

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische Begriffe und Schreibweisen	1
1.1	Zahlen.....	1
1.1.1	Zahlendarstellung auf der Zahlengeraden	1
1.2	Mengen	4
1.2.1	Aufzählende Mengenschreibweise	4
1.2.2	Beschreibende Mengenschreibweise	4
1.2.3	Mengendiagramme	5
1.2.4	Beziehungen zwischen Mengen (Mengenrelationen)	5
1.2.5	Mengenverknüpfungen (Mengenoperationen)	7
1.2.6	Gesetze der Mengenverknüpfung.....	9
1.3	Intervallschreibweisen	14
1.4	Symbole der Logik.....	14
2	Rechnen mit Termen	15
2.1	Addition und Subtraktion	15
2.2	Multiplikation und Division	19
2.2.1	Produkte mit negativen Zahlen	20
2.2.2	Multiplikation mit Null (Nullprodukt).....	21
2.2.3	Multiplikation mit Summentermen	21
2.2.4	Binomische Formeln	23
2.2.5	Quotienten aus positiven und negativen Zahlen	26
2.2.6	Rechnen mit Bruchtermen	28
3	Lineare Gleichungen	38
3.1	Äquivalenz von Aussageformen.....	38
3.2	Lösungsverfahren für lineare Gleichungen	39
3.3	Einfache lineare Gleichungen	40
3.4	Bruchgleichungen.....	43
3.5	Gleichungen mit Formvariablen	47
3.6	Verhältnisgleichungen (Proportionen)	54
3.7	Textliche Gleichungen	58
3.7.1	Allgemeine textliche Gleichungen	58
3.7.2	Mischungsaufgaben	60
3.7.3	Bewegungsaufgaben	64
3.7.4	Behälteraufgaben.....	67
3.7.5	Arbeitsaufgaben	70

4 Funktionen 1. Grades	73
4.1 Der Funktionsbegriff	73
4.2 Darstellung von Funktionen	74
4.3 Funktionsdarstellung im Koordinatensystem	76
4.3.1 Das rechtwinklige Koordinatensystem	76
4.3.2 Das Polarkoordinatensystem	76
4.4 Lineare Funktionen der Technik	79
4.5 Die lineare Funktion $x \mapsto mx$	80
4.6 Die Funktion 1. Grades mit der Funktionsgleichung $y = mx + b$	82
4.7 Graphische Darstellung linearer Zusammenhänge	85
5 Systeme linearer Gleichungen	89
5.1 Graphisches Lösungsverfahren von Gleichungssystemen	89
5.2 Rechnerische Lösungsverfahren von Gleichungssystemen	91
5.2.1 Das Gleichsetzungsverfahren	91
5.2.2 Das Einsetzungsverfahren	92
5.2.3 Das Additionsverfahren	96
5.2.4 Das Determinantenverfahren	99
5.2.5 Gleichungssysteme mit Bruchtermen	101
5.3 Lösungsverfahren für Gleichungssysteme mit drei Variablen	105
5.4 Textaufgaben mit zwei Variablen	111
5.4.1 Mischungsaufgaben	111
5.4.2 Bewegungsaufgaben	112
5.4.3 Behälteraufgaben	113
6 Potenzen	118
6.1 Potenzbegriff	118
6.2 Potenzgesetze	118
6.2.1 Addition und Subtraktion von Potenzen	118
6.2.2 Multiplikation von Potenzen	119
6.2.3 Division von Potenzen	120
6.2.4 Potenzieren von Potenzen	121
6.3 Erweiterung des Potenzbegriffes	122
6.4 Besondere Potenzen (Zehnerpotenzen)	123
6.5 Potenzen von Binomen	127
7 Wurzeln	129
7.1 Wurzelbegriff	129
7.1.1 Quadratwurzeln	129
7.1.2 Der allgemeine Wurzelbegriff	132

7.2	Wurzeln als Potenzen mit gebrochenen Hochzahlen	132
7.3	Rechnen mit Wurzel- und Potenztermen	135
8	Quadratische Gleichungen	140
8.1	Rechnerische Lösung quadratischer Gleichungen.....	142
8.1.1	Reinquadratische Gleichungen	142
8.1.2	Gemischtquadratische Gleichungen ohne Absolutglied.....	144
8.1.3	Gemischtquadratische Gleichungen	144
8.2	Lösbarkeit quadratischer Gleichungen, Diskriminante	146
8.3	Koeffizientenregel von Vieta	147
8.4	Biquadratische Gleichungen	150
8.5	Quadratische Gleichungssysteme mit zwei Variablen	150
8.6	Textaussagen, die auf quadratische Gleichungen führen	153
9	Wurzelgleichungen	157
9.1	Wurzelgleichungen mit einer Variablen	157
9.2	Wurzelgleichungen mit zwei Variablen.....	161
10	Ungleichungen	164
10.1	Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen	163
10.2	Einfache lineare Ungleichungen	166
10.3	Bruchungleichungen	166
11	Lineare Ungleichungssysteme	172
12	Lineares Optimieren	175
13	Quadratische Funktionen	185
13.1	Die allgemeine quadratische Funktion $x \mapsto ax^2 + bx + c$ und ihre graphische Darstellung.....	186
13.2	Die Scheitelform der quadratischen Funktionsgleichung	190
13.3	Extremwertaufgaben	192
13.4	Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Vorgaben	195
13.5	Graphische Lösung quadratischer Gleichungen	199
14	Potenzfunktionen	200
14.1	Die Funktionen $x \mapsto x^n$	201
14.1.1	Achsensymmetrische Parabeln	201
14.1.2	Punktsymmetrische Parabeln	201
14.2	Die Funktionen $x \mapsto x^{-n}$	202

14.2.1	Punktsymmetrische Hyperbeln	202
14.2.2	Achsensymmetrische Hyperbeln	202
15	Wurzelfunktionen	203
15.1	Quadratwurzelfunktionen	203
15.2	Wurzelfunktionen höherer Ordnung	207
16	Analytische Geometrie	210
16.1	Länge und Steigung von Strecken	210
16.2	Teilpunkte von Strecken.....	212
16.2.1	Mittelpunkte von Strecken.....	212
16.2.2	Beliebiger Teilpunkt T einer Strecke	213
16.3	Geradengleichungen	214
16.3.1	Punkt-Steigungsform.....	214
16.3.2	Zwei-Punkte-Form.....	215
16.3.3	Achsenabschnittsform.....	216
16.3.3	HESSE-Form der Geradengleichung.....	217
16.4	Winkel zwischen Geraden.....	221
16.4.1	Winkel zwischen Gerade und x-Achse	221
16.4.2	Schnittwinkel zweier Geraden.....	222
16.5	Orthogonale Geraden	224
16.6	Kreisgleichungen.....	227
16.6.1	Mittelpunktsgleichung eines Kreises	227
16.6.2	Allgemeine Kreisgleichung.....	228
16.7	Kreis und Gerade	230
16.8	Parabeln und Hyperbeln.....	235
16.8.1	Brennpunkteigenschaften der Parabel.....	235
16.8.2	Brennpunkteigenschaften der Hyperbel.....	237
17	Exponentialfunktionen	238
17.1	Die allgemeine Exponentialfunktion	238
17.2	Die e-Funktion	241
18	Logarithmen	247
18.1	Logarithmenbegriff.....	247
18.2	Logarithmensysteme	248
18.2.1	Natürliche Logarithmen	248
18.2.2	Zehnerlogarithmen	249
18.3	Logarithmengesetze	250

19 Logarithmusfunktionen	254
19.1 Die allgemeine Logarithmusfunktion	254
19.2 Die natürliche Logarithmusfunktion	256
20 Exponentialgleichungen	257
21 Koordinatensystem mit logarithmischer Teilung	262
22 Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck	263
22.1 Seitenverhältnisse als Winkelfunktionen	263
22.2 Definition der Winkelfunktionen	264
22.3 Längen- und Winkelberechnungen	264
22.3.1 Die Sinusfunktion	264
22.3.2 Die Kosinusfunktion	266
22.3.3 Die Tangens- und Kotangensfunktion	269
22.3.4 Vermischte Aufgaben	271
22.4 Zusammenhang zwischen den Winkelfunktionen	279
22.5 Winkelfunktionen beliebiger Winkel	281
22.6 Die Graphen der Winkelfunktionen	286
22.6.1 Die Schaubilder der Sinus- und Kosinusfunktion	287
22.6.1 Die allgemeine Sinusfunktion und ihre graphische Darstellung	288
22.6.3 Die Schaubilder der Tangens- und Kotangensfunktion	291
23 Winkelfunktionen am schiefwinkligen Dreieck	293
23.1 Sinussatz	293
23.2 Kosinussatz	300
23.3 Flächenberechnung des schiefwinkligen Dreiecks	313
24 Additionstheoreme	315
24.1 Funktionen der doppelten und halben Winkel	318
24.2 Goniometrische Gleichungen	319
25 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck	323
25.1 Satz des Pythagoras	323
25.2 Kathetensatz (Satz des Euklid)	337
23.3 Höhensatz	339
26 Ähnlichkeit	342
26.1 Strahlensätze	342

26.2	Streckenteilung und Mittelwerte	350
26.3	Stetige Teilung (Goldener Schnitt)	353
27	Flächenberechnung	357
27.1	Geradlinig begrenzte Flächen	357
27.2	Kreisförmig begrenzte Flächen	360
28	Volumenberechnung	368
28.1	Prismatische Körper	368
28.2	Pyramidenförmige und kegelförmige Körper	375
28.2.1	Pyramide und Pyramidenstumpf	375
28.2.2	Kegel und Kegelstumpf	376
28.3	Kugelförmige Körper	380
28.3.1	Vollkugel	380
28.3.2	Kugelabschnitt (Kugelsegment)	383
28.3.3	Kugelschicht	385
28.3.4	Kugelausschnitt (Kugelsektor)	388
28.4	Schiefe Körper	392
28.4.1	Satz des Cavalieri	392
28.4.2	Simpsonsche Regel	394
28.5	Oberflächen und Volumina von Rotationskörpern (Guldinsche Regel)	396
Anhang	Komplexe Zahlen und Funktionen	399
A1	Grundbegriffe	401
A2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	405
A3	Komplexe Arithmetik	409
A4	Anwendungen der komplexen Rechnung	417
Lösungen		428
Sachwortverzeichnis		457