

Inhaltsverzeichnis

Vorkenntnisse und generell verwendete Bezeichnungen	xvii
--	------

Teil I Tensoranalysis und Differentialformen

1 Mannigfaltigkeiten	3
A Grundlagen aus der Topologie	4
B Mannigfaltigkeiten	11
C Tangentialraum und Differential	19
Aufgaben	28
2 Multilineare Algebra	33
A Dualität bei endlich dimensionalen Vektorräumen	33
B Multilineare Abbildungen und Tensoren	37
C Alternierende und symmetrische Abbildungen und Tensoren	42
Aufgaben	51
3 Tensorfelder und Differentialformen	53
A Tensorfelder auf Mannigfaltigkeiten	54
B Alternierende k -Formen und Orientierungen	59
C RIEMANNsche und LORENTZsche Metriken	64
D Flüsse und LIE-Ableitungen	67
Aufgaben	72
4 Integration und Differentiation von Differentialformen	77
A Zerlegung der Einheit	77
B Mannigfaltigkeiten mit Rand	81
C Integration auf Mannigfaltigkeiten	85
D Die CARTANSche Ableitung	90
E CARTAN-Kalkül auf RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten und klassische Vektoranalysis	96
F Die MAXWELLSchen Gleichungen	99
G Der allgemeine Satz von STOKES	105

H	Das POINCARÉ Lemma. Potentiale und Vektorpotentiale	110
	Aufgaben	114
5	Geodätische und Krümmung	121
A	Krümmung von Kurven in Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n	121
B	Krümmung von Hyperflächen des \mathbb{R}^n	126
C	Die kovariante Ableitung auf Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n	129
D	Die kovariante Ableitung auf Mannigfaltigkeiten	135
E	Die kovariante Ableitung auf pseudo-RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten	140
F	Geodätische auf pseudo-RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten	144
G	Krümmung von pseudo-RIEMANNschen Mannigfaltigkeiten	150
H	Die EINSTEINSchen Gleichungen	157
	Aufgaben	161
6	Koordinatenfreie Formulierungen der klassischen Mechanik	167
A	Tangential- und Kotangentialbündel	168
B	EULER-LAGRANGEgleichungen	172
C	Symplektische Mannigfaltigkeiten	175
D	Der HAMILTONformalismus	183
E	Der LAGRANGEformalismus und die LEGENDREtransformation ...	188
	Aufgaben	194
Teil II Funktionalanalysis und Integrationstheorie		
7	BANACH- und HILBERträume	199
A	Definitionen und Beispiele	200
B	Endlich-dimensionale normierte lineare Räume	210
C	Orthogonales Komplement	212
D	Vervollständigung von normierten linearen Räumen	215
E	Tensorprodukt von HILBERträumen	216
	Aufgaben	221
8	Beschränkte lineare Operatoren	225
A	Beschränkte lineare Operatoren und Funktionale	225
B	Beschränkte lineare Funktionale auf normierten linearen Räumen ..	233
C	Beschränkte Formen auf HILBERträumen und der adjungierte Operator	235
D	HERMITESche und unitäre Operatoren	239
E	Projektionsoperatoren	242
F	Beispiel: FOURIERtransformation und FOURIER-PLANCHEREL-Operator	245
	Aufgaben	250

9	Einführung in die Spektraltheorie	261
A	Spektrum und Resolvente	262
B	Spektrum beschränkter selbstadjungierter und unitärer Operatoren	268
C	Kompakte Operatoren	272
D	Spektrum kompakter Operatoren	276
E	FREDHOLMsche Integralgleichungen	283
	Aufgaben	293
10	Maß und Integral	299
A	Abstrakte Maßräume	300
B	Konstruktion von nichttrivialen Maßräumen	305
C	Messbare Funktionen	313
D	Das Integral für nichtnegative messbare Funktionen	316
E	Summierbare Funktionen	323
F	Die Rolle der stetigen Funktionen	333
G	Produktmaße und iterierte Integrale	338
	Aufgaben	344
11	Distributionen und temperierte Distributionen	349
A	Testfunktionen	350
B	Distributionen	355
C	Reguläre Distributionen	359
D	Lokalisierung und Träger	362
E	Konvergente Folgen von Distributionen	365
F	Substitution und Differentiation	368
G	FOURIERtransformation von Distributionen	372
	Aufgaben	377
12	Einige spezielle Distributionen	385
A	Distributionen nullter Ordnung	386
B	Schichten und mehrfache Schichten	389
C	Regularisierung divergenter Integrale und HADAMARDScher Hauptwert	401
D	Der CAUCHYSche Hauptwert	407
E	Regularisierung mittels analytischer Fortsetzung	410
F	Berechnung einiger FOURIERtransformierter	418
	Aufgaben	425
13	Tensorprodukt und Faltung von Distributionen	429
A	Tensorprodukt von Distributionen	429
B	Faltung von Distributionen	433
C	FOURIERtransformation von Tensor- und Faltungsprodukt	437
D	Anwendungen auf lineare Differentialgleichungen	439
	Aufgaben	450

Unendliche Produkte von Maßen und Statistische Mechanik
von V. Bach 453

Literaturverzeichnis 463

Sachverzeichnis 467