

Vorwort

Dieses Lehrbuch setzt meinen Kurs »Maß und Integral« mit einer Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie fort. Es richtet sich an Studierende der Mathematik und Physik ab dem zweiten Studienjahr. Mein Ziel ist es, in kompakter und eingängiger Weise die zentralen Techniken und Resultate der Stochastik darzustellen und so eine Grundlage für weiterführende Vorlesungen zu geben.

Der Text folgt meinen Vorlesungen an der TU Dresden, er kann als Begleittext für eine Vorlesung aber auch zum Selbststudium verwendet werden. Als Fortsetzung wird in gleicher Ausstattung der Band *Martingale & Prozesse*, eine Einführung in die Theorie der diskreten Prozesse erscheinen. Voraussetzung für das Verständnis des vorliegenden Bandes sind Grundlagen der Maß- und Integrationstheorie, wie sie etwa in Kapitel 1–16 meines Lehrbuchs *Maß und Integral* (im Text als [MI] zitiert) vermittelt werden. Um eine parallele Lektüre zu ermöglichen, werden an wesentlichen Stellen Querverweise auf die notwendigen Resultate aus [MI] gegeben. Auf Seite 5 und im Anhang A.1 sind außerdem die wichtigsten Sätze aus der Integralrechnung in wahrscheinlichkeitstheoretischer Schreibweise aufgeführt.

Die ersten fünf und das achte Kapitel führen in die Gedankenwelt der diskreten Wahrscheinlichkeit ein, allerdings nehme ich von Anfang an Bezug auf Konzepte aus der Maßtheorie. Dem schließt sich das Studium des Grenzverhaltens von (Summen von) unabhängigen Zufallsvariablen an. Die letzten vier Kapitel sind als Ergänzungen und zur selektiven Lektüre gedacht. Die Auswahl der Themen und Techniken ist natürlich subjektiv, dennoch will ich dem Leser ein breites Spektrum an klassischen und modernen Methoden, das auf eine weitere Spezialisierung optimal vorbereitet. Dabei war mein Leitbild die Frage »Was wird später im Studium und in Anwendungen wirklich benötigt«, wobei meine eigenen Forschungsinteressen – die Theorie der Stochastischen Prozesse – im Vordergrund stehen.

Für das tiefere Verständnis ist es wichtig, dass der Leser sich mit der Materie selbstständig auseinandersetzt. Zum einen sind dafür die Übungsaufgaben gedacht (vollständige Lösungen gibt es unter www.motapa.de/stoch), andererseits weise ich im laufenden Text mit dem Symbol [!] auf (bisweilen nicht ganz so offensichtliche) Lücken hin, die der Leser selbst ausfüllen sollte. Auf

-
- ▶ wichtige Schreibweisen,
 - ▶ Gegenbeispiele, typische Fallen und versteckte Schwierigkeiten
- !
-

wird durch derart markierte Absätze aufmerksam gemacht.

Vom Umfang entsprechen die Kapitel 1–14, abgerundet um ein oder zwei Wahlthemen, einer vierstündigen Vorlesung, etwa 4–5 Textseiten können in einer Vorlesungs-Doppelstunde durchgenommen werden. Die mit dem Symbol ♦ gekennzeichneten Abschnitte sind als Ergänzung gedacht und können je nach Zeit und Zielsetzung ausge-

wählt werden. Sie sind auch als Themen für ein Proseminar geeignet. Eine Übersicht über die Abhängigkeit der einzelnen Kapitel findet sich auf Seite VII.

Dieser Text ist aus Vorlesungen entstanden und ich danke meinen Studenten, Schülern und Kollegen für ihr Interesse und ihre Mitarbeit. Namentlich erwähnen möchte ich Dr. Björn Böttcher und Dr. Franziska Kühn, die den gesamten Text der ersten Auflage kritisch durchgesehen und viele Verbesserungen vorgeschlagen haben; Herr Böttcher hat außerdem viele Illustrationen erstellt. Prof. Niels Jacob, Dr. Katharina Fischer und Dr. Georg Berschneider verdanke ich viele hilfreiche Hinweise. Die zahlreichen Änderungen der zweiten Auflage wurden von Herrn Dr. David Berger und Dr. Robert Baumgarth gelesen.

Die Zusammenarbeit mit dem Verlag de Gruyter, allen voran Frau Schedensack und Herrn Horn, war sehr angenehm und hat wesentlich zum Gelingen dieses Buchs beigetragen. Meiner Frau danke ich für ihre Geduld, die sie o.B.d.A. (»ohne Beschränkung deiner Arbeitszeit«) immer wieder für meine Buchprojekte aufbringt.

Dresden, Januar 2025

René L. Schilling

Mathematische Grundlagen

Für die Lektüre dieses Texts werden Grundlagen der Maß- und Integrationstheorie benötigt, etwa im Umfang von Kapitel 1–16 meines in der gleichen Reihe erschienenen Lehrbuchs *Maß und Integral*. Ein Kurs über elementare Wahrscheinlichkeitstheorie wird nicht vorausgesetzt, viele abstrakte Konzepte versteht man aber besser, wenn man die diskreten Grundlagen kennt und eine Intuition für die Sprech- und Denkweisen der Stochastik entwickelt.

Maß- und Integrationstheorie

Schilling, R.L.: *Maß und Integral*. De Gruyter, Berlin 2024² (zitiert als [MI]).

Schilling, R.L.: *Measures, Integrals and Martingales*. Cambridge University Press, Cambridge 2017² (zitiert als MIMS).

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

Bosch, K.: *Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Vieweg+Teubner, Wiesbaden 2014⁸.

Chung, K.L., Ait Sahlia, F.: *Elementary Probability Theory*. Springer, New York 2003⁴.

Gorroochurn, P.: *Classic Problems of Probability*. Wiley, Hoboken (NJ) 2012.

Grimmett, G., Welsh, D.: *Probability. An Introduction*. Oxford Univ. Press, Oxford 2014².

Haigh, J.: *Probability Models*. Springer, London 2013².

Haller, R., Barth, F.: *Berühmte Aufgaben der Stochastik*. De Gruyter, Berlin 2016².

Krengel, U.: *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*. Vieweg, Wiesbaden 2007⁸.