

Inhaltsübersicht zu Band 1 und Band 2

Band 1

Erster Teil Der Formalismus und seine Deutung

1. Die Ursprünge der Quantentheorie
2. Materiewellen und Schrödinger-Gleichung
3. Eindimensionale Quantensysteme
4. Statistische Deutung und Unschärferelationen
5. Der Formalismus der Wellenmechanik und seine Deutung
6. Klassische Näherung und WKB-Methode
7. Der allgemeine Formalismus: Der mathematische Rahmen
8. Der allgemeine Formalismus: Der physikalische Inhalt

Zweiter Teil Einfache Systeme

9. Trennung der Variablen. Zentralpotential
10. Streuprobleme, Streuphasen
11. Die Coulombwechselwirkung
12. Der harmonische Oszillator

Anhang

- A Distributionen, δ -Funktion und Fouriertransformation
- B Spezielle Funktionen und damit zusammenhängende Formeln
- Index von Band 1

Band 2

Dritter Teil Symmetrien und Invarianz

13. Der Drehimpuls in der Quantenmechanik
14. Identische Teilchen. Pauli-Prinzip
15. Invarianz und Erhaltungssätze. Zeitumkehr

Vierter Teil Näherungsmethoden

16. Stationäre Störungen
17. Näherungslösungen der Bewegungsgleichung
18. Variationsmethode und damit zusammenhängende Probleme
19. Streutheorie

Fünfter Teil Elemente der Relativistischen Quantenmechanik

20. Relativistische Theorie des Elektrons
21. Quantisierung des elektromagnetischen Feldes

Anhang

- C Vektoradditionskoeffizienten und Rotationsmatrizen
- D Elemente der Gruppentheorie
- Gesamtindex

Inhalt

Erster Teil Der Formalismus und seine Deutung

1 Die Ursprünge der Quantentheorie	15
Einleitung	15
1.1 Das Ende der klassischen Periode	16
1.1.1 Die klassische theoretische Physik	18
1.1.2 Der Fortschritt in der Kenntnis der mikroskopischen Vorgänge und das Auftreten der Quanten in der Physik	18
1.2 Lichtquanten oder Photonen	22
1.2.1 Der photoelektrische Effekt	22
1.2.2 Der Compton-Effekt	23
1.2.3 Lichtquanten und Interferenzerscheinungen	27
1.2.4 Schlußfolgerungen	29
1.3 Die Quantisierung bei materiellen Systemen	30
1.3.1 Atomspektroskopie und Schwierigkeiten des klassischen Rutherford-Modells	30
1.3.2 Quantisierung der Energieniveaus der Atome	31
1.3.3 Andere Quantisierungsbeispiele: Richtungsquantelung	33
1.4 Korrespondenzprinzip und ältere Quantentheorie	35
1.4.1 Mängel der klassischen Korpuskulartheorie	35
1.4.2 Das Korrespondenzprinzip	36
1.4.3 Anwendung des Korrespondenzprinzips auf die Berechnung der Rydberg-Konstante	37
1.4.4 Lagrange- und Hamiltonform der Gleichungen der klassischen Mechanik	38
1.4.5 Die Quantisierungsregeln von Bohr-Sommerfeld	41
1.4.6 Erfolge und Grenzen der älteren Quantentheorie	45
1.4.7 Schlußfolgerungen	47
Aufgaben	48
2 Materiewellen und Schrödinger-Gleichung	
Historischer Abriß und allgemeine Übersicht über die folgenden Kapitel	50
2.1 Materiewellen	53
2.1.1 Einleitung	53
2.1.2 Freies Wellenpaket, Phasen- und Gruppengeschwindigkeit	54
2.1.3 Wellenpaket in einem langsam veränderlichen Feld	57
2.1.4 Quantisierung der Energieniveaus von Atomen	58
2.1.5 Beugung von Materiewellen	59
2.1.6 Korpuskularstruktur der Materie	60
2.1.7 Universeller Charakter des Welle-Teilchen-Dualismus	62
2.2 Die Schrödinger-Gleichung	62
2.2.1 Erhaltungssatz für die Anzahl materieller Teilchen	62

2.2.2 Notwendigkeit einer Wellengleichung und Bedingungen für diese Gleichung	63
2.2.3 Der Begriff des Operators	64
2.2.4 Wellengleichung für ein freies Teilchen	66
2.2.5 Teilchen in einem skalaren Potential	67
2.2.6 Geladenes Teilchen in einem elektromagnetischen Feld	68
2.2.7 Allgemeine Regel für die Aufstellung der Schrödinger-Gleichung	69
2.3 Die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung	73
2.3.1 Stationäre Lösungen	73
2.3.2 Allgemeine Eigenschaften der Gleichung	73
Art des Energiespektrums	73
Aufgaben	75
3 Eindimensionale Quantensysteme	
Einleitung	78
3.1 Rechteckpotentiale	79
3.1.1 Allgemeines	79
3.1.2 Potentialstufe, Reflexion und Transmission von Wellen	80
3.1.3 Unendlich hohe Potentialschwelle	85
3.1.4 Rechteckiger, unendlich tiefer Potentialtopf. Diskretes Spektrum.	86
3.1.5 Endlich tiefer, rechteckiger Potentialtopf, Resonanzen	87
3.1.6 Durchgang durch einen rechteckigen Potentialwall, Tunneleffekt	94
3.2 Allgemeine Eigenschaften der eindimensionalen Schrödinger-Gleichung	95
3.2.1 Eigenschaft der Wronski-Determinante	95
3.2.2 Asymptotisches Verhalten der Lösungen	97
3.2.3 Das Eigenwertspektrum	100
3.2.4 Ungebundene Zustände: Reflexion und Transmission von Wellen	101
3.2.5 Knotenzahl gebundener Zustände	104
3.2.6 Orthogonalitätsrelationen	105
3.2.7 Bemerkung über die Parität	106
Aufgaben	108
4 Statistische Deutung des Welle-Teilchen-Dualismus und Unschärferelationen	
Einleitung	109
4.1 Statistische Deutung der Wellenfunktionen in der Wellenmechanik . .	110
4.1.1 Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse von Orts- und Impuls-messungen	110
4.1.2 Erhaltung der Norm	113
4.1.3 Der Begriff des Stroms	114
4.1.4 Mittelwerte von Funktionen von r oder p	115
4.1.5 Erweiterung auf Mehrteilchensysteme	118
4.2 Die Heisenbergschen Unschärferelationen	121
4.2.1 Ort-Impuls-Ungleichungsrelationen für ein Teilchen	121

4.2.2 Strenge Formulierung der Ort-Impuls-Unschärferelation	124
4.2.3 Verallgemeinerung: Unschärferelationen zwischen kanonisch konjugierten (kartesischen) Variablen	125
4.2.4 Energie-Zeit-Unschärferelation	126
4.2.5 Unschärferelationen für Photonen	128
4.3 Unschärferelationen und Meßprozeß	129
4.3.1 Unkontrollierbare Störung während des Meßvorgangs	129
4.3.2 Ortsmessungen	132
4.3.3 Impulsmessung	134
4.4 Die Beschreibung physikalischer Vorgänge in der Quantentheorie, Komplementarität und Kausalität	138
4.4.1 Probleme der statistischen Deutung	138
4.4.2 Beschreibung mikroskopischer Erscheinungen und Komplementarität	140
4.4.3 Komplementäre Variablen. Kompatible Variablen	141
4.4.4 Welle-Teilchen-Dualismus und Komplementarität	143
4.4.5 Komplementarität und Kausalität	144
Aufgaben	146
5 Der Formalismus der Wellenmechanik und seine Deutung	
Einleitung	149
5.1 Hermitische Operatoren und physikalische Größen	150
5.1.1 Der Raum der Wellenfunktionen	150
5.1.2 Definition der Mittelwerte	152
5.1.3 Fehlende Schwankung und Eigenwertproblem	154
5.2 Untersuchung des diskreten Spektrums	157
5.2.1 Eigenwerte und Eigenfunktionen eines hermitischen Operators	157
5.2.2 Entwicklung einer Wellenfunktion nach orthonormierten Eigenfunktionen	159
5.2.3 Statistische Verteilung der Meßergebnisse für eine Größe, für die der zugeordnete Operator ein vollständiges System von Eigenfunktionen mit endlicher Norm besitzt	161
5.3 Statistik der Messungen im allgemeinen Fall	164
5.3.1 Die Schwierigkeiten beim kontinuierlichen Spektrum. Einführung der Diracschen δ -Funktion	164
5.3.2 Entwicklung nach Eigenfunktionen im allgemeinen Fall	168
5.3.3 Statistische Verteilung der Meßergebnisse im allgemeinen Fall	172
5.3.4 Andere Möglichkeiten der Behandlung des kontinuierlichen Spektrums	174
5.3.5 Bemerkungen und Beispiele	177
5.4 Die Bestimmung der Wellenfunktion	179
5.4.1 Meßprozeß und Reduktion des Wellenpakets (Zustandsreduktion). Idealmessungen	179

10 Inhalt

5.4.2	Vertauschbare Observable und kompatible Variable	181
5.4.3	Vollständige Menge kommutierender Observabler	183
5.4.4	Reine und gemischte Fälle	185
5.5	Kommutatoralgebra und ihre Anwendungen	186
5.5.1	Kommutatoralgebra und Eigenschaften der fundamentalen Kommutatoren	186
5.5.2	Vertauschungsrelationen des Drehimpulses	188
5.5.3	Zeitliche Änderung der statistischen Verteilung Konstanten der Bewegung	189
5.5.4	Beispiele für Konstanten der Bewegung. Energie, Parität	191
	Aufgaben	192
6	Klassische Näherung und WKB-Methode	
6.1	Der klassische Grenzfall der Wellenmechanik	194
6.1.1	Allgemeines	194
6.1.2	Das Theorem von Ehrenfest	196
6.1.3	Bewegung und Zerfließen von Wellenpaketen	197
6.1.4	Der klassische Grenzfall der Schrödinger-Gleichung	201
6.1.5	Anwendung auf die Coulomb-Streuung. Rutherford-Formel	205
6.2	Die WKB-Methode	208
6.2.1	Das Prinzip der Methode	208
6.2.2	WKB-Lösungen im eindimensionalen Fall	208
6.2.3	Voraussetzungen für die Gültigkeit der WKB-Näherung	210
6.2.4	Umkehrpunkte und Anschlußbedingungen	211
6.2.5	Durchgang durch einen Potentialwall	213
6.2.6	Energieniveaus eines Potentialtopfes	215
	Aufgaben	217
7	Der allgemeine Formalismus der Quantentheorie	
	Der mathematische Rahmen	
	Superpositionsprinzip und Darstellung dynamischer Zustände durch Vektoren	219
7.1	Vektoren und Operatoren	221
7.1.1	Der Vektorraum. Ket-Vektoren	227
7.1.2	Dualer Raum. Bra-Vektoren	222
7.1.3	Skalarprodukt	223
7.1.4	Lineare Operatoren	225
7.1.5	Tensorprodukt zweier Vektorräume	227
7.2	Hermitische Operatoren, Projektoren und Observable	229
7.2.1	Adjungierte Operatoren und Konjugationsbeziehungen	229
7.2.2	Hermitische (oder selbstadjungierte) Operatoren, positiv definite hermitische Operatoren, unitäre Operatoren	230
7.2.3	Das Eigenwertproblem und Observable	231
7.2.4	Projektoren (oder Projektionsoperatoren)	233
7.2.5	Algebra der Projektionsoperatoren	236

7.2.6 Observable mit einem vollständig diskreten Spektrum	239
7.2.7 Observable im allgemeinen Fall und verallgemeinerte Vollständigkeitsrelation	240
7.2.8 Observablenfunktionen	243
7.2.9 Operatoren, die mit einer Observablen vertauschen. Kommutierende Observable	244
7.3 Darstellungstheorie	245
7.3.1 Allgemeines über endliche Matrizen	245
7.3.2 Quadratische Matrizen	247
7.3.3 Erweiterung auf unendliche Matrizen	250
7.3.4 Darstellung von Vektoren und Operatoren durch Matrizen . .	252
7.3.5 Transformation von Matrizen	255
7.3.6 Darstellungswechsel	257
7.3.7 Unitäre Transformationen von Operatoren und Vektoren .	259
Aufgaben	261
8 Der allgemeine Formalismus der Quantentheorie	
Die Beschreibung der physikalischen Erscheinungen	
Einleitung	264
8.1 Zustände und physikalische Größen	265
8.1.1 Definition der Wahrscheinlichkeiten. Postulate über die Messung	265
8.1.2 Die Observablen eines quantenmechanischen Systems und ihre Vertauschungsrelationen	268
8.1.3 Die Heisenbergschen Unschärferelationen	269
8.1.4 Definition der Zustände und Konstruktion des Raumes \mathfrak{E} . .	270
8.1.5 Eindimensionale Quantensysteme mit klassischem Analogon .	271
8.1.6 Konstruktion des Zustandsraums durch Bildung des Tensor- produkts aus einfacheren Räumen	275
8.2 Die Bewegungsgleichungen	277
8.2.1 Entwicklungsoperator und Schrödinger-Gleichung	277
8.2.2 Das Schrödinger-Bild	280
8.2.3 Das Heisenberg-Bild	281
8.2.4 Heisenberg-Bild und Korrespondenzprinzip	283
8.2.5 Erhaltungsgrößen	284
8.2.6 Bewegungsgleichungen für Mittelwerte und Energie-Zeit- Ungeschärferelation	285
8.2.7 Andere Bilder. Wechselwirkungsbild	286
8.3 Verschiedene Darstellungen der Theorie	288
8.3.1 Definition einer Darstellung	288
8.3.2 Die Wellenmechanik	289
8.3.3 Die $\{p\}$ -Darstellung	291
8.3.4 Ein Beispiel: Bewegung eines freien Wellenpakets	293
8.3.5 Andere Darstellungen. Darstellungen, in der die Energie dia- gonal ist	294

8.4 Quantenstatistik	295
8.4.1 Unvollständig bekannte Systeme und statistische Gemische	295
8.4.2 Der Dichteoperator	296
8.4.3 Zeitliche Entwicklung eines statistischen Gemischs	298
8.4.4 Charakteristische Eigenschaften des Dichteoperators	299
8.4.5 Reine Fälle	300
8.4.6 Klassische und Quantenstatistik	301
Aufgaben	302
 <i>Zweiter Teil Einfache Systeme</i>	
9 Lösung der Schrödinger-Gleichung durch Trennung der Variablen	
Zentralpotential	
Einleitung	307
9.1 Teilchen in einem Zentralpotential. Allgemeine Behandlung	308
9.1.1 Der Hamilton-Operator in sphärischen Polarkoordinaten	308
9.1.2 Separation der Winkelvariablen. Kugelfunktionen	312
9.1.3 Die Radialgleichung	313
9.1.4 Eigenlösungen der Radialgleichung. Eigenschaften des Spektrums	315
9.1.5 Schlußfolgerungen	316
9.2 Kugelsymmetrischer Potentialtopf. Freies Teilchen	317
9.2.1 Sphärische Bessel-Funktionen	317
9.2.2 Freies Teilchen. Ebene Wellen und freie Kugelwellen	318
9.2.3 Entwicklung der ebenen Welle nach Kugelfunktionen	319
9.2.4 Untersuchung eines kugelsymmetrischen Potentialtopfes	321
9.3 Zweikörperprobleme. Separation der Schwerpunktsbewegung	323
9.3.1 Separation der Schwerpunktsbewegung in der klassischen Mechanik	323
9.3.2 Separation der Schwerpunktsbewegung bei einem quanten-mechanischen Zweiteilchensystem	324
9.3.3 Erweiterung auf Systeme mit mehr als zwei Teilchen	326
Aufgaben	327
10 Streuprobleme. Zentralpotential und Streuphasenmethode	
Einleitung	331
10.1 Wirkungsquerschnitte und Streuamplituden	331
10.1.1 Definition der Wirkungsquerschnitte	331
10.1.2 Stationäre Streuwelle	333
10.1.3 Beschreibung der Streuung mit Hilfe von Wellenpaketen	334
10.1.4 Potentialstreuung eines Wellenpakets	336
10.1.5 Berechnung der Wirkungsquerschnitte	338
10.1.6 Stoß zweier Teilchen. Laborsystem und Schwerpunktssystem .	339
10.2 Streuung an einem Zentralpotential. Streuphasen	344
10.2.1 Partialwellenzerlegung. Streuphasenmethode	344

10.2.2 Halbklassische Beschreibung der Streuung. Stoßparameter	346
10.3 Potential endlicher Reichweite	348
10.3.1 Beziehung zwischen der Streuphase und der logarithmischen Ableitung	348
10.3.2 Verhalten der Streuphase bei niedrigen Energien ($\lambda \rightarrow \infty$)	350
10.3.3 Partialwellen höherer Ordnung. Konvergenz der Reihe ($l \rightarrow \infty$)	351
10.3.4 Streuung an einer harten Kugel	352
10.4 Resonanzstreuung	354
10.4.1 Streuung an einem tiefen Potentialtopf	354
10.4.2 Untersuchung einer Streuresonanz. Metastabile Zustände	356
10.4.3 Beobachtung der Lebensdauer metastabiler Zustände	358
10.5 Verschiedene Formeln und Eigenschaften	360
10.5.1 Integraldarstellung der Streuphasen	360
10.5.2 Potentialabhängigkeit und Vorzeichen der Streuphasen	361
10.5.3 Bornsche Näherung	362
10.5.4 Effektive Reichweite. Die Bethesche Formel	363
Aufgaben	365
11 Die Coulomb-Wechselwirkung	
Einleitung	367
11.1 Das Wasserstoffatom	368
11.1.1 Die Schrödinger-Gleichung des Wasserstoffatoms	368
11.1.2 Größenordnung der Bindungsenergie des Grundzustands	369
11.1.3 Lösung der Schrödinger-Gleichung in Kugelkoordinaten	370
11.1.4 Energiespektrum. Entartung	372
11.1.5 Die Eigenfunktionen der gebundenen Zustände	374
11.2 Coulomb-Streuung	375
11.2.1 Coulomb-Streuwelle	375
11.2.2 Die Rutherford'sche Streuformel	377
11.2.3 Zerlegung nach Partialwellen	379
11.2.4 Entwicklung der Welle ψ_c nach Kugelfunktionen	380
11.2.5 Modifizierung des Coulomb-Potentials durch eine Wechselwirkung kurzer Reichweite	382
Aufgaben	384
12 Der harmonische Oszillator	
Einleitung	385
12.1 Eigenzustände und Eigenvektoren des Hamilton-Operators	386
12.1.1 Das Eigenwertproblem	386
12.1.2 Einführung der Operatoren a , a^+ und N	387
12.1.3 Spektrum und Basissystem von N	388
12.1.4 Die $\{\tilde{N}\}$ -Darstellung	390
12.1.5 Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren	391
12.1.6 Die $\{\tilde{Q}\}$ -Darstellung. Hermitesche Polynome	392

14 Inhalt

12.2 Anwendung und verschiedene Eigenschaften	393
12.2.1 Erzeugende Funktion der Eigenfunktionen	393
12.2.2 Integration der Heisenbergschen Bewegungsgleichungen.	395
12.2.3 Der klassische und der quantenmechanische Oszillator	396
12.2.4 Bewegung des minimalen Wellenpakets und klassischer Grenzfall	398
12.2.5 Harmonische Oszillatoren im thermodynamischen Gleichgewicht	400
12.3 Mehrdimensionale isotrope harmonische Oszillatoren	403
12.3.1 Allgemeine Behandlung des p -dimensionalen isotropen Oszillators	403
12.3.2 Zweidimensionaler isotroper Oszillator	405
12.3.3 Dreidimensionaler isotroper Oszillator	407
Aufgaben	410
Anhang	413
A Distributionen, δ -„Funktion“ und Fourier-Transformation	415
B Spezielle Funktionen und damit zusammenhängende Formeln	431
Index zu Band 1	449