

Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	9
Einführung	19
Über dieses Buch	19
Konventionen in diesem Buch	19
Wie Sie dieses Buch einsetzen	20
Törichte Annahmen über den Leser	20
Wie dieses Buch aufgebaut ist	20
Teil I: Analysis – ein Überblick	20
Teil II: Die Voraussetzungen für die Analysis	20
Teil III: Grenzwerte	21
Teil IV: Differentiation	21
Teil V: Integration	21
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	21
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	21
Wie es weitergeht	22
Teil I	
Analysis – ein Überblick	23
Kapitel 1	
Was ist Analysis?	25
Was Analysis nicht ist	25
Was also ist Analysis?	26
Beispiele für die Analysis aus der Praxis	27
Kapitel 2	
Die beiden wichtigen Konzepte der Analysis: Differentiation und Integration	29
Differentiation – Definition	29
Die Ableitung ist eine Steigung	29
Die Ableitung ist eine Änderungsrate	30
Und jetzt zur Integration	31

Analysis kompakt für Dummies

Kapitel 3		
Warum die Analysis funktioniert		35
Das Grenzwertkonzept: Ein mathematisches Mikroskop		35
Was passiert beim Vergrößern?		36
Zwei Warnungen – nur zur Vorsicht		39
Ich könnte meine Lizenz verlieren, Mathematik zu betreiben		39
Und was um alles in der Welt bedeutet »unendlich« eigentlich?		39
Teil II		
Die Voraussetzungen für die Analysis		41
Kapitel 4		
Überblick über Vor-Algebra und Algebra		43
Was Sie über Brüche wissen sollten		43
Ein paar schnelle Regeln		43
Brüche multiplizieren		44
Brüche dividieren		44
Brüche addieren		45
Brüche subtrahieren		46
Brüche kürzen		46
Betrag (Absolutwert) – absolut einfach		48
Potenzen machen stark		48
Zu den Wurzeln der Wurzeln		49
Wurzeln, Wurzeln überall!		49
Logarithmen ... wirklich keine Hexerei		50
Faktorisieren – wer braucht das schon?		51
Den größten gemeinsamen Teiler herausziehen		51
Quadratische Gleichungen lösen		52
Methode 1: Faktorisieren		52
Methode 2: Die abc-Formel		53
Methode 3: Quadratische Ergänzung		54
Kapitel 5		
Verrückte Funktionen und ihre wunderbaren Graphen		55
Was ist eine Funktion?		55
Die definierende Eigenschaft einer Funktion		55
Unabhängige und abhängige Variablen		56
Funktionsnotation		57
Zusammengesetzte Funktionen		57
Wie sieht eine Funktion aus?		58
Allgemeine Funktionen und ihre Graphen		59
Geradeheraus – Geraden in der Ebene		59
Parabel- und Betragsfunktionen – gerade heraus		63

Inhaltsverzeichnis

Einige ungerade Funktionen	63
Exponentialfunktionen	63
Logarithmische Funktionen	64
Inverse Funktionen	65
Schieben, spiegeln, dehnen, stauchen	66
Horizontale Transformationen	66
Vertikale Transformationen	67
Kapitel 6	
Trigonometrie ist Trumpf!	69
Trigonometrie im Crashkurs	69
Sinus, Kosinus und Tangens zeichnen	70
Inverse trigonometrische Funktionen	71
Teil III	
Grenzwerte	73
Kapitel 7	
Grenzwerte und Stetigkeit	75
Bis an die Grenzen – NEIN	75
Drei Funktionen erklären den Grenzwert	75
Weiter zu den einseitigen Grenzwerten	77
Die formale Definition eines Grenzwerts – wie erwartet!	78
Unendliche Grenzwerte und vertikale Asymptoten	78
Grenzwerte an der Unendlichkeit – haben Sie gute Schuhe an?	79
Grenzwerte und Stetigkeit verknüpfen	80
Stetigkeit und Grenzwerte gehen normalerweise Hand in Hand	81
Die Ausnahme für ein Loch bringt die Wahrheit ans Licht	81
Die überflüssige Mathematik der Stetigkeit aussortieren	82
Kapitel 8	
Grenzwerte auswerten	83
Einfache Grenzwerte	83
Grenzwerte, die Sie sich merken sollten	83
Einsetzen und Einkochen	84
Die »echten« Aufgabenstellungen mit Grenzwert	84
Einen Grenzwert mit dem Taschenrechner bestimmen	84
Aufgabenstellungen mit Grenzwert algebraisch lösen	86
Grenzwerte bei unendlich auswerten	88
Grenzwerte bei unendlich und horizontale Asymptoten	88
Algebra für Grenzwerte bei unendlich verwenden	89

Analysis kompakt für Dummies

Teil IV		
Differentiation		91
Kapitel 9		
Differentiation – Orientierung		93
Differentiation: Sucht die Steigung!		93
Die Steigung einer Geraden		95
Die Ableitung einer Geraden		96
Die Ableitung: Einfach eine Änderungsrate		97
Geschwindigkeit – die uns vertrauteste Änderungsrate		97
Die Beziehung zwischen Änderungsrate und Steigung		98
Die Ableitung einer Kurve		98
Der Differenzquotient		100
Durchschnittliche Änderungsrate und momentane Änderungsrate		106
Sein oder nicht sein? Drei Fälle, in denen die Ableitung nicht existiert		107
Kapitel 10		
Regeln für die Differentiation – was sein muss, muss sein!		109
Grundlegende Regeln der Differentiation		109
Die Konstantenregel		109
Die Potenzregel		109
Die Regeln zu dem Vielfachen von Konstanten		111
Die Summenregel – und die kennen Sie schon		111
Die Differenzregel – macht kaum einen Unterschied		111
Trigonometrische Funktionen differenzieren		111
Exponentielle und logarithmische Funktionen differenzieren		112
Differentiationsregeln für Profis – Wir sind die Champs!		113
Die Produktregel		113
Die Quotientenregel		114
Die Kettenregel		114
Kapitel 11		
Differentiation und die Form von Kurven		117
Ein Ausflug mit der Analysisgruppe		117
Über die Berge und durch die Täler: Positive und negative Steigungen		118
Krümmung und Wendepunkte		118
Das Tal der Tränen: Ein lokales Minimum		119
Ein atemberaubender Ausblick: Das absolute Maximum		119
Autopanne: Auf dem Scheitelpunkt hängen geblieben		119
Von nun an ging's bergab!		119
Ihr Reisetagebuch		119
Lokale Extremwerte finden		120
Die kritischen Werte herausleihern		120

Inhaltsverzeichnis

Der Test der ersten Ableitung	121
Der Test der zweiten Ableitung – Tests, Tests, Tests!	123
Absolute Extremwerte für ein geschlossenes Intervall finden	124
Die absoluten Extremwerte über den gesamten Definitionsbereich einer Funktion finden	126
Krümmung und Wendepunkte bestimmen	127
Die Graphen von Ableitungen – Bis zum Abwinken	129
Kapitel 12	
Problemlos glücklich: Der Differentiation sei Dank!	133
Wie Sie das meiste aus Ihrem Leben machen: Optimierungsprobleme	133
Das maximale Volumen einer Schachtel	133
Husch, husch: Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung	135
Maximale und minimale Höhe	138
Geschwindigkeit und Abstand	138
Gesamte zurückgelegte Distanz	139
Gummigeruch und Bremsstreifen: Beschleunigung und Abbremsen	140
Und jetzt alles zusammen	140
(Relativ) verkettete Änderungsraten	140
Einen Trog auffüllen	141
Tangenten und Normalen: Auf die Spitze getrieben	143
Die Aufgabenstellung mit der Tangente	143
Das Normallinienproblem	145
Teil V	
Integration	149
Kapitel 13	
Integration und Flächenannäherung – Ein Einstieg	151
Die Fläche unter einer Kurve bestimmen	151
Der Umgang mit negativen Flächen	152
Flächen annähern	153
Flächen mit Hilfe linker Summen annähern	153
Flächen mit Hilfe rechter Summen annähern	155
Die Summennotation	157
Die Grundlagen summieren	157
Riemann-Summen in Sigma-Notation	158
Exakte Flächen mit Hilfe des bestimmten Integrals ermitteln	160
Kapitel 14	
Integration: Die Rückwärts-Differentiation	163
Stammfunktionen suchen – die umgekehrte Differentiation	163
Das Vokabular: Welchen Unterschied macht es?	164
Die müßige Flächenfunktion	164

Analysis kompakt für Dummies

Ruhm und Ehre mit dem Hauptsatz der Analysis	167
Der Hauptsatz der Analysis: Teil 2	170
Warum der Hauptsatz funktioniert: Die Verbindung zwischen Integration und Differentiation	172
Stammfunktionen finden: Drei grundlegende Techniken	174
Umkehrregeln für Stammfunktionen	174
Raten und Prüfen	176
Die Substitutionsmethode	178
Flächen mit Hilfe von Substitutionsaufgaben bestimmen	179
Kapitel 15	
Integrationstechniken für Profis	183
Teilweise (partielle) Integration: Teilen und Herrschen!	183
Das u auswählen	185
Teilweise Integration: Beim zweiten wie beim ersten Mal	187
A, B und C in Teilbrüchen (Partialbrüchen)	188
1. Fall: Der Nenner enthält nur lineare Faktoren	188
2. Fall: Der Nenner enthält nicht zu kürzende quadratische Faktoren	189
Bonusrunde: Koeffizienten ähnlicher Terme gleichsetzen	191
Kapitel 16	
Grau ist alle Theorie: Mit Integralen echte Probleme lösen	193
Der Mittelwertsatz für Integrale und der Durchschnittswert	193
Die Fläche zwischen zwei Kurven – Der doppelte Spaß	197
Die Volumen unregelmäßiger Körper ermitteln	200
Die Pfannkuchenstapelmethode	200
Die Stapel-Donuts-auf-den-sich-jemand-gesetzt-hat-Methode	201
Bogenlängen analysieren	203
Die Regel von L'Hôpital: Analysis für die Kranken	205
Uneigentliche Integrale: Am Verlauf zu erkennen	206
Uneigentliche Integrale mit vertikalen Asymptoten	206
Uneigentliche Integrale mit einer oder zwei unendlichen Integrationsgrenzen	208
Teil VI	
Der Top-Ten-Teil	211
Kapitel 17	
Zehn Dinge, die Sie sich merken sollten	213
Den Platz, wo Ihre Sonnenbrille liegt	213
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	213
$\frac{0}{5} = 0$, aber $\frac{5}{0}$ ist undefiniert	213

Inhaltsverzeichnis

Irgendetwas ⁰ = 1	213
SghKahTga	214
Trigonometrische Werte für 30-, 45- und 60-Grad-Winkel	214
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	214
Die Produktregel	214
Die Quotientenregel	214
Wo Sie Ihre Schlüssel hingelegt haben	214
 Kapitel 18	
Zehn Dinge, die Sie vergessen können	215
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 -$ Falsch!	215
$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b -$ Falsch!	215
Steigung = $\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} -$ Falsch!	215
$\frac{3a+b}{3a+c} = \frac{b}{c} -$ Falsch!	215
$\frac{d}{dx}\pi^3 = 3\pi^2 -$ Falsch!	216
Wenn k eine Konstante ist, dann ist $\frac{d}{dx}kx = k'x + kx' -$ Falsch!	216
Die Quotientenregel ist $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v'u - vu'}{v^2} -$ Falsch!	216
$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 -$ Falsch!	216
$\int (\sin x) dx = \cos x + C -$ Falsch!	216
Den Satz von Green	216
 Stichwortverzeichnis	
	217