Über den Autor

Werner Ederer ist geboren und aufgewachsen in Köln. Er studierte Mathematik und Informatik als Nebenfach. Seine berufliche Karriere fand in einem großen Unternehmen aus der Computer Branche statt, für die er auch zwei Jahre in den USA verbrachte. Werner Ederer ist verheiratet und hat drei erwachsene Kinder. Er hat immer gerne Schülerinnen und Schülern geholfen, mit den Untiefen der Mathematik klarzukommen und ihnen ein wenig Spaß daran zu vermitteln. Seine Mischung aus kölschem Humor und mathematischem Wissen hat ihn verleitet, ein Buch zu schreiben, das die Leser animieren soll, sich mit nicht alltäglichen Phänomenen auseinanderzusetzen und damit anzugeben, ohne sich selbst und die Materie allzu ernst zu nehmen.

Werner Ederer

Mathe für Angeber

tredition

Druck und Distribution im Auftrag des Autors:

tredition GmbH, Heinz-Beusen-Stieg 5, 22926 Ahrensburg, Deutschland

Kontaktadresse nach EU-Produktsicherheitsverordnung: impressumservice@tredition.com

ISBN
Paperback 978-3-384-53946-5
Hardcover 978-3-384-53947-2

Inhaltsverzeichnis

Für meine Familie, die immer das Wichtigste in meinem Leben war und bleiben wird.

Vorwort

Sie haben dieses Buch gekauft und zumindest angefangen darin zu lesen. Ich nehme an, Sie hatten gute Gründe dafür. Es könnte sein, dass Sie ein notorischer Angeber sind, dem die Themen ausgegangen sind und sich hier neues Material erhoffen, mit dem Sie Ihren Mitmenschen auf die Nerven gehen können. Oder Sie wünschen sich Bestätigung von allen Vorurteilen, die Sie sich im Leben über Mathematiker aufgebaut haben. Vielleicht sind Sie selbst Mathematiker und lesen einfach alle Bücher über dieses Thema, derer Sie habhaft werden können. Es könnte auch sein, dass sie dieses Buch geschenkt bekommen haben und aus Höflichkeit zumindest das Vorwort lesen wollen. Was auch immer der Grund ist, sie lesen ein Buch für Angeber.

Laut Wictionary.org ist ein Angeber „eine Person, die ihre eigenen Leistungen freiwillig und unaufgefordert in den Vordergrund stellt.“ *Aufschneider* und *Prahler* sind einige der zahlreichen alternativen Begriffe. Besonders gut gefällt mir der Begriff *prätentiös*, das klingt intellektueller und viel positiver. Wahrscheinlich würden die meisten Leute niemals von sich behaupten, Angeber zu sein. Aber ist das so? Geben wir nicht alle gerne an mit Dingen, die wir wissen oder besonders gut können? Genießen wir nicht alle die mehr oder weniger stille Bewunderung, die uns das einbringt?

Wenn jemand das Hobby Modelleisenbahn hat und sich ein großes Wissen aufgebaut hat, behält er das für sich? Ein sehr guter Skifahrer, will der nicht gesehen werden, wenn er die Buckelpiste hinunter wedelt? Der Fahrer eines Sportwagens will nicht nur fahren, sondern gesehen (und gehört) werden. Aber Mathe?

Interessant ist, dass die meisten Menschen den Begriff Angeber negativ empfinden, vor allem hier in Deutschland. Und das, obwohl es alle mehr oder weniger intensiv tun. Weil das so ist, ist es eine Frage des Themas und der Dosis, ob uns Bewunderung entgegenschlägt, oder ob wir der nervige Aufschneider sind.

Das führt uns zur Kernfrage, der ich in diesem Buch nachzugehen versuche:

Kann man mit Mathe angeben? Wenn ja, wie und bei welchen Gelegenheiten?

Nun zunächst eine ernüchternde Antwort: Die meisten Menschen in Deutschland prahlen mit schlechten Noten in Mathe und damit, dass sie es eben *nicht* können. Das ist außergewöhnlich, denn normalerweise gibt man nicht damit an, etwas nicht zu können. Eine Erklärung könnte sein, dass es den meisten so geht und dass man sich der Masse zugehörig fühlt, wenn man sich outet. „In der Schule waren 70% von uns schlecht in Mathe und die andere Hälfte war auch nicht viel besser."

Dazu kommt, dass zumindest in der Schulzeit Mathematiker den Ruf hatten, Streber zu sein, fettige Haare und Pickel zu haben und beim Sport ständig über ihre eigenen Füße zu stolpern. Viele berühmte Personen wussten, dass man mühelos in der Öffentlichkeit Punkte sammeln konnte, wenn man sich als Null in Mathe outete. „Schaut her, dafür bin ich sportlich, kulturell interessiert und sehe gut aus" war die implizite Botschaft.

Nun, ich habe Mathematik studiert und erfülle kaum eines dieser Vorurteile. Ich habe eher die Erfahrung gemacht, dass es sehr interessante Geschichten, Phänomene und Paradoxen gibt, mit denen man durchaus angeben kann. Besonders interessant sind Phänomene, die man mathematisch berechnen und beweisen kann, obwohl sie unserer menschlichen Intuition völlig widersprechen.

Ich werde dazu einige Anregungen geben, nicht alle eignen sich zum Angeben bei jedem Anlass, deswegen rate ich zum dosierten Einsatz bei passender Gelegenheit, sonst steht man schnell als Streber oder Nervensäge da. Ich werde an einigen Stellen auch Ideen vermitteln, bei welchen Gelegenheiten man das eine oder andere Thema einbringen kann.

Aber keine Angst, ich werde mich nicht (oder nur selten) in der höheren Mathematik verlieren, sondern eher Beispiele und Geschichten präsentieren, die man mit normalem Schulwissen nachvollziehen kann.

In erster Linie aber soll das Thema Spaß machen und wenn ich sie das eine oder andere Mal zum Schmunzeln gebracht habe, hat sich die Mühe gelohnt.

Zum Inhalt:

Wir fangen mit einem eher einfachen Thema an, nämlich Zahlen. Das klingt zunächst wenig interessant, aber ich bin sicher, Sie haben einiges davon noch nicht gehört. Nach ein paar geschichtlichen Betrachtungen zur Entwicklung der Zahlen schauen wir uns an, wie man mit Kopfrechnen andere überraschen und beeindrucken kann. Es gibt Interessantes aus der Welt der ganz kleinen und der ganz großen Zahlen und wir schauen uns ein paar besondere Zahlen genauer an. Oder wissen Sie schon, was an der Zahl 73 besonders ist?

Maße und Gewichte sind ein eigenes Kapitel wert. Wer einmal Urlaub in den USA gemacht hat, weiß, was es heißt, wenn wir unser lieb gewonnenes Dezimalsystem verlassen. Wir werden untersuchen, wie viel ein Quäntchen Glück wiegt und woher die seltsamen Zahlbegriffe aus Frankreich kommen.

Verrückte Sachen passieren, wenn wir uns mit der Unendlichkeit befassen und wenn wir exponentielles Wachstum wirklich zulassen. Man kann mit unendlich vielen Zahlen rechnen, aber es geschehen seltsame Dinge. Und exponentielles Wachstum sprengt irgendwann all unsere Vorstellungskraft.

Wir befassen uns mit der Frage, wie man Musik und Kunst mathematisch beschreiben kann und wie die Natur sich an der Mathematik orientiert hat. Oder war es umgekehrt?

Die Königsdisziplinen Gleichungen und Beweise bieten dann Potenzial zu der höheren Kunst des Angebens. Mit diesen Kapiteln sollten Sie nicht anfangen!

Wahrscheinlichkeiten und Unwahrscheinlichkeiten bieten viel Anlass zum Spielen oder zum Angeben, während Sie im Freundeskreis kniffeln oder Roulette spielen. Sogar Wichteln lässt sich mathematisch untersuchen und Lotto spielen sowieso. Es werden ein paar Strategien untersucht, mit denen Sie Spiele gewinnen können. Wahrscheinlich jedenfalls. Auch hier wird unseren Intuitionen sehr oft ein Streich gespielt.

Schließlich beschäftigen wir uns mit Fehlern in der Mathematik, mit denen man verblüffen kann. Aus offensichtlich wahren Aussagen lassen sich auf mathematische Art und Weise Aussagen ableiten, die offensichtlich falsch sind. Aber keine Angst in all diesen Beispielen steckt ein Fehler, der ist nur nicht immer so leicht zu finden. Damit kann man dann gute Freunde zur Verzweiflung treiben.

Zum Schluss gibts noch ein paar Rätsel für Ihre nächste gesellige Runde sowie ein paar Witze und Zitate von und über Mathematiker, die Sie dann zu vorgerückter Stunde auspacken können.

All diese Kapitel können Sie in beliebiger Reihenfolge lesen, sie hängen nur sehr lose zusammen.

Ich hoffe, ich habe Ihre Neugierde geweckt und Sie haben Spaß beim Lesen und Angeben.

Bei Anregungen und weiteren Ideen können Sie mir gerne schreiben unter ede-mathefuerangeber@gmx.de

1 – Angeben mit Zahlen

Zahlen sind das Lebenselixier der Mathematik, ohne sie geht gar nichts. Mit Zahlen hat alles angefangen, wie frühe Funde von vor ca. 40.000 Jahren zeigen. Zahlen lassen einen ein Leben lang nicht los, auch wenn man nach der Schule nicht das geringste mehr mit Mathe zu tun haben will. Jeder zahlt Rechnungen, berechnet die monatliche Belastung durch eine Hypothek, will wissen, was 5% Gehaltserhöhung denn bedeuten, oder will 3 Pizzen auf 9 Personen aufteilen. Zahlen sind alltäglich, wie also will man mit Wissen oder Fähigkeiten rund um das Thema Zahlen angeben? Ich werde in diesem Kapitel ein paar Anregungen geben. Dazu gehören wirklich interessante Tipps zum Kopfrechnen (eine Disziplin, die irgendwie verloren gegangen scheint), bis hin zu Hintergründen über Zahlen wie 0,1, π, e, 42, 73, $\sqrt{2}$. Es wird um Primzahlen gehen (insbesondere sehr große) und wozu sie gut sind. Aber wie wurden Zahlen überhaupt erfunden und warum? Fangen wir mit einer kleinen Geschichte der Zahlen an, die man in lockerer Runde mit Freunden erzählen kann:

Wie sind Zahlen entstanden

Die Geschichte der Zahlen lässt sich ungefähr 40.000 Jahre zurückverfolgen, zumindest stammen aus dieser Zeit die ersten Funde, die man auf Zahlen zurückführen kann. Damals dienten Zahlen tatsächlich ausschließlich dem Zweck, Dinge zu zählen, Tiere, Früchte, Nüsse usw. Zunächst kam man mit wenigen Zahlen aus, wie z.B. der 1. Alles darüber hinaus war „viele". Man hatte also 1 Schaf in der Herde oder viele.

Zählen mit Fingern und Strichlisten

Die Finger der Hände zu nutzen, war wohl von Anfang an gebräuchlich (viele machen das heute noch), wurde aber ab einer Zahl von 10 umständlich, zumindest wenn man Schuhe trug und die Zehen nicht zu Hilfe nehmen konnte. Wollte man größere Mengen zählen, half man sich mit Strichen, die in Stöcke oder Knochen geritzt wurden. Wollte man also wissen, wie viele Tiere in einer Herde sind, so ritzte man

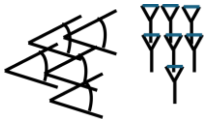
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

in einen Stock und konnte dann immer kontrollieren, ob Tiere verloren gegangen waren oder wie sich die Herde vermehrte. Das ging lange gut, denn die Größen von Mengen, die gezählt werden sollten, hielt sich in Grenzen und wirkliches Rechnen wurde noch nicht gebraucht. Trotzdem war das System unhandlich.

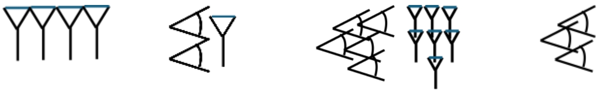
Die Babylonier und das Sexagesimalsystem

Im zweiten und dritten Jahrtausend vor Christus definierten die Babylonier dann ein Zahlensystem, das mit 59 Zahlen auskam. Dieses System nennt man Sexagesimalsystem (60-er System). Wahrscheinlich haben sie die Basis 60 von den Sumerern und Akkadern übernommen, haben aber daraus ein Stellenwertsystem gemacht und damit mathematische Berechnungen angestellt. Das vereinfachte den Umgang mit damals üblichen Mengen an Vieh oder Handelswaren, war aber auch bereits geeignet, Landvermessung durchzuführen oder astronomische Beobachtungen zu dokumentieren. Ab 60 wurde dann mit mehreren Keilzeichen mit Lücken dazwischen gearbeitet, wodurch dieses System zu einem Stellenwertsystem wurde, d.h. die Stelle eines Zahlensymbols bestimmt dessen Wert. Interessant ist, dass die Babylonier mit nur zwei Symbolen auskamen:

 war das Zeichen für die 1,  bedeutete 10. Alle anderen Zahlen waren Kombinationen aus diesen beiden Zeichen. So bedeutete

 die Zahl 57.

Im Anhang finden Sie eine Tabelle mit allen Zeichen von 1 bis 59. Da das System ein Stellenwertsystem ist, gab es Zahlen, wie z.B.



Fehlende Platzhalter und Trennzeichen machten es recht umständlich, mit großen Zahlen zu rechnen, die Lücken oben trennen die einzelnen Stellen voneinander. Dieses Beispiel lautet übersetzt:

4 21 57 30.

Ähnlich wie im Dezimal- oder Binärsystem rechnet man das wie folgt in unser Dezimalsystem um:

$$4*60^3 + 21*60^2 + 57*60^1 + 30*60^0 = 943.050.$$

Die 60 entspricht dann wieder dem Symbol  , jetzt aber mit einer Lücke rechts, da dieses Symbol an der zweiten Stelle steht. Die 1 und die 60 konnte man nun wirklich nicht mehr auseinanderhalten und musste sie aus dem Kontext heraus erkennen. Die Babylonier kamen mit diesen Lücken anscheinend zurecht. Erst viel später wurde der Kringel als Lückenfüller etabliert und der hat sich zur Null entwickelt. Aber davon in einem anderen Kapitel.

Auch das „kleine" Einmaleins war schwierig, denn im Gegensatz zum Dezimalsystem mit seinen neun Ziffern brauchte man 59 Ziffern und deren Rechenregeln. Und da beschweren sich heute Schüler, wenn sie ein bisschen Kopfrechnen sollen! Jedenfalls gab es bei den Babyloniern Rechentafeln, um das zu erleichtern. Spuren des 60-er Systems findet man heute noch, eine Stunde hat 60 Minuten, eine volle Umdrehung eines Kreises hat 6*60, also 360 Grad. Warum 60 als Basis genommen wurde, ist nicht erwiesen. Möglicherweise war der Grund, dass sich die Zahl 60 durch viele Zahlen teilen lässt (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60). Darüber hinaus gab es viele andere Spekulationen, z.B. dass man mit den Fingern bis 60 zählen kann, wenn man jedes Fingerglied hinzunimmt. Die vier Finger der einen Hand unterteil man in 12 Segmente, den Daumen nutzt man zum Zählen innerhalb der Segmente. Die Finger der anderen Hand sind Multiplikatoren, hält man einen hoch, so bilden die Segmente der vier Finger an der anderen Hand die Zahlen 13-24, bei zweien sind es die Zahlen 25-36 usw. Ich habe es versucht und 17+23 ausgerechnet bzw. abgezählt. Es geht, aber nicht sonderlich gut. Mit ein bisschen Übung kann man es im Freundeskreis durchaus mal vormachen.

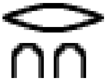
Funde von Tontafeln, die aus der Zeit um 1800 vor Christus stammen, zeigen, dass die Babylonier mit Brüchen umgehen konnten, quadratische und kubische Gleichungen behandelten, den Satz des Pythagoras verwendeten und eine erst Näherung von $\sqrt{2}$ berechnet hatten. Daher werden die Babylonier von vielen heute als die Urahnen der Mathematik angesehen.

Die Ägypter und ihr 10-er System

In derselben Zeitepoche erfanden die Ägypter ein 10-er System und Hieroglyphen zur Darstellung auch sehr großer Zahlen (z.B. einen Zeigefinger für 10.000). Jede Zehnerpotenz bis 1.000.000 hatte ein eigenes Zeichen. Da das ägyptische System kein Stellenwertsystem war, brauchte man für Zahlen wie 889 sehr viele Hieroglyphen und die wurden alle in Stein gemeißelt:

Im Anhang finden Sie alle Zahlzeichen für die Zehnerpotenzen von damals. Auch Brüche konnten die Ägypter mithilfe von

Hieroglyphen darstellen, wobei sie jeden Bruch als Summe von Stammbrüchen (Brüche mit Zähler 1) und 2/3 schrieben. Für Stammbrüche wurde eine Hieroglyphe „Mund" oben und dann die entsprechende Zahl des Nenners mit den klassischen Hieroglyphen nach unten geschrieben.

1/20 entsprach dann  und  war das Zeichen für 2/3.

Die Zahl 10 als Basis bietet sich schon dadurch an, dass die menschliche Hand 10 Finger hat und man sich an diese Zahl schlicht gewöhnt hatte. Hätten wir 16 Finger, dann würden wir heute wahrscheinlich in einem Hexadezimalsystem rechnen.

Römische Zahlen und der Abakus

Die Römer erfanden dann um 100 nach Christus ein 10-er System, das mit recht wenigen Zeichen auskam. I = 1, X = 10, C = 100, M = 1000 sowie V = 5, L = 50, D = 500. Außerdem spielte es eine Rolle, ob z.B. ein I vor oder nach einem V geschrieben wurde. IV = 4, VI = 6. Heute schreibt man das Jahr MMXXV. Das kann man ja mal mit dem Strichsystem oder dem babylonischen Sexagesimalsystem versuchen.

Allerdings scheitert dieses System bei sehr großen Zahlen. Das Römische Reich hatte um 100 nach Christus eine Grenze von ca. 3.000 römischen Meilen (1 Meile ≈ 1480 m, die Entfernung, die ein römischer Soldat mit 1000 Doppelschritten zurücklegen konnte) und eine Fläche von ca. 1 Millionen Quadratmeilen. Ich weiß nicht, ob die Römer das so genau wussten oder ob der römische Kaiser jemals einen seiner Beamten beauftragt hat, ihm diese Zahlen zu liefern. Der arme Mensch hätte dann 1.000-mal ein M in eine Tontafel ritzen müssen. Daher wurden für ganz große Zahlen eigene Zeichen erfunden, wie ↈ für 100.000.

Brüche waren damals ebenfalls bekannt, allerdings nutzten die Römer als Basis die 12, wohl, weil sich die am häufigsten genutzten Brüche *die Hälfte*, *ein Drittel*, *ein Viertel* alle durch Vielfache von 1/12 darstellen ließen. Das römische Wort für die 12 war *Uncia*, woraus sich der Begriff *Unze* abgeleitet hat.

Komplizierte Rechnungen waren umständlich, da das System kein Stellenwertsystem war. Dafür erfanden die Römer dann eine Rechenmaschine (Computer auf Englisch), den Abakus. Eigentlich haben sie ihn nur wieder erfunden, denn die Sumerer kannten schon solch ein Gerät im dritten Jahrtausend vor Christus. Um 200 vor Christus haben die Chinesen ein ähnliches Rechenbrett erfunden und Suanpan genannt. Der Name Abakus hat sich in der westlichen Welt aber durchgesetzt und die Patentämter waren damals noch nicht so richtig aktiv. Der römische Abakus hatte vertikale Schnitte, auf denen kleine Steinchen verschoben wurden. Diese Steinchen heißen *Calculi* auf Latein, daraus entstand dann der Begriff *Kalkulation*.

Übrigens, der Grund, warum die Römer mit V ein eigenes Symbol für die 5 erfanden, könnte daran liegen, dass wir Menschen Mengen bis zu vier Elementen intuitiv erfassen können und erst ab dann anfangen müssen zu zählen. Darüber gibt es mittlerweile einige Studien. Deshalb schreiben wir bei Strichlisten jeden fünften Strich als Querstrich durch die anderen vier. Ob die Römer das wussten?

Das Vigesimalsystem der Mayas

Im 6. Jahrhundert nach Christus erfanden die Mayas in Mittelamerika ein Zwanzigersystem, das sogenannte Vigesimalsystem. Sie bildeten Bündel von 5-er und 20-er Päckchen, die sie übereinanderschrieben und damit als Stellenwertsystem große Zahlen darstellen konnten. Als Zeichen nutzten sie lediglich einen waagrechten Strich für die 5 und einen Punkt für die 1, sowie ein eigenes