

Inhaltsverzeichnis

Vorkenntnisse und generell verwendete Bezeichnungen xvii

Teil I Tensoranalysis und Differentialformen

1 Mannigfaltigkeiten	3
A Grundlagen aus der Topologie	4
B Mannigfaltigkeiten	11
C Tangentialraum und Differential	19
Aufgaben	28
2 Multilineare Algebra	33
A Dualität bei endlich dimensionalen Vektorräumen	33
B Multilineare Abbildungen und Tensoren	37
C Alternierende und symmetrische Abbildungen und Tensoren	42
Aufgaben	51
3 Tensorfelder und Differentialformen	53
A Tensorfelder auf Mannigfaltigkeiten	54
B Alternierende k -Formen und Orientierungen	59
C RIEMANNSche und LORENTZsche Metriken	64
D Flüsse und LIE-Ableitungen	67
Aufgaben	72
4 Integration und Differentiation von Differentialformen	77
A Zerlegung der Einheit	77
B Mannigfaltigkeiten mit Rand	81
C Integration auf Mannigfaltigkeiten	85
D Die CARTANSche Ableitung	90
E CARTAN-Kalkül auf RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten und klassische Vektoranalysis	96
F Die MAXWELLSchen Gleichungen	99
G Der allgemeine Satz von STOKES	105

H	Das POINCARÉ Lemma. Potentiale und Vektorpotentiale	110
Aufgaben		114
5	Geodätische und Krümmung	121
A	Krümmung von Kurven in Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n	121
B	Krümmung von Hyperflächen des \mathbb{R}^n	126
C	Die kovariante Ableitung auf Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n	129
D	Die kovariante Ableitung auf Mannigfaltigkeiten	135
E	Die kovariante Ableitung auf pseudo-RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten	140
F	Geodätische auf pseudo-RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten	144
G	Krümmung von pseudo-RIEMANNSchen Mannigfaltigkeiten	150
H	Die EINSTEINSchen Gleichungen	157
Aufgaben		161
6	Koordinatenfreie Formulierungen der klassischen Mechanik	167
A	Tangential- und Kotangentialbündel	168
B	EULER-LAGRANGEgleichungen	172
C	Symplektische Mannigfaltigkeiten	175
D	Der HAMILTONformalismus	183
E	Der LAGRANGEformalismus und die LEGENDREtransformation	188
Aufgaben		194
Teil II Funktionalanalysis und Integrationstheorie		
7	BANACH- und HILBERTräume	199
A	Definitionen und Beispiele	200
B	Endlich-dimensionale normierte lineare Räume	210
C	Orthogonales Komplement	212
D	Vervollständigung von normierten linearen Räumen	215
E	Tensorprodukt von HILBERTräumen	216
Aufgaben		221
8	Beschränkte lineare Operatoren	225
A	Beschränkte lineare Operatoren und Funktionale	225
B	Beschränkte lineare Funktionale auf normierten linearen Räumen	233
C	Beschränkte Formen auf HILBERTräumen und der adjungierte Operator	235
D	HERMITEsche und unitäre Operatoren	239
E	Projektionsoperatoren	242
F	Beispiel: FOURIERtransformation und FOURIER-PLANCHEREL-Operator	245
Aufgaben		250

9 Einführung in die Spektraltheorie	261
A Spektrum und Resolvente	262
B Spektrum beschränkter selbstadjungierter und unitärer Operatoren	268
C Kompakte Operatoren	272
D Spektrum kompakter Operatoren	276
E FREDHOLMSche Integralgleichungen	283
Aufgaben	293
10 Maß und Integral	299
A Abstrakte Maßräume	300
B Konstruktion von nichttrivialen Maßräumen	305
C Messbare Funktionen	313
D Das Integral für nichtnegative messbare Funktionen	316
E Summierbare Funktionen	323
F Die Rolle der stetigen Funktionen	333
G Produktmaße und iterierte Integrale	338
Aufgaben	344
11 Distributionen und temperierte Distributionen	349
A Testfunktionen	350
B Distributionen	355
C Reguläre Distributionen	359
D Lokalisierung und Träger	362
E Konvergente Folgen von Distributionen	365
F Substitution und Differentiation	368
G FOURIERtransformation von Distributionen	372
Aufgaben	377
12 Einige spezielle Distributionen	385
A Distributionen nullter Ordnung	386
B Schichten und mehrfache Schichten	389
C Regularisierung divergenter Integrale und HADAMARDscher Hauptwert	401
D Der CAUCHYSche Hauptwert	407
E Regularisierung mittels analytischer Fortsetzung	410
F Berechnung einiger FOURIERtransformierter	418
Aufgaben	425
13 Tensorprodukt und Faltung von Distributionen	429
A Tensorprodukt von Distributionen	429
B Faltung von Distributionen	433
C FOURIERtransformation von Tensor- und Faltungsprodukt	437
D Anwendungen auf lineare Differentialgleichungen	439
Aufgaben	450

Unendliche Produkte von Maßen und Statistische Mechanik von V. Bach	453
Literaturverzeichnis	463
Sachverzeichnis	467