

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
<b>0. Einleitung - Problemstellung und Themenabgrenzung .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Das allgemeine lineare Modell als Grundlage der Varianzanalyse .....</b>	<b>5</b>
<b>1.1. Theorie der linearen Modelle .....</b>	<b>5</b>
<b>1.1.1. Darstellung des univariaten linearen Modells .....</b>	<b>5</b>
<b>1.1.2. Darstellung des multivariaten linearen Modells .....</b>	<b>7</b>
<b>1.2. Punktschätzung der Parameter eines linearen Modells .....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.1. Die Methode der Kleinsten Quadrate .....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.1.1. Die Methode der Kleinsten Quadrate im univariaten Fall .....</b>	<b>10</b>
<b>1.2.1.2. Die Methode der kleinsten Quadrate im multivariaten Fall .....</b>	<b>19</b>
<b>1.2.2. Die Maximum-Likelihood-Methode .....</b>	<b>26</b>
<b>1.2.2.1. Die Maximum-Likelihood-Methode im univariaten Fall .....</b>	<b>26</b>
<b>1.2.2.2. Die Maximum-Likelihood-Methode im multivariaten Fall .....</b>	<b>32</b>
<b>1.3. Hypothesenprüfungen über die Parameter linearer Modelle .....</b>	<b>38</b>
<b>1.3.1. Teststatistiken abgeleitet aus Kleinst-Quadrat-Schätzern</b>	
für Modelle mit vollem Rang .....	38
<b>1.3.1.1. Entwicklung einer Teststatistik im univariaten Fall .....</b>	<b>38</b>
<b>1.3.1.2. Entwicklung von Teststatistiken im multivariaten Fall .....</b>	<b>47</b>
<b>1.3.1.2.1. Das Union-Intersection-Prinzip .....</b>	<b>52</b>
<b>1.3.1.2.2. Wilks Lambda .....</b>	<b>55</b>
<b>1.3.1.2.3. Hotelling-Lawley-Spur .....</b>	<b>56</b>
<b>1.3.1.2.4. Pillai Spur .....</b>	<b>58</b>
<b>1.3.2. Der Likelihood-Quotienten-Test für lineare Modelle mit vollem Rang .....</b>	<b>59</b>
<b>1.3.2.1. Der Likelihood-Quotienten-Test zur Hypothesenprüfung</b>	
im univariaten linearen Modell .....	59
<b>1.3.2.2. Der Likelihood-Quotienten-Test zur Hypothesenprüfung</b>	
im multivariaten linearen Modell .....	64
<b>1.3.3. Hypothesenprüfung mit schätzbaren Funktionen für lineare Modelle</b>	
mit nicht vollem Rang .....	66
<b>1.3.3.1. Definition und Eigenschaften von schätzbaren Funktionen .....</b>	<b>66</b>
<b>1.3.3.1.1. Schätzbare Funktionen für univariate lineare Modelle .....</b>	<b>66</b>
<b>1.3.3.1.2. Schätzbare Funktionen für multivariate lineare Modelle .....</b>	<b>70</b>

1.3.3.2. Hypothesenprüfung mit schätzbaren Funktionen im univariaten linearen Modell .....	72
1.3.3.3. Hypothesenprüfung mit schätzbaren Funktionen im multivariaten linearen Modell .....	74
1.4. Geometrische Sichtweise linearer Modelle .....	76
1.4.1. Vektoren als Basen von Vektorräumen .....	76
1.4.2. Matrizen als Basen von Vektorräumen .....	82
1.4.2.1. Vektorräume basierend auf Matrizen mit vollem Rang .....	82
1.4.2.2. Vektorräume basierend auf Matrizen mit nicht-vollem Rang .....	92
1.4.3. Das univariate lineare Modell in geometrischer Sichtweise .....	93
1.4.3.1. Die Methode der Kleinsten Quadrate .....	94
1.4.3.2. Hypothesenprüfung in geometrischer Sichtweise .....	97
1.4.4. Das multivariate lineare Modell in geometrischer Sichtweise .....	106
1.4.4.1. Die Methode der Kleinsten Quadrate .....	108
1.4.4.2. Hypothesenprüfung in geometrischer Sichtweise .....	110
2. Das Modell der Varianzanalyse als lineares Modell .....	113
2.1. Das lineare Modell der Varianzanalyse .....	113
2.1.1. Das einfaktorielle Modell der Varianzanalyse .....	113
2.1.1.1. Das einfaktorielle univariate Modell .....	113
2.1.1.2. Das einfaktorielle multivariate Modell .....	118
2.1.2. Das zweifaktorielle Modell der Varianzanalyse .....	121
2.1.2.1. Das zweifaktorielle univariate Modell .....	121
2.1.2.2. Das zweifaktorielle multivariate Modell .....	126
2.1.3. Das mehrfaktorielle Modell der Varianzanalyse .....	128
2.1.3.1. Das univariate K-faktorielle Modell .....	131
2.1.3.2. Das multivariate K-faktorielle Modell .....	135
2.2. Reparametrisierung der Effekte .....	136
2.2.1. Reparametrisierung im einfaktoriellen Fall .....	137
2.2.1.1. Reparametrisierung im univariaten einfaktoriellen Fall .....	137
2.2.1.1. Reparametrisierung im multivariaten einfaktoriellen Fall .....	140
2.2.2. Reparametrisierung im zweifaktoriellen Fall .....	142
2.2.2.1. Reparametrisierung im univariaten zweifaktoriellen Fall .....	142
2.2.2.2. Reparametrisierung im multivariaten zweifaktoriellen Fall .....	148
2.2.3. Reparametrisierung im mehrfaktoriellen Fall .....	151

2.2.3.1 Reparametrisierung im univariaten mehrfaktoriellen Fall .....	151
2.2.3.2. Reparametrisierung im multivariaten mehrfaktoriellen Fall .....	156
2.2.4. Alternative Methoden der Reparametrisierung .....	159
2.2.5. Reparametrisierung durch Bildung schätzbarer Funktionen .....	160
2.2.5.1 Schätzbare Funktionen in univariaten Varianzanalyse-Modellen .....	161
2.2.5.1.1 Bildung schätzbarer Funktionen .....	161
2.2.5.1.2. Lineare Kontraste als Spezialfälle von schätzbarer Funktionen .....	164
2.2.5.2. Schätzbare Funktionen in multivariaten Varianzanalyse-Modellen .....	168
2.2.5.2.1. Bildung schätzbarer Funktionen .....	168
2.2.5.2.2. Lineare Kontraste als Spezialfälle von schätzbarer Funktionen .....	169
2.3. Untersuchung der Orthogonalität der im Varianzanalyse-Modell verwendeten Design-Matrix .....	169
2.3.1. Betrachtung der dummykodierten Design-Matrix .....	170
2.3.1.1. Untersuchung der Orthogonalität bei gleicher Zellbesetzung .....	170
2.3.1.2. Untersuchung der Orthogonalität bei ungleicher Zellbesetzung .....	172
2.3.1.3. Geometrische Betrachtung der Spalten der Design-Matrix .....	172
2.3.2. Betrachtung der effektkodierten Design-Matrix .....	174
2.3.2.1. Untersuchung der Orthogonalität bei gleicher Zellbesetzung .....	174
2.3.2.2. Untersuchung der Orthogonalität bei ungleicher Zellbesetzung .....	177
2.3.2.3. Geometrische Betrachtung der Spalten der Design-Matrix .....	180
2.3.3. Betrachtung der bei Verwendung von schätzbarer Funktionen und linearen Kontrasten neu entstandenen Design-Matrizen .....	182
2.3.3.1. Untersuchung der neu entstandenen Design-Matrix bei schätzbarer Funktionen .....	182
2.3.3.1.1. Untersuchung der Orthogonalität bei gleicher Zellbesetzung .....	182
2.3.3.1.2. Untersuchung der Orthogonalität bei ungleicher Zellbesetzung .....	184
2.3.3.1.3. Geometrische Betrachtung der Spalten der Design-Matrizen .....	184
2.3.3.2. Untersuchung der neu entstandenen Design-Matrix bei linearen Kontrasten .....	184
2.3.3.2.1. Untersuchung der Orthogonalität bei gleicher Zellbesetzung .....	184
2.3.3.2.2. Untersuchung der Orthogonalität bei ungleicher Zellbesetzung .....	186
2.3.3.2.3. Geometrische Betrachtung der Spalten der Design-Matrizen .....	186
2.4. Schätzung der in einem Varianzanalyse-Modell enthaltenen Effekte .....	187
2.4.1. Schätzung der Effekte im univariaten Fall .....	187
2.4.1.1. Eigenschaften der Schätzer im orthogonalen Fall .....	188
2.4.1.2. Eigenschaften der Schätzer im nicht-orthogonalen Fall .....	190
2.4.1.3. Parameterschätzung in geometrischer Sichtweise .....	191

2.4.1.3.1. Geometrische Betrachtung im orthogonalen Fall .....	192
2.4.1.3.2. Geometrische Betrachtung im nicht-orthogonalen Fall .....	195
2.4.2. Schätzung der Effekte im multivariaten Fall .....	196
2.4.2.1. Eigenschaften der Schätzer bei gleicher Zellbesetzung .....	197
2.4.2.2. Eigenschaften der Schätzer bei ungleicher Zellbesetzung .....	198
2.4.2.3. Geometrische Sichtweise der Parameterschätzung .....	198
2.4.2.3.1. Geometrische Betrachtung im orthogonalen Fall .....	199
2.4.2.3.2. Geometrische Betrachtung im nicht-orthogonalen Fall .....	202
 2.5. Schätzwerte für schätzbare Funktionen und lineare Kontraste von Effekten ....	203
2.5.1. Schätzwerte für schätzbare Funktionen .....	203
2.5.1.1. Schätzbare Funktionen im univariaten Fall .....	203
2.5.1.1.1. Eigenschaften der Schätzer im orthogonalen Fall .....	204
2.5.1.1.2. Eigenschaften der Schätzer im nicht-orthogonalen Fall .....	206
2.5.1.1.3. Geometrische Sichtweise der Parameterschätzung .....	206
2.5.1.2. Schätzbare Funktionen im multivariaten Fall .....	206
2.5.1.2.1. Eigenschaften der Schätzer im orthogonalen Fall .....	207
2.5.1.2.2. Eigenschaften der Schätzer im nicht-orthogonalen Fall .....	208
2.5.1.2.3. Geometrische Sichtweise der Parameterschätzung .....	208
2.5.2. Schätzung von linearen Kontrasten der Effekte .....	208
2.5.2.1. Schätzung von linearen Kontrasten im univariaten Fall .....	208
2.5.2.1.1. Eigenschaften der Schätzer im orthogonalen Fall .....	209
2.5.2.1.2. Eigenschaften der Schätzer im nicht-orthogonalen Fall .....	210
2.5.2.1.3. Geometrische Sichtweise der Schätzung .....	211
2.5.2.2. Schätzung von linearen Kontrasten im multivariaten Fall .....	211
2.5.2.2.1. Eigenschaften der Schätzer im orthogonalen Fall .....	211
2.5.2.2.2. Eigenschaften der Schätzer im nicht-orthogonalen Fall .....	212
2.5.2.2.3. Geometrische Sichtweise der Schätzung .....	212
 3. Orthogonalitätsmaße für Varianzanalyse-Modelle .....	213
3.1. Orthogonalitätsmaße für einfaktorielle Varianzanalyse-Modelle .....	213
3.1.1. Zwei Maße nach AHRENS und PINCUS .....	213
3.1.2. Die Teststatistik des $\chi^2$ -Anpassungstests als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	218
3.1.3. Die maximale Zellhäufigkeit als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	220

3.2. Orthogonalitätsmaße für zweifaktorielle Varianzanalyse-Modelle .....	223
3.2.1. Orthogonalitätsmaße nach AHRENS/PINCUS basierend auf den Randhäufigkeiten .....	224
3.2.2. Orthogonalitätsmaße nach AHRENS/PINCUS basierend auf den Zellhäufigkeiten .....	230
3.2.3. Die Teststatistik des $\chi^2$ -Anpassungstests als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	237
3.2.4. Die Teststatistik des $\chi^2$ -Unabhängigkeitstests als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	239
3.2.5. Die maximale Zellhäufigkeit als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	241
3.3. Orthogonalitätsmaße für mehrfaktorielle Varianzanalyse-Modelle .....	242
3.3.1. Orthogonalitätsmaße nach AHRENS/PINCUS basierend auf den Randhäufigkeiten .....	243
3.3.2. Orthogonalitätsmaße nach AHRENS/PINCUS basierend auf den Zellhäufigkeiten im mehrfaktoriellen Fall .....	246
3.3.3. Die Teststatistik des $\chi^2$ -Anpassungstests als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	249
3.3.4. Die Teststatistik des $\chi^2$ -Unabhängigkeitstests als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	251
3.3.5. Die maximale Zellhäufigkeit als Basis für ein Orthogonalitätsmaß .....	251
3.4. Abschließende Bemerkungen .....	252
4. Hypothesenprüfungen für nicht-orthogonale uni- und multivariate Varianzanalyse-Modelle .....	254
4.1. Hypothesenprüfungen für orthogonale Varianzanalyse-Modelle .....	255
4.1.1. Hypothesenprüfung für orthogonale univariante Modelle .....	255
4.1.1.1. Hypothesenprüfung im einfaktoriellen Fall .....	255
4.1.1.2. Hypothesenprüfung im zweifaktoriellen Fall .....	258
4.1.1.3. Hypothesenprüfung im mehrfaktoriellen Fall .....	263
4.1.1.4. Ermittlung der eigentlich geprüften Nullhypothese .....	266
4.1.1.5. Eigenschaften der Hypothesenquadratsummen .....	267
4.1.1.5.1. Eigenschaften bei vorhandener Orthogonalität .....	267
4.1.1.5.2. Eigenschaften bei fehlender Orthogonalität .....	271
4.1.1.6. Geometrische Sichtweise der Hypothesenprüfung .....	272

4.1.2. Hypothesenprüfung für orthogonale multivariate Modelle .....	274
4.1.2.1. Hypothesenprüfung im einfaktoriellen Fall .....	274
4.1.2.2. Hypothesenprüfung im zweifaktoriellen Fall .....	278
4.1.2.3. Hypothesenprüfung im mehrfaktoriellen Fall .....	285
4.1.2.4. Ermittlung der eigentlich geprüften Nullhypothese .....	288
4.1.2.5. Eigenschaften der Matrizen der Hypothesenquadratsummen .....	289
4.1.2.5.1. Eigenschaften der Matrizen der Hypothesenquadratsummen bei vorhandener Orthogonalität .....	289
4.1.2.5.2. Eigenschaften der Matrizen der Hypothesenquadratsummen bei fehlender Orthogonalität .....	290
4.1.2.6. Geometrische Sichtweise der Hypothesenprüfung .....	291
4.1.3. Hypothesenprüfung mit schätzbaren Funktionen im orthogonalen Fall .....	292
4.1.3.1. Hypothesenprüfung für univariate mehrfaktorielle Varianzanalyse- Modelle .....	292
4.1.3.2. Hypothesenprüfung für multivariate mehrfaktorielle Varianzanalyse- Modelle .....	296
4.2. Die Methode der partiellen Inversion für nicht-orthogonale Varianzanalyse-Modelle .....	298
4.2.1. Die Methode der partiellen Inversion für univariate lineare Modelle mit vollem Rang .....	298
4.2.1.1. Hypothesenprüfung mittels partieller Inversion .....	298
4.2.1.2. Eigenschaften der ermittelten Hypothesenquadratsummen .....	302
4.2.1.3. Geometrische Sichtweise der Methode der partiellen Inversion .....	304
4.2.2. Die Methode der partiellen Inversion für univariate nicht-orthogonale Varianzanalyse-Modelle .....	309
4.2.2.1. Die Methode der partiellen Inversion im einfaktoriellen Fall .....	309
4.2.2.2. Die Methode der partiellen Inversion im zweifaktoriellen Fall .....	311
4.2.2.3. Die Methode der partiellen Inversion im mehrfaktoriellen Fall .....	315
4.2.3. Die Methode der partiellen Inversion für multivariate lineare Modelle mit vollem Rang .....	317
4.2.3.1. Hypothesenprüfung mittels partieller Inversion .....	317
4.2.3.2. Eigenschaften der ermittelten Matrizen der Hypothesenquadratsummen .....	319
4.2.3.3. Geometrische Sichtweise der Methode der partiellen Inversion .....	320
4.2.4. Die Methode der partiellen Inversion für multivariate nicht-orthogonale Varianzanalyse-Modelle .....	321
4.2.4.1. Die Methode der partiellen Inversion im einfaktoriellen Fall .....	321
4.2.4.2. Die Methode der partiellen Inversion im zweifaktoriellen Fall .....	322

4.2.4.3. Die Methode der partiellen Inversion im mehrfaktoriellen Fall .....	326
4.3. Der R-Algorithmus für nicht-orthogonale Varianzanalyse-Modelle .....	327
4.3.1. Der R-Algorithmus für univariate lineare Modelle mit vollem Rang .....	327
4.3.1.1. Hypothesenprüfung mit Hilfe des R-Algorithmus .....	327
4.3.1.2. Eigenschaften der ermittelten Hypothesenquadratsummen .....	331
4.3.1.3. Geometrische Sichtweise des R-Algorithmus .....	334
4.3.1.4. Erweiterung der R-Notation und damit verbundene Hypothesen- prüfungen .....	335
4.3.1.5. Geometrische Sichtweise des erweiterten R-Algorithmus .....	346
4.3.2. Der R-Algorithmus für univariate nicht-orthogonale Varianzanalyse- Modelle .....	350
4.3.2.1. Der R-Algorithmus im einfaktoriellen Fall .....	351
4.3.2.2. Der R-Algorithmus im zweifaktoriellen Fall .....	352
4.3.2.3. Der R-Algorithmus im mehrfaktoriellen Fall .....	356
4.3.2.4. Erweiterte R-Notation und damit verbundene Hypothesenprüfungen ..	358
4.3.2.4.1. Der erweiterte R-Algorithmus im zweifaktoriellen Fall .....	358
4.3.2.4.2. Der erweiterte R-Algorithmus im mehrfaktoriellen Fall .....	367
4.3.3. Der R-Algorithmus für multivariate lineare Modelle mit vollem Rang ..	369
4.3.3.1. Hypothesenprüfung mit Hilfe des R-Algorithmus .....	369
4.3.3.2. Eigenschaften der ermittelten Matrizen der Hypothesenquadrat- summen .....	370
4.3.3.3. Geometrische Sichtweise des R-Algorithmus .....	372
4.3.3.4. Erweiterung der R-Notation und damit verbundene Hypothesen- prüfungen .....	372
4.3.3.5. Geometrische Sichtweise des erweiterten R-Algorithmus .....	376
4.3.4. Der R-Algorithmus für multivariate nicht-orthogonale Varianzanalyse- Modelle .....	376
4.3.4.1. Der R-Algorithmus im einfaktoriellen Fall .....	376
4.3.4.2. Der R-Algorithmus im zweifaktoriellen Fall .....	377
4.3.4.3. Der R-Algorithmus im mehrfaktoriellen Fall .....	379
4.3.4.4. Erweiterte R-Notation und damit verbundenen Hypothesen- prüfungen .....	380
4.4. Die Methode der Orthogonalisierung der Effekte .....	383
4.4.1. Die Methode der Orthogonalisierung für univariate lineare Modelle mit vollem Rang .....	383
4.4.1.1. Orthogonale Zerlegung der Matrix $X$ .....	383
4.4.1.2. Sequentielle Orthogonalisierung von Schätzwerten .....	384

4.4.1.2.1. Die Methode der sequentiellen Orthogonalisierung .....	384
4.4.1.2.2. Hypothesenprüfung und Eigenschaften der ermittelten Hypothesenquadratsummen .....	387
4.4.1.3. Partielle Orthogonalisierung von Schätzwerten .....	396
4.4.1.3.1. Die Methode der partiellen Orthogonalisierung .....	396
4.4.1.3.2. Hypothesenprüfung und Eigenschaften der ermittelten Hypothesenquadratsummen .....	406
4.4.1.4. Geometrische Sichtweise der sequentiellen und partiellen Orthogonalisierung .....	410
4.4.1.4.1. Sichtweise der sequentiellen Orthogonalisierung .....	410
4.4.1.4.2. Sichtweise der partiellen Orthogonalisierung .....	415
4.4.2. Orthogonalisierung der Effekte in nicht-orthogonalen univariaten Varianzanalyse-Modellen .....	418
4.4.2.1. Orthogonalisierung im einfaktoriellen Modell .....	418
4.4.2.1.1. Sequentielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	418
4.4.2.1.2. Partielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	420
4.4.2.2. Orthogonalisierung im zweifaktoriellen Modell .....	420
4.4.2.2.1. Sequentielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	420
4.4.2.2.2. Partielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	424
4.4.2.3. Orthogonalisierung im mehrfaktoriellen Modell .....	429
4.4.2.3.1. Sequentielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	429
4.4.2.3.2. Partielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	432
4.4.3. Die Methode der Orthogonalisierung für multivariate lineare Modelle mit vollem Rang .....	435
4.4.3.1. Orthogonale Zerlegung der Matrix $X$ .....	435
4.4.3.2. Sequentielle Orthogonalisierung von Schätzwerten .....	435
4.4.3.2.1. Die Methode der sequentiellen Orthogonalisierung .....	435
4.4.3.2.2. Hypothesenprüfung und Eigenschaften der ermittelten Matrizen der Hypothesenquadratsummen .....	437
4.4.3.3. Partielle Orthogonalisierung von Schätzwerten .....	440
4.4.3.3.1. Die Methode der partiellen Orthogonalisierung .....	440
4.4.3.3.2. Hypothesenprüfungen mit partiell orthogonalisierten Parametermatrizen .....	446
4.4.3.4. Geometrische Sichtweise der sequentiellen und partiellen Orthogonalisierung .....	448
4.4.4. Orthogonalisierung der Effektvektoren in nicht-orthogonalen multivariaten Varianzanalyse-Modellen .....	448
4.4.4.1. Orthogonalisierung im einfaktoriellen Fall .....	448
4.4.4.1.1. Sequentielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	448

4.4.4.1.2. Partielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	449
4.4.4.2. Orthogonalisierung im zweifaktoriellen Fall .....	450
4.4.4.2.1. Sequentielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	450
4.4.4.2.2. Partielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	452
4.4.4.3. Orthogonalisierung im mehrfaktoriellen Fall .....	455
4.4.4.3.1. Sequentielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	455
4.4.4.3.2. Partielle Orthogonalisierung und Hypothesenprüfung .....	457
4.5. Computergestützte nicht-orthogonale Varianzanalyse .....	458
4.5.1. Nicht-orthogonale Varianzanalyse mit MINITAB .....	459
4.5.2. Nicht-orthogonale Varianzanalyse mit SPSS .....	459
4.5.3. Nicht-orthogonale Varianzanalyse mit SAS .....	461
4.6. Abschließende Bemerkungen .....	463
<b>5. Einfügen von Werten zur nachträglichen Balanzierung eines Varianzanalyse-Modells .....</b>	<b>465</b>
5.1. Schätzung der fehlenden Werte .....	466
5.1.1. Kleinst-Quadrat-Schätzung der fehlenden Werte in nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modellen .....	466
5.1.1.1. Kleinst-Quadrat-Schätzung im univariaten Modell .....	466
5.1.1.1.1. Modellerhöhung durch Kleinst-Quadrat-Schätzung im linearen Modell .....	466
5.1.1.1.2. Hypothesenprüfung im erhöhten linearen Modell .....	474
5.1.1.1.3. Erhöhung des nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modells und Hypothesenprüfung .....	485
5.1.1.2. Kleinst-Quadrat-Schätzung im multivariaten Modell .....	491
5.1.1.2.1. Modellerhöhung durch Kleinst-Quadrat-Schätzung im linearen Modell .....	491
5.1.1.2.2. Hypothesenprüfung im erhöhten linearen Modell .....	496
5.1.1.2.3. Erhöhung des nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modells und Hypothesenprüfung .....	500
5.1.2. Die Kovarianzanalyse als Instrument zur Schätzung fehlender Werte in nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modellen .....	503
5.1.2.1. Die Schätzung fehlender Werte im univariaten Modell .....	503
5.1.2.1.1. Das univariate Modell der Kovarianzanalyse .....	503

5.1.2.1.2. Modellerhöhung durch Schätzung der fehlenden Werte im linearen Modell .....	504
5.1.2.1.3. Hypothesenprüfung im erhöhten linearen Modell .....	507
5.1.2.1.4. Erhöhung des nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modells und Hypothesenprüfung .....	508
5.1.2.2. Die Schätzung fehlender Werte im multivariaten Modell .....	510
5.1.2.2.1. Das multivariate Modell der Kovarianzanalyse .....	510
5.1.2.2.2. Modellerhöhung durch Schätzung der fehlenden Werte im linearen Modell .....	511
5.1.2.2.3. Hypothesenprüfung im erhöhten linearen Modell .....	513
5.1.2.2.4. Erhöhung des nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modells und Hypothesenprüfung .....	514
5.1.3. Der EM-Algorithmus zur Schätzung fehlender Werte in nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modellen .....	517
5.1.3.1. Methodik des EM-Algorithmus .....	517
5.1.3.2. Anwendung des Algorithmus auf nicht-orthogonale univariate Varianzanalyse-Modelle .....	523
5.1.3.2.1. Schätzung fehlender Werte mit Hilfe des EM-Algorithmus im linearen Modell .....	523
5.1.3.2.2. Hypothesenprüfung im erhöhten linearen Modell .....	533
5.1.3.2.3. Erhöhung des nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modells und Hypothesenprüfung .....	534
5.1.3.3. Anwendung des Algorithmus auf nicht-orthogonale multivariate Varianzanalyse-Modelle .....	537
5.1.3.3.1. Schätzung fehlender Werte mit Hilfe des EM-Algorithmus im linearen Modell .....	537
5.1.3.3.2. Hypothesenprüfung im erhöhten linearen Modell .....	543
5.1.3.3.3. Erhöhung des nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modells und Hypothesenprüfung .....	544
5.1.4. Abschließende Bemerkung .....	546
5.2. Imputationswerte zur Erzeugung eines orthogonalen Varianzanalyse-Modells .....	547
5.2.1. Imputationswerte im nicht-orthogonalen univariaten Varianzanalyse-Modell .....	547
5.2.1.1. Vorgehensweise bei der Ermittlung der Füllwerte .....	547
5.2.1.2. Hypothesenprüfung im erhöhten Varianzanalyse-Modell .....	553
5.2.2. Imputationswerte im nicht-orthogonalen multivariaten Varianzanalyse-Modell .....	555

5.2.2.1. Vorgehensweise bei der Ermittlung der Füllvektoren .....	555
5.2.2.2. Hypothesenprüfung im erhöhten Varianzanalyse-Modell .....	558
5.3. Das zufällige Streichen von Beobachtungswerten .....	560
5.3.1. Streichen von Beobachtungen im univariaten nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modell .....	561
5.3.1.1. Das durch Entfernen von Beobachtungen reduzierte Varianzanalyse-Modell .....	561
5.3.1.2. Hypothesenprüfung im reduzierten Varianzanalyse-Modell .....	562
5.3.2. Streichen von Beobachtungen im multivariaten nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modell .....	564
5.3.2.1. Das durch Entfernen von Beobachtungen reduzierte Varianzanalyse-Modell .....	564
5.3.2.2. Hypothesenprüfung im reduzierten Varianzanalyse-Modell .....	565
5.4. Simulationsuntersuchung zu den Schätz-, Ersetzungs- und Streichverfahren im uni- und multivariaten Fall .....	567
5.4.1. Simulationsuntersuchungen im univariaten Fall .....	567
5.4.1.1. Simulationen für zweifaktorielle Modelle .....	572
5.4.1.1.1. Das 2x3-Modell .....	572
5.4.1.1.1.1. Festlegung der Werte .....	572
5.4.1.1.1.2. Simulationsergebnisse .....	575
5.4.1.1.2. Das 3x3-Modell .....	581
5.4.1.1.2.1. Festlegung der Werte .....	581
5.4.1.1.2.2. Simulationsergebnisse .....	584
5.4.1.1.3. Das 3x4-Modell .....	588
5.4.1.1.3.1. Festlegung der Werte .....	588
5.4.1.1.3.2. Simulationsergebnisse .....	592
5.4.1.2. Simulation für dreifaktorielle Modelle .....	596
5.4.1.2.1. Das 2x2x3-Modell .....	596
5.4.1.2.1.1. Festlegung der Werte .....	596
5.4.1.2.1.2. Simulationsergebnisse .....	600
5.4.1.2.2. Das 2x3x3-Modell .....	604
5.4.1.2.2.1. Festlegung der Werte .....	604
5.4.1.2.2.2. Simulationsergebnisse .....	609
5.4.1.2.3. Das 3x4x2-Modell .....	613
5.4.1.2.3.1. Festlegung der Werte .....	613
5.4.1.2.3.2. Simulationsergebnisse .....	617

<b>5.4.2. Simulationsuntersuchungen im multivariaten Fall .....</b>	<b>621</b>
<b>5.4.2.1. Simulationen für zweifaktorielle Modelle .....</b>	<b>628</b>
<b>5.4.2.1.1. Das 2x3-Modell .....</b>	<b>628</b>
<b>5.4.2.1.1.1. Festlegung der Werte .....</b>	<b>628</b>
<b>5.4.2.1.1.2. Simulationsergebnisse .....</b>	<b>629</b>
<b>5.4.2.1.2. Das 3x3-Modell .....</b>	<b>634</b>
<b>5.4.2.1.2.1. Festlegung der Werte .....</b>	<b>634</b>
<b>5.4.2.1.2.2. Simulationsergebnisse .....</b>	<b>636</b>
<b>5.4.2.1.3. Das 3x4-Modell .....</b>	<b>640</b>
<b>5.4.2.1.3.1. Festlegung der Werte .....</b>	<b>640</b>
<b>5.4.2.1.3.2. Simulationsergebnisse .....</b>	<b>642</b>
<b>5.4.2.2. Simulation für dreifaktorielle Modelle .....</b>	<b>646</b>
<b>5.4.2.2.1. Das 2x2x3-Modell .....</b>	<b>647</b>
<b>5.4.2.2.1.1. Festlegung der Werte .....</b>	<b>647</b>
<b>5.4.2.2.1.2. Simulationsergebnisse .....</b>	<b>648</b>
<b>5.4.2.2.2. Das 2x3x3-Modell .....</b>	<b>652</b>
<b>5.4.2.2.2.1. Festlegung der Werte .....</b>	<b>652</b>
<b>5.4.2.2.2.2. Simulationsergebnisse .....</b>	<b>654</b>
<b>5.4.2.2.3. Das 3x4x2-Modell .....</b>	<b>658</b>
<b>5.4.2.2.3.1. Festlegung der Werte .....</b>	<b>658</b>
<b>5.4.2.2.3.2. Simulationsergebnisse .....</b>	<b>661</b>
<b>5.4.3. Zusammenfassung der Ergebnisse .....</b>	<b>666</b>
<b>6. Abschließende Betrachtung .....</b>	<b>669</b>

## Anhang

<b>A.1. Herleitungen und Beweise .....</b>	<b>672</b>
<b>A.1.1 Vereinfachung der Fehlerquadratsumme im restriktierten linearen Modell .....</b>	<b>672</b>
<b>A.1.2. Beweis zur Unabhängigkeit von Hypothesen- und Fehlerquadratsumme der Teststatistik (1.3.-23.) .....</b>	<b>673</b>
<b>A.1.3. Herleitung des größten Eigenwerts der Prüfgröße beim Union- Intersection-Prinzip .....</b>	<b>677</b>
<b>A.1.4. Beweis zu Gleichung (1.3.-106.) .....</b>	<b>678</b>
<b>A.1.5. Beweis zur Unabhängigkeit von Hypothesen- und Fehlerquadrat- summe der Teststatistik (1.3.-117.) .....</b>	<b>679</b>

A.1.6. Beweis zur Gleichung (4.3.-6.) .....	681
A.1.7. Beweis zum Nichtzentralitätsparameter in Gleichung (4.3.-35.) .....	684
A.1.8. Beweis zur Übereinstimmung des gewöhnlichen KQ- und des AITKEN-Schätzers .....	684
A.1.9. Beweis zur Umformung des Bias in Gleichung (5.1.-58.) .....	687
A.1.10. Herleitung der Kleinst-Quadrat-Schätzung für den Vektor bzw. der Matrix der Kovariablen .....	689
<b>A.2. Beispiele zur Analyse nicht-orthogonaler uni- und multivariater Varianzanalyses-Modelle .....</b>	<b>695</b>
A.2.1. Aufstellung der Design-Matrizen .....	698
A.2.1.1. Beispiel 1 .....	698
A.2.1.2. Beispiel 2 .....	700
A.2.2. Schätzung der Effekte und Hypothesenprüfung .....	701
A.2.2.1. Beispiel 1 .....	701
A.2.2.2. Beispiel 2 .....	712
A.2.3. Computergestützte Analyse von nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Modellen .....	721
A.2.3.1. Varianzanalyse mit MINITAB .....	721
A.2.3.1.1. Beispiel 1 .....	721
A.2.3.1.2. Beispiel 2 .....	722
A.2.3.2. Varianzanalyse mit SPSS .....	724
A.2.3.2.1. Beispiel 1 .....	724
A.2.3.2.2. Beispiel 2 .....	726
A.2.3.3. Varianzanalyse mit SAS .....	729
A.2.3.3.1. Beispiel 1 .....	729
A.2.3.3.2. Beispiel 2 .....	731

<b>A.3. Makros zur Berechnung von Orthogonalitätsmaßen sowie zur nachträglichen Erzeugung und Analyse eines orthogonalen Varianzanalyse-Designs .....</b>	<b>734</b>
<b>A.3.1. Das Makro %ORTHO zur Berechnung von Orthogonalitätsmaßen im uni- und multivariaten Fall .....</b>	<b>734</b>
<b>A.3.1.1. Befehls- und Programm-Struktur des Makros .....</b>	<b>735</b>
<b>A.3.1.2. Anwendungsbeispiele .....</b>	<b>740</b>
<b>A.3.1.2.1. Beispiel 1 .....</b>	<b>740</b>
<b>A.3.1.2.2. Beispiel 2 .....</b>	<b>740</b>
<b>A.3.2. Das Makro %KQ zur Schätzung von fehlenden Werten eines nicht-orthogonalen Varianzanalyse-Designs .....</b>	<b>741</b>
<b>A.3.2.1. Befehls- und Programmstruktur des Makros .....</b>	<b>741</b>
<b>A.3.2.2. Anwendungsbeispiel .....</b>	<b>741</b>
<b>A.3.3. Das Makro %KOVA zur Erzeugung eines orthogonalen Varianzanalyse-Designs durch Schätzung der fehlenden Werten .....</b>	<b>746</b>
<b>A.3.3.1. Befehls- und Programmstruktur des Makros .....</b>	<b>746</b>
<b>A.3.3.2. Anwendungsbeispiel .....</b>	<b>749</b>
<b>A.3.4. Das Makro %EM zur Erzeugung eines orthogonalen Varianzanalyse-Designs durch iterative Schätzung der fehlenden Werte .....</b>	<b>751</b>
<b>A.3.4.1. Befehls- und Programmstruktur des Makros .....</b>	<b>751</b>
<b>A.3.4.2. Anwendungsbeispiel .....</b>	<b>754</b>
<b>A.3.5. Das Makro %IMPUT zur Erzeugung eines orthogonalen Varianzanalyse-Designs mit Hilfe von Füllwerten .....</b>	<b>756</b>
<b>A.3.5.1. Befehls- und Programmstruktur des Makros .....</b>	<b>756</b>
<b>A.3.5.2. Anwendungsbeispiel .....</b>	<b>760</b>
<b>A.3.6. Das Makro %ENTF zur Erzeugung eines orthogonalen Varianzanalyse-Designs durch das Streichen von Werten .....</b>	<b>762</b>
<b>A.3.6.1. Befehls- und Programmstruktur des Makros .....</b>	<b>762</b>
<b>A.3.6.2. Anwendungsbeispiele .....</b>	<b>764</b>

A.3.7. Das Makro <b>%VA</b> zur Analyse künstlich erzeugter orthogonaler Varianzanalyse-Designs .....	766
A.3.7.1. Befehls- und Programmstruktur des Makros .....	766
A.3.7.2. Anwendungsbeispiel .....	771
<b>A.4. Tabellarische Zusammenfassung der Simulationsergebnisse .....</b>	<b>773</b>
A.4.1 Zusammenfassung der univariaten Simulationsergebnisse .....	774
A.4.1.1. Simulationsergebnisse für das 2x3-Modell .....	774
A.4.1.2. Simulationsergebnisse für das 3x3-Modell .....	775
A.4.1.3. Simulationsergebnisse für das 3x4-Modell .....	776
A.4.1.4. Simulationsergebnisse für das 2x2x3-Modell .....	777
A.4.1.5. Simulationsergebnisse für das 2x3x3-Modell .....	778
A.4.1.6. Simulationsergebnisse für das 3x4x2-Modell .....	779
A.4.2. Zusammenfassung der multivariaten Simulationsergebnisse .....	780
A.4.2.1. Simulationsergebnisse für das 2x3-Modell .....	780
A.4.2.2. Simulationsergebnisse für das 3x3-Modell .....	781
A.4.2.3. Simulationsergebnisse für das 3x4-Modell .....	782
A.4.2.4. Simulationsergebnisse für das 2x2x3-Modell .....	783
A.4.2.5. Simulationsergebnisse für das 2x3x3-Modell .....	784
A.4.2.6. Simulationsergebnisse für das 3x4x2-Modell .....	785
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>786</b>