie schnell bewegt sich der Passagier auf dem Hinweg (er geht dabei in Fahrtrichtung des Zuges) und auf seinem Rückweg gegenüber dem Bahndamm?



Geschwindigkeitsaddition: Ein Körper bewegt sich gegenüber dem Beobachter A mit der Geschwindigkeit v_A . Der Beobachter B bewegt sich in der gleichen Richtung gegenüber dem Beobachter A mit der Geschwindigkeit v . Der Körper bewegt sich gegenüber dem Beobachter B mit der Geschwindigkeit v_B :

$$v_B = v_A + v$$

Aufgabe 2: Ein Schiff fährt den Nil hinauf. Der Nil fliesst mit $v = 4 \text{ m/s}$. Das Schiff bewegt sich gegenüber dem Wasser mit 18 km/h. Ein Passagier spaziert vom Bug zum Heck mit 0.8 m/s.

- Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Schiff gegenüber dem Ufer?
- Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Passagier gegenüber einem Beobachter am Ufer des Nils?

Aufgabe 3: Du fährst mit 50 km/h mit dem Auto durch eine enge Kurve.

- Nach einem Steinschlag liegt unverhofft ein grosser Stein auf der Strasse und Du fährst ungebremst in diesen Stein. Aus welcher Höhe müsstest Du herunterfallen, damit Du mit dieser Geschwindigkeit auf dem Steinboden aufschlagen würdest?
- Ein entgegenkommender Lastwagen (80 km/h) hat die Kurve geschnitten und befindet sich auf Deiner Fahrbahn. Wie schnell bewegst Du Dich gegenüber dem Lastwagen? Du fährst ungebremst in den Lastwagen. Welcher Fallhöhe entspricht dies?



Aufgabe 4: Zürich ZRH ↔ New York JFK

Hinreise Zürich ZRH ab 13:15

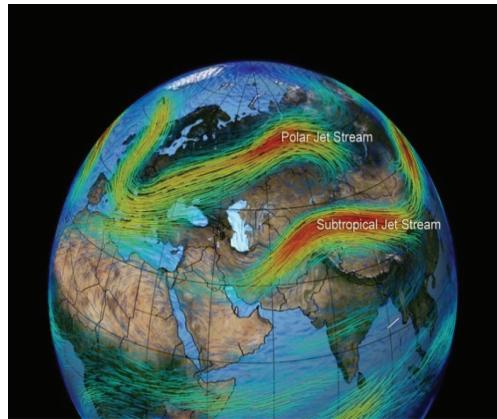
New York JFK an 16:05

Rückreise New York JFK ab 19:05

Zürich ZRH an 08:45

Aufgrund der unterschiedlichen Zeitzonen muss beim Hinflug die Uhr um 6 Stunden zurückgestellt, beim Rückflug entsprechend um 6 Stunden vorgestellt werden. Die oben angegebenen Zeiten sind jeweils Ortszeiten. Die Flugstrecke von Zürich nach New York beträgt 6'500 km.

- Wie lange dauern Hin- und Rückflug?
- Die unterschiedlichen Reisezeiten röhren vom Jetstream (starke Winde in der oberen Troposphäre) her. Berechne aus den Zeitangaben die mittlere Geschwindigkeit des Flugzeugs auf dem Hin- und dem Rückweg. Wie schnell ist der Jetstream also?



Aufgabe 5: Vallam kali, auch bekannt als

Schlängenbootrennen, ist ein traditionelles Bootssport in Kerala. Es ist eine Form des Kanurennensports, bei dem gepaddelte Kriegskanäle verwendet werden.

- Ein Boot wird mit einer Geschwindigkeit von 5 m/s gerudert und fährt dabei eine Strecke von 500 m und wieder zurück. Wie lange braucht das Boot für beide Wege? Wir nehmen an, dass das Boot für das Wenden keine Zeit benötigt.
- Nun fährt das Boot dieselbe Strecke auf einem Fluss. Dabei wird zuerst gegen die Strömung, die mit 2 m/s fliesst, gerudert. Auf dem Rückweg wird dann mit der Strömung gerudert. Wie lang braucht das Boot nun für beide Wege zusammen?

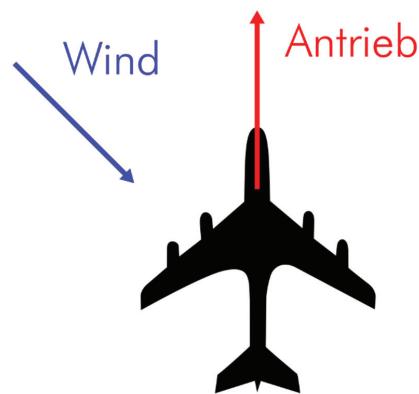


Relativitätsprinzip: Geschwindigkeiten können nur in Bezug zu einem Beobachter, d.h. relativ zu einem**Bezugssystem**..., angegeben werden.

Vektorielle Geschwindigkeitsaddition

Definition: Die Geschwindigkeit v eines Körpers wird durch die **Richtung** und den **Betrag** beschrieben. Eine Grösse, die durch Richtung und Betrag beschrieben wird, nennen wir **Vektor** Wir stellen einen Vektor grafisch als **Pfeil** dar. Um anzugeben, dass es sich bei einer Grösse um einen **Vektor** handelt, schreiben wir: **\vec{v}**

Aufgabe 6: Hier sind der Geschwindigkeitsvektor des Antriebs eines Flugzeugs (Airspeed, Geschwindigkeit gegenüber der Luft) und der Geschwindigkeitsvektor des Winds (Groundspeed, Geschwindigkeit gegenüber dem Boden) dargestellt. Das Flugzeug fliegt mit 90 km/h gegenüber der Luft (Airspeed). Welche Geschwindigkeit hat der Wind? In welche Richtung bewegt sich das Flugzeug gegenüber dem Boden und mit welcher Geschwindigkeit (Groundspeed)?



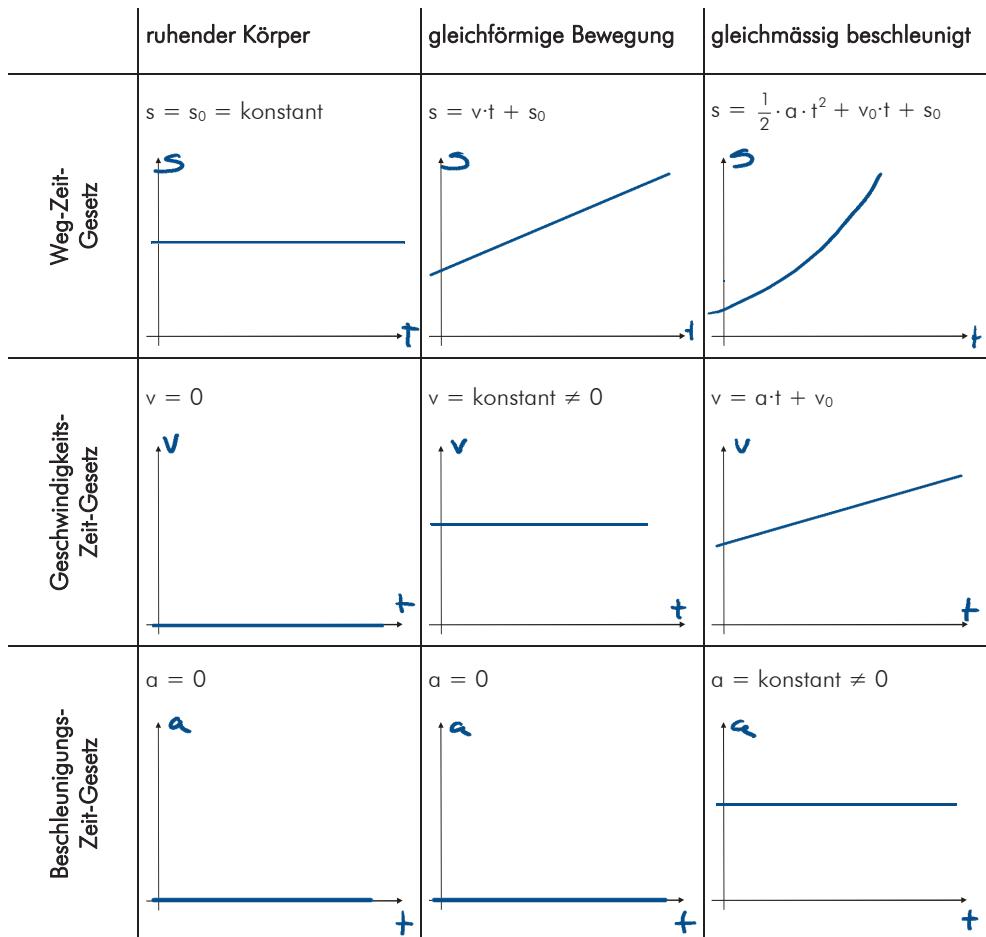
Vektoraddition: Zwei Vektoren \vec{v}_1 und \vec{v}_2 werden addiert, indem man die dazugehörigen Pfeile aneinanderhängt Das Resultat ist der direkte Vektor von **Anfang** bis **Ende** des Pfeiles: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

Aufgabe 7: An der Eröffnungszeremonie der Olympischen Spiele laufen alle Athletinnen und Athleten eines Landes in Laufschritt (10 km/h) an der Tribüne vorbei. Die erste Person im Umzug trägt jeweils die Landesflagge. Während die Athletinnen und Athleten vor der Haupttribüne vorbeilaufen, weht die Flagge gegenüber der Laufrichtung um 30° zu der Tribüne hin abgeneigt. Die Fahnen an den Fahnenmasten neben der Tribüne wehen jedoch genau zur Tribüne hin. Bestimme die Windgeschwindigkeit.

- Löse das Problem näherungsweise mit einer Zeichnung.
- Berechne nun die exakte Lösung mithilfe der Trigonometrie.

Aufgabe 8: Eine Fähre bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 7 m/s relativ zum Wasser. Beim Überqueren eines Flusses mit einer Strömungsgeschwindigkeit von 4 m/s muss der Kapitän einen bestimmten Winkel einschlagen, um direkt gegenüber des Abfahrtpunktes anzukommen. Bestimme diesen Winkel und die Geschwindigkeit, mit der sich die Fähre dem gegenüberliegenden Ufer nähert. Löse das Problem zuerst grafisch und dann rechnerisch.

2. Bewegungen mit Anfangsgeschwindigkeit



Die Steigung

Die Steigung des Grafen der Funktion $s(t)$ (s - t -Diagramm) ist die Geschwindigkeit.

Die Steigung des Grafen der Funktion $v(t)$ (v - t -Diagramm) ist die Beschleunigung.

Die Fläche unter der Kurve

Der Inhalt der Fläche unter dem Grafen der Funktion $v(t)$ (v - t -Diagramm) ist die Strecke s .

Der Inhalt der Fläche unter dem Grafen der Funktion $a(t)$ (a - t -Diagramm) ist die Geschwindigkeit v .

Abbremsen bis zum Stillstand

Ein Zahlenbeispiel: Wir bremsen von $v_0 = 8 \frac{m}{s}$ ($t=0$) mit $-5 \frac{m}{s^2}$ auf $v = 0$ ab.

$$\Delta t = t \quad \Delta v = 0 - v_0 = -v_0 = -8 \frac{m}{s}$$

$$a = -5 \frac{m}{s^2} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-8 \frac{m}{s}}{-5 \frac{m}{s^2}} = 1,6 s$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} a t^2 - a \cdot t \cdot t = -\frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 5 \frac{m}{s^2} \cdot (1,6 s)^2$$

mit $v_0 = -\Delta v = -a \cdot t = -at$ $= 6,4 m$

Alles verhält sich gleich, wie bei der Beschleunigung von 0 auf $8 \frac{m}{s}$ der Beschleunigung $a = 5 \frac{m}{s^2}$.

Aufgabe 9: Nach einem Verkehrsunfall wurde vom Sachverständigen eine 14 m lange Bremsspur gemessen. Die typische Bremsverzögerung bei einer Vollbremsung beträgt $-6.8 \frac{m}{s^2}$. Wurde die zulässige Höchstgeschwindigkeit von 50 km/h eingehalten?

Aufgabe 10: Ein Flugzeug landet auf der Landebahn und kommt innerhalb von 30 Sekunden auf einer Strecke von 1'200 m zum Stillstand.

- a) Wie gross war die durchschnittliche Bremsverzögerung?
- b) Welche Geschwindigkeit hatte das Flugzeug unmittelbar nach dem Aufsetzen?



Aufgabe 11: Supertanker sind beim Manövrieren und Bremsen sehr träge. Das ist angesichts der gewaltigen Masse eines solch gigantischen Schiffes nicht verwunderlich. Jedoch auch ein Supertanker muss aus voller Fahrt innerhalb von 20 Schiffslängen zum Stehen kommen. Die Knock Nevis ist das längste Schiff, das je gebaut wurde und ist etwa so lang wie das Empire State Building bis zur Spitze der Antenne. (Länge: 458.45 m, Breite: 68.8 m, Geschwindigkeit 16.5 Knoten = 30.6 km/h). Wie lang ist der Bremsweg und wie lange dauert es, das Schiff zum Stillstand zu bringen?

Aufgabe 12: Auf einem Flugzeugträger werden die Flugzeuge beim Start mit einem Katapult in 2.1 s auf die 300 km/h beschleunigt, bei der Landung mit einem Fangseil auf einer Strecke von nur 50 m von 300 km/h bis zum Stillstand abgebremst.

- a) Wie gross sind die Beschleunigung und die Beschleunigungsstrecke beim Start?
- b) Wie gross ist die Bremsverzögerung? Wie lang dauert die Landung?



Aufgabe 13: In der Fahrschule lernt man, dass sich der Anhalteweg aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg zusammensetzt. Für den Bremsweg wird in der Regel mit dieser Formel

$$\text{gerechnet: } B = \frac{\text{Geschwindigkeit in } \frac{\text{km}}{\text{h}}}{10} \cdot \frac{\text{Geschwindigkeit in } \frac{\text{km}}{\text{h}}}{10}.$$

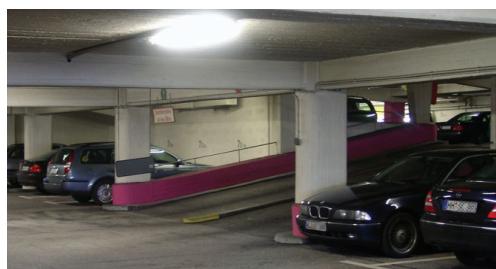
Mit welcher Bremsverzögerung (d.h. Bremsbeschleunigung) wird hier gerechnet?

Aufgabe 14: Wegen Nebels beträgt die Sichtweite nur 50 m. Ist es unter diesen Bedingungen vertretbar, mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h zu fahren? Wir nehmen an, dass die Reaktionszeit 0.8 s und die Bremsverzögerung -4 m/s^2 beträgt.

Aufgabe 15: Nach einer Kurve siehst Du in 100 m Entfernung einen Felsen auf der Strasse. Die Reaktionszeit beträgt eine Sekunde. Du fährst 80 km/h und die Bremsverzögerung beträgt -6.0 m/s^2 . Gelingt es dir, noch vor den Felsbrocken anzuhalten?

Aufgabe 16: Ein Spielzeugauto rollt in einer Tiefgarage eine Rampe hinunter, fährt anschliessend während 12 s auf dem waagrechten Boden und kommt dann zum Stillstand. Das Spielzeugauto beschleunigt auf der Rampe gleichmässig mit 8.0 cm/s^2 und wird auf dem waagrechten Boden wegen der Reibung gleichmässig mit -6.0 cm/s^2 verzögert.

- Wie lange dauert die ganze Fahrt?
- Wie lang ist die Rampe?



Aufgabe 17: Wie lange braucht ein Bus von einer Haltestelle zur anderen? Die Haltestellen sind 300 Meter voneinander entfernt. Die Anfahrbeschleunigung des Busses beträgt 1.5 m/s^2 , die Bremsverzögerung beträgt -1.0 m/s^2 und die Geschwindigkeit während der gleichförmigen Fahrt beträgt 12 m/s .

- Wie lange dauert die Beschleunigung?
- Wie lange dauert das Bremsen?
- Wie lang ist die Strecke, die der Bus mit konstanter Geschwindigkeit zurücklegt?
- Wie lange dauert die gesamte Fahrt?

Gleichmässig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit

Aufgabe 18: Der Lausanner Ingenieur Rodolphe Nieth lancierte 1974 das Projekt Swissmetro. Bei Swissmetro sollten Züge mit hoher Geschwindigkeit (500 km/h) durch Vakuumtunnel fahren. Die Hauptlinie sollte von St. Gallen via Bern nach Genf führen (370 km). Die Züge sollen mit 0.50 m/s^2 beschleunigen und mit -0.60 m/s^2 bremsen.

- In welcher Entfernung vor dem Bahnhof Genf muss der Lokführer die Bremse betätigen?
- In welcher Zeit legt der Zug die ersten 10 km des Bremswegs zurück?
- Bestimme die Fahrzeit für die Strecke von Genf nach St. Gallen (370 km) unter Berücksichtigung des Anfahr- und Bremsvorgangs.

Aufgabe 19: Ein Zug verlässt den Bahnhof um 09:21 Uhr. Um welche Uhrzeit erreicht er den nächsten Bahnhof, wenn er in 30 Sekunden gleichmässig auf 108 km/h beschleunigt und 600 Meter vor dem Bahnhof mit dem Bremsen beginnt? Die Entfernung zwischen den beiden Stationen beträgt 4'950 Meter.

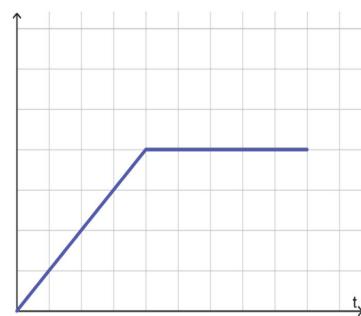
Aufgabe 20: Ein Intercity-Zug fährt mit einer Geschwindigkeit von 126 km/h. Aufgrund von Bauarbeiten muss die Geschwindigkeit über eine Strecke von 1.3 km auf 18 km/h reduziert werden. Wie viel länger dauert die Reisezeit, wenn der Zug vor der Baustelle gleichmässig mit $-0,60 \text{ m/s}^2$ abbremst und danach wieder mit 0.50 m/s^2 beschleunigt?

Aufgabe 21: Ein Zug fährt mit bereits 90 km/h. Nun beschleunigt er gleichmässig. Dabei legt er in 2.5 s eine Strecke von 55 m zurück. Wie gross ist die Beschleunigung? Wird er schneller oder langsamer?

Diagramme

Aufgabe 22: Das vorliegende Diagramm ist unvollständig beschriftet und kann entweder ein Weg-Zeit-Diagramm oder ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm einer Bewegung darstellen.

- Beschreibe den Bewegungsablauf, wenn das Diagramm ein Weg-Zeit-Diagramm darstellt.
- Beschreibe den Bewegungsablauf, wenn das Diagramm ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm darstellt.



Aufgabe 23: Bevor sich auf einer Autobahn ein Stau bildet, kommt es häufig zu stockendem Kolonnenverkehr. Das vorliegende Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm zeigt eine Phase dieses Stop-and-go-Verkehrs.

- Beschreibe die Bewegung in Worten.
- Skizziere qualitativ die entsprechenden Weg-Zeit- und Beschleunigungs-Zeit-Diagramme.

