2025

BLF

Original-Prüf
mit Lösungen

MEHR ERFAHREN

Sachsen

Mathematik 10.

PDF

STARK

Inhalt

Hinweise und Tipps zur Besonderen Leistungsfeststellung

Original-Aufgaben der Besonderen Leistungsfeststellung

Besondere Leistungsfeststellung 2024
Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode auf der Umschlaginnenseite vorne im Buch).

Hinweis: In den Jahren 2021 und 2022 fand aufgrund der Coronapandemie keine zentrale BLF statt.

Autorin der Lösungen: Walburg Fruhnert
Autor der CAS-Einführung: Daniel Knöfel

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Übungsbuch unterstützt Sie bei der optimalen Vorbereitung auf die **Besondere Leistungsfeststellung im Fach Mathematik** in der Klasse 10 des Gymnasiums.

- Im ersten Kapitel „**Hinweise und Tipps zur Besonderen Leistungsfeststellung**" erhalten Sie Informationen zum Ablauf und zur Bewertung der Besonderen Leistungsfeststellung. Außerdem finden Sie wertvolle Hinweise und Tipps zur Aufgabenbewältigung während der Besonderen Leistungsfeststellung. Zudem finden Sie auch einige Hinweise zum **Umgang mit dem CAS-Rechner inklusive Videos**.

- Außerdem erhalten Sie mit diesem Buch die **Original-Aufgaben der Besonderen Leistungsfeststellung von 2014 bis 2020 und 2023** im Buch sowie die **Original-Prüfung 2024** auf der Plattform **MySTARK zum Download**. Sie ermöglichen Ihnen während Ihrer Vorbereitungsphase eine Kontrolle, ob Sie bereits fit für die Prüfung sind. In den Jahren 2021 und 2022 fand aufgrund der Coronapandemie keine zentrale BLF statt.

- Sollten Sie einmal nicht weiterkommen, helfen Ihnen die **Lösungstipps**. Wenn Sie mit einer Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise diese Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.

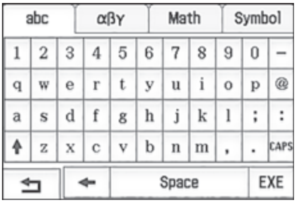
- Zu allen Aufgaben finden Sie von mir ausgearbeitete **vollständige Lösungen**. Mit Ihnen können Sie eigenständig kontrollieren, ob Sie die Aufgaben richtig gelöst haben. Sie helfen Ihnen dabei, die einzelnen Rechenschritte genau nachzuvollziehen.

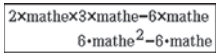
- Der Zugangscode auf der Umschlaginnenseite vorne im Buch ermöglicht Ihnen, Aufgaben im Rahmen eines **Online-Prüfungstrainings zum hilfsmittelfreien Teil der BLF** interaktiv zu lösen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der BLF 2025 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu unter www.stark-verlag.de/mystark (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite vorne im Buch).

Ich wünsche Ihnen für die Besondere Leistungsfeststellung viel Erfolg!

Darüber hinaus lassen sich per virtueller Tatstatur zusätzliche Kombinationen als Variablen einstellen. Diese beschränken sich auf maximal 8 Zeichen. Jede Kombination muss für Berechnungen durch mathematische Operatoren getrennt werden.





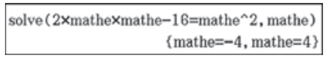
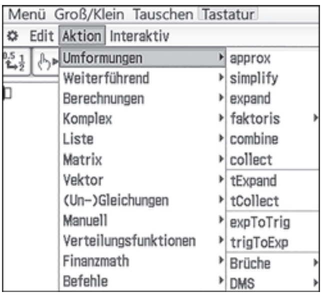


Tabelle 3: Zusammenfassen von Termen und Lösen von Gleichungen bei Nutzung von Variablenstrings

Termumformungen per Befehl:
Einfache Termstrukturen wie z. B. Potenzen werden nach Eingabe verkürzt dargestellt. Umfangreichere Verknüpfungen erfordern weiterführende Befehle. Diese können entweder aus dem Menü *Aktion/Umformungen* entnommen oder per Tastatur eingegeben werden.

	*simplify* simplify((x^2−x)/(x^3+x^2)) $\frac{x-1}{x\cdot(x+1)}$	vereinfachen
	expand expand((x+1)(x−2)) x^2-x-2	ausmultiplizieren
	faktor, rfaktor rFactor(x^2−4x−5) $(x+1)\cdot(x-5)$	faktorisieren, zerlegen in Linearfaktoren
	combine define f(x)=x^2+2 define g(h)=h+2 combine(f(g(h))) $h^2+4\cdot h+6$	Terme verbinden und verketten

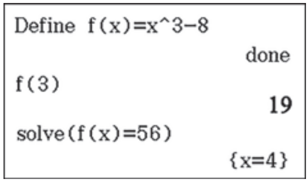
<table>
<tr>
<td></td>
<td>define
</td>
<td>Funktionen definieren und berechnen von Funktionswerten oder Argumenten</td>
</tr>
</table>

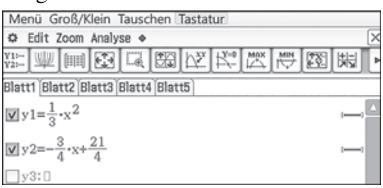
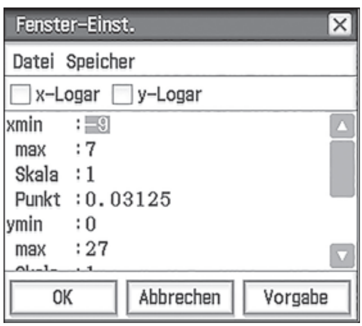
Tabelle 4: Weiterführende Umformungen von Termstrukturen mittels Befehlen

Variablen im Anwendungskontext Lösen von Gleichungssystemen

Häufig werden im Aufgabenteil B anwendungsbezogene Aufgaben formuliert und mittels mathematischer Modellbildung Lösungen für detailbezogene Fragestellungen erwartet. Mit dem Classpad bestehen mehrere Möglichkeiten zur Abbildung und Lösung von Gleichungssystemen. Diese werden zur Modellbildung genutzt, wenn der beschriebene Sachverhalt in der Aufstellung von mehreren Gleichungen mit jeweils derselben Lösung dargestellt wird.

Beispiel:
Der Querschnitt einer Flutrinne mit linksseitiger Böschung senkrecht zur Flussrichtung wird modellhaft durch die Funktion $f(x)=\frac{1}{3}x^2$ $(x \in \mathbb{R}; -9 \le x \le a)$ beschrieben.
Die Rinne füllt sich, wenn der Wasserstand rechtseitig über die Querschnittsfläche (hier modelliert als Gerade) $g(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{21}{4}$ $(x \in \mathbb{R}; a \le x \le 7)$ steigt.
Bestimmen Sie, ab welcher Höhe des Wasserstandes die Abflussrinne mit Wasser gefüllt wird.

Lösung durch Nutzung der Anwendung: 

<table>
<tr>
<td>Eingabe der Funktionen:
</td>
<td>Einstellung des Fensterausschnittes: 
</td>
</tr>
</table>

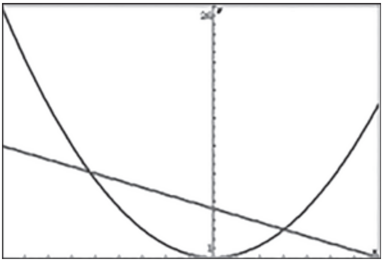
Grafische Darstellung der Funktionen:	Berechnung der Schnittpunktkoordinaten nach Markierung des Grafikfensters: *Schnittpunkt*
	 Mithilfe der Cursortasten kann zwischen den Schnittpunkten gewechselt werden. Der y-Wert des rechten Schnittpunktes stellt in diesem Beispiel die Lösung dar.

Tabelle 5: Darstellung funktioneller Zusammenhänge

Lösung durch Nutzung der Hauptanwendung: 

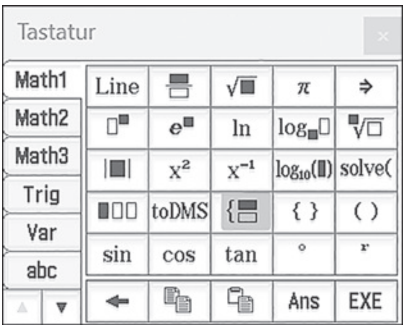
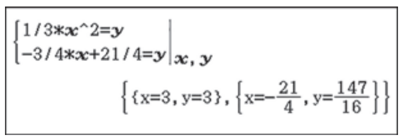
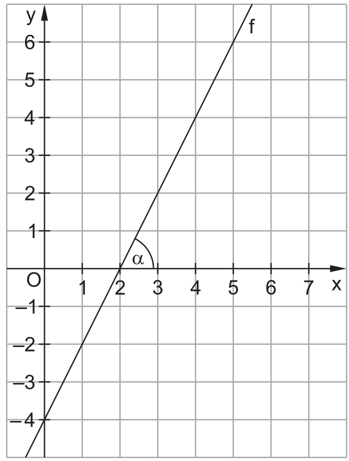
	Eingabe der Funktionen: 

Tabelle 6: Lösen von Gleichungssystemen ohne grafische Veranschaulichung

Der Vorteil dieser Methode gegenüber der grafischen Lösung liegt in der Erweiterbarkeit des Systems auf beliebig viele Variablen und Gleichungen durch mehrmaliges Auswählen der markierten Schaltfläche.

Teil B

1 Nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f.



1.1 Geben Sie den Funktionswert für $x = 1$ sowie das Argument für den Funktionswert 2 an. (2 BE)

1.2 Berechnen Sie die Größe des Winkels α. (2 BE)

1.3 Der Graph der linearen Funktion g schneidet den Graphen von f senkrecht im Punkt $(4|4)$.
Zeichnen Sie den Graphen von g in die Abbildung ein.
Geben Sie eine Funktionsgleichung für g an. (3 BE)

1.4 Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen h und k mit $h(x) = 3 \cdot x + 225$ sowie $k(x) = \frac{3}{4} \cdot x + 162$. (2 BE)

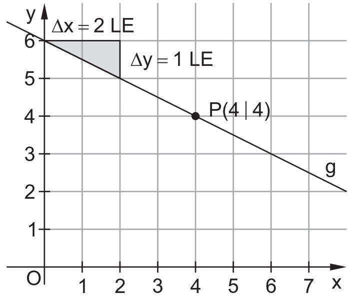
2 Antons Klasse macht eine Klassenfahrt.

2.1 Zur Vorbereitung eines Spielenachmittags haben alle 24 Schüler der Klasse ihr Lieblingsspiel angegeben. Dabei nannten 12 Schüler das Spiel UNO, 8 Monopoly und 4 Skat.
Stellen Sie die Anteile der genannten Lieblingsspiele in einem Kreisdiagramm dar. (2 BE)

2.2 Am Spielenachmittag spielt Anton mit Freunden UNO. Ein UNO-Spiel hat insgesamt 108 Karten; davon sind 8 Farbwahlkarten. Die Karten werden einzeln nacheinander zufällig ausgeteilt.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die erste ausgeteilte Karte eine Farbwahlkarte ist.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „Die erste ausgeteilte Karte ist keine Farbwahlkarte und die zweite ausgeteilte Karte ist eine Farbwahlkarte". (3 BE)

2.3 Anton hat an den vier Tagen der Klassenfahrt von seinem Taschengeld folgende Beträge ausgegeben: 1. Tag 3,85 €, 2. Tag 1,92 €, 3. Tag 5,76 €, 4. Tag 12,44 €.
Geben Sie die Bedeutung des Terms $\frac{1}{4} \cdot (3{,}85 + 1{,}92 + 5{,}76 + 12{,}44)$ im Sachzusammenhang an. (1 BE)

Erklärung der Lösung:
1. Möglichkeit:
Der Graph g gehört zu einer Funktion der Form $y = m \cdot x + n$.
Der y-Achsenabschnitt ist aus der Darstellung mit $n = 6$ ganzzahlig ablesbar.



Den Anstieg m ermittelt man mithilfe des Anstiegsdreiecks (siehe Zeichnung):

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 \downarrow \text{ eine Einheit entgegen y-Richtung}}{2 \rightarrow \text{ zwei Einheiten in x-Richtung}}$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

2. Möglichkeit:
Schneiden sich zwei lineare Funktionen senkrecht zueinander, gilt für ihre Anstiege $m_1 \cdot m_2 = -1 \quad (f(x) = m_1 \cdot x + n_1,\ g(x) = m_2 \cdot x + n_2)$.
Mit $m_1 = 2$ (siehe Teilaufgabe 1.2) gilt für m_2:

$$2 \cdot m_2 = -1 \quad |:2$$

$$m_2 = -\frac{1}{2}$$

Der Punkt P(4 | 4) liegt auf beiden Graphen und muss deshalb mit seinen Koordinaten die Funktionsgleichungen erfüllen.

$$4 = -\frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot \cancel{4}^2 + n_2$$

$$4 = -2 + n_2 \qquad |+2$$

$$6 = n_2$$

Ergebnis:

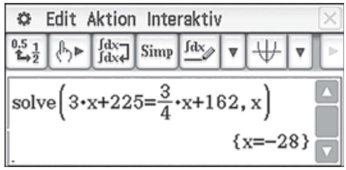
$$g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$$

1.4 Die Graphen der zwei linearen Funktionen h $(h(x) = 3 \cdot x + 225;\ x \in \mathbb{R})$ und k $(k(x) = \frac{3}{4} \cdot x + 162;\ x \in \mathbb{R})$ schneiden einander.

Erklärung der Lösung:
Die Koordinaten des Schnittpunktes S(x | y) erfüllen deshalb beide Funktionsgleichungen. Das heißt, dass für ein bestimmtes Argument x $(x \in \mathbb{R})$ die Funktionswerte h(x) und k(x) übereinstimmen. Die Schnittpunktkoordinaten können auf verschiedenen Wegen mit dem GTR mit CAS ermittelt, aber auch berechnet werden.

1. Möglichkeit:
Die Schnittpunktkoordinaten werden unter Benutzung des „solve“-Befehls des Taschenrechners zum Lösen der Gleichung im Main-Menü ermittelt.

$$h(x) = k(x)$$
$$x = -28$$
$$h(-28) = 3 \cdot (-28) + 225 = 141$$

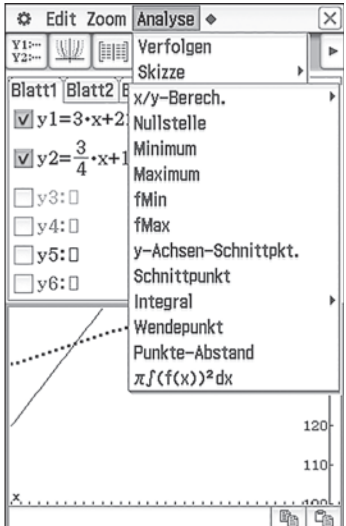


Ergebnis:
$\underline{\underline{S(-28\,|\,141)}}$

2. Möglichkeit:
Die Lösung wird grafisch über die Schnittpunktbestimmung im Menü „Grafik & Tabelle“ ermittelt.

Eingabe der Funktionsgleichungen:

$$h(x) = 3 \cdot x + 225 \quad \Rightarrow \quad y_1$$
$$k(x) = \frac{3}{4} \cdot x + 162 \quad \Rightarrow \quad y_2$$



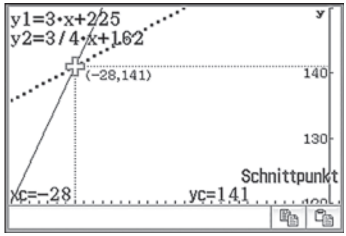
Abschätzung für eine günstige Fenstereinstellung:

$h^*(x) = 3 \cdot x + 220 \qquad k^*(x) = 1 \cdot x + 160$

h* hat den dreifachen Anstieg von k* und liegt auf der y-Achse mit seinem Graphen über dem von k* ($220 > 160$).
Der Schnittpunkt der beiden Graphen ist im II. Quadranten zu finden:

$$h^*(-30) = 3 \cdot (-30) + 220 = 130$$
$$k^*(-30) = 1 \cdot (-30) + 160 = 130$$

Schnittpunktangabe:
S(–28 | 141)



Ergebnis:
Die Koordinaten des Schnittpunktes der Graphen der Funktionen h und k sind x = –28 und y = 141.

3. Möglichkeit: Berechnung

$$3 \cdot x + 225 = \frac{3}{4} \cdot x + 162 \qquad \Big| -\frac{3}{4}x$$

$$\frac{12}{4}x - \frac{3}{4}x + 225 = 162 \qquad \Big| -225$$

$$\frac{9}{4}x = -63 \qquad \Big| \cdot \frac{4}{9}$$

$$x = -\frac{\cancel{63}^{7}}{1} \cdot \frac{4}{\cancel{9}_{1}}$$

$$x = -28$$

$$3 \cdot (-28) + 225 = \frac{3}{4} \cdot (-28) + 162 = 141$$

Ergebnis:
S(–28 | 141)

2.1 Die Grundmenge ist mit 24 Schülern gegeben, sie entsprechen 100 % bzw. einem Vollkreis mit 360°.

Schülerzahl	Anteil	Winkelmaß
24	1	360°
12	$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ von 360° = 180°
8	$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$ von 360° = 120°
4	$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$ von 360° = 60°
1	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$ von 360° = 15°