

Inhaltsverzeichnis

0 Einleitung	1
0.1 Modellierungsfehler, Approximationsfehler und Rundungsfehler	2
0.2 Struktogramme	7
0.3 Arbeiten mit der CD-ROM	13
1 Numerische Integration und Differenziation	15
1.1 Die zwei Ideen	19
1.2 Der Taylor-Abgleich	25
1.3 Summierte Mittelwertformeln	30
1.4 Die Gaußschen Integrationsformeln	35
1.5 Adaptivität und Fehlerextrapolation	40
1.6 Numerische Differenziation	46
1.7 Bemerkungen und Entscheidungshilfen	53
1.8 Beispiele und Aufgaben	56
2 Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differentialgleichungen	57
2.1 Das Euler-Cauchy-Verfahren	63
2.2 Stabilität, Konsistenz und Konvergenz	75
2.2.1 Stabilität	75
2.2.2 Konsistenz	80
2.2.3 Konvergenz	81
2.3 Mehrschrittverfahren	83
2.4 Runge-Kutta-Verfahren	89
2.5 Extrapolationsverfahren	93
2.6 Schrittweitenkontrolle und Fehlerschätzer	97
2.7 Systeme von Differentialgleichungen und Differentialgleichungen höherer Ordnung	100
2.8 Bemerkungen und Entscheidungshilfen	103
2.9 Beispiele und Aufgaben	106
3 Rand- und Eigenwertprobleme gewöhnlicher Differentialgleichungen	111
3.1 Vorbemerkungen und Begriffsbestimmungen	112

VIII Inhaltsverzeichnis

3.1.1	Homogenes Randwertproblem (Eigenwertproblem)	113
3.1.2	Inhomogenes Randwertproblem	114
3.2	Schießverfahren	115
3.2.1	Lineare Probleme	117
3.2.2	Nichtlineare Probleme	119
3.3	Differenzenverfahren	121
3.4	Differenzenformeln mit Ableitungen	126
3.5	Methode der gewichteten Residuen	130
3.6	Das Ritzsche Verfahren	137
3.6.1	Variationsproblem	137
3.6.2	Approximation	141
3.7	Die Finite-Elemente-Methode	142
3.7.1	Stückweise lineare Ansatzfunktionen	143
3.7.2	Galerkin-Verfahren	145
3.7.3	Ritz-Verfahren	150
3.8	Eigenwertproblem	158
3.9	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	164
3.10	Beispiele und Aufgaben	166
4	Grundlagen der partiellen Differenzialgleichungen	171
4.1	Klassifizierung der partiellen Differenzialgleichungen	
2.	Ordnung	172
4.2	Elliptische Differenzialgleichungen 2. Ordnung	175
4.3	Parabolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung	181
4.4	Hyperbolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung	186
4.5	Evolutionsgleichungen	191
4.6	Erhaltungsgleichungen	198
4.7	Anwendungen	204
4.7.1	Die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen	204
4.7.2	Die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen	209
4.7.3	Die Gleichungen der Akustik	211
4.8	Bemerkungen	212
4.9	Beispiele und Aufgaben	213
5	Grundlagen der numerischen Verfahren für partielle Differenzialgleichungen	223
5.1	Konsistenz, Stabilität und Konvergenz	223
5.2	Die Diskretisierung des Rechengebietes	228
5.2.1	Beschreibung technischer Gebiete	228
5.2.2	Erzeugung von randangepassten Gittern	231
5.3	Bemerkungen	232
6	Differenzenverfahren	235
6.1	Elliptische Differenzialgleichungen	238
6.2	Parabolische Differenzialgleichungen	252

6.3	Hyperbolische Differenzialgleichungen	264
6.4	Verfahren auf randangepassten Gittern	279
6.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	283
6.6	Beispiele und Aufgaben	285
7	Finite-Elemente-Methode	289
7.1	Triangulierung mit linearen Basisfunktionen	292
7.2	Triangulierung mit linearen Elementfunktionen	299
7.3	Rechteckzerlegung mit bilinearen Elementen	303
7.4	Triangulierung mit quadratischen Elementen	306
7.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	315
7.6	Beispiele und Aufgaben	316
8	Finite-Volumen-Verfahren	319
8.1	Lineare Transportgleichungen	325
8.2	Skalare Erhaltungsgleichungen	333
8.3	Systeme von Erhaltungsgleichungen	340
8.4	Erhaltungsgleichungen in mehreren Raumdimensionen	345
8.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	346
8.6	Beispiele und Aufgaben	348
Anhang		
A	Interpolation	353
A.1	Die Interpolationsformel von Lagrange	355
A.2	Die Interpolationsformel von Newton	359
A.3	Spline-Interpolation	363
A.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	366
B	Lösen nichtlinearer Gleichungen	369
B.1	Bisektion	370
B.2	Regula Falsi	372
B.3	Sekantenverfahren	373
B.4	Das Newton-Verfahren	374
B.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	376
C	Iterative Methoden zur numerischen Lösung von linearen Gleichungssystemen	377
C.1	Die klassischen Iterationsmethoden	378
C.2	Mehrgitterverfahren	383
C.3	Das Verfahren der konjugierten Gradienten	386
C.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	390
Literaturverzeichnis 393		
Index 397		