

Wolfgang Göbels

Fit in Test und Klassenarbeit

Mathematik 9./10. Klasse

3. Auflage 2021

ISBN: 978-3-8044-1598-0

PDF: 978-3-8044-5598-6

© 2017 by C. Bange Verlag GmbH, 96142 Hollfeld

Alle Rechte vorbehalten!

Umschlagfoto: Fotolia.com

Satz und Grafiken: SMP Oehler, Remseck

Druck und Weiterverarbeitung: Druckerei KOPA, Litauen

Tipps zum Training mit diesem Buch

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Heft kannst du dich **optimal** auf deinen **nächsten Mathematik-Test** oder auf deine **Mathematik-Klassenarbeit vorbereiten** und dabei eine gute Leistung erzielen. Es zeigt dir, was bei der nächsten Klassenarbeit drankommen könnte, und hilft dir, **Lücken** in deinem Mathe-Wissen zu **finden** und **gezielt** zu **schließen**. Du kannst damit überprüfen, ob du **gut vorbereitet** bist und den **Prüfungsstoff beherrschst**. Außerdem kannst du für dich klären, ob du die Tests oder Klassenarbeiten in der **vorgegebenen Zeit schaffen** kannst. Und falls du vielleicht **Prüfungsangst** hast, sind die Übungstests, die dir dieses Heft bietet, gut dazu geeignet, diese zu überwinden: Wenn du mit Tests, die echten Tests und Klassenarbeiten **ähnlich** sind, den „Ernstfall“ trainierst, **gewinnst** du an **Sicherheit**, und kein Prüfungsstress wird dich so leicht mehr aus der Ruhe bringen.

Das Heft deckt **maßgeschneidert** alle Anforderungen des **Mathematik-Lehrplans** der **9./10. Klasse** am Gymnasium ab: Quadratwurzeln, quadratische Gleichungen, quadratische Funktionen, Potenzen, Satzgruppe des Pythagoras, Trigonometrie, Körper, Zufallsexperimente, Exponentialgleichungen, Logarithmen, Funktionenlehre, Kreis und Kugel, Winkelfunktionen, bedingte Wahrscheinlichkeit.

Zunächst werden **einzelne Themen** durch „**Kurztests**“ geübt, danach werden diese Einheiten **zusammenfassend** mit einem längeren **Abschlusstest** trainiert. Bei jedem Test ist angegeben, **wie lange** du etwa für die Bearbeitung brauchen solltest. Dabei entsprechen die Kurztests von der Thematik her etwa einem Test oder einer Stegreifaufgabe, die Abschlusstests etwa einer Klassenarbeit oder Schulaufgabe. Wichtiger als das Einhalten der angegebenen Zeit ist jedoch, dass du die Aufgaben richtig löst. Mithilfe des **Punkteschlüssels** kannst du anschließend deine Leistung genau einschätzen.

Damit du mit diesem Heft **selbstständig** arbeiten kannst, gibt es **ausführliche Lösungen** zu allen Tests. Mithilfe des **Inhaltsverzeichnisses** kannst du das Training ganz **gezielt** an deinen **persönlichen Bedürfnissen** ausrichten.

Inhalt

Tests und Abschlusstests für die 9. Klasse

Quadratwurzeln und irrationale Zahlen

Kurztest 1:	Eigenschaften von Quadratwurzeln	20 Minuten	10
Kurztest 2:	Rechnen mit Quadratwurzeln	20 Minuten	11
Kurztest 3:	Nenner rational machen	20 Minuten	12
Abschlusstest 1		75 Minuten	13

Quadratische Gleichungen

Kurztest 4:	Lösung mit quadratischer Ergänzung	25 Minuten	16
Kurztest 5:	Lösung mit dem Satz von Vieta	30 Minuten	17
Kurztest 6:	Lösung mit der p/q-Formel	20 Minuten	18
Kurztest 7:	Sonstige Lösungsverfahren	30 Minuten	19
Abschlusstest 2		75 Minuten	20

Quadratische Funktionen und Parabeln

Kurztest 8:	Zeichnen von Parabeln	15 Minuten	23
Kurztest 9:	Rechnen mit quadratischen Funktionen	20 Minuten	24
Kurztest 10:	Vermischte Anwendungen	20 Minuten	25
Abschlusstest 3		45 Minuten	26

Potenzen mit rationalen Exponenten

Kurztest 11:	Rechnen mit Potenzen	20 Minuten	28
Kurztest 12:	Potenzterme	30 Minuten	29
Kurztest 13:	Potenzgleichungen	30 Minuten	30
Abschlusstest 4		60 Minuten	31

Satzgruppe des Pythagoras

Kurztest 14:	Konstruktionen	15 Minuten	33
Kurztest 15:	Berechnungen	20 Minuten	34
Kurztest 16:	Anwendungen im Koordinatensystem	25 Minuten	35
Kurztest 17:	Anwendungen am Kreis	15 Minuten	37
Kurztest 18:	Kathetensatz und Höhensatz	20 Minuten	38
Abschlusstest 5		60–75 Minuten	39

Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

Kurztest 19: Winkel im Gradmaß und im Bogenmaß	<i>15 Minuten</i>	46
Kurztest 20: Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken	<i>15 Minuten</i>	47
Kurztest 21: Berechnungen in allgemeinen Dreiecken	<i>25 Minuten</i>	48
Abschlusstest 6	<i>75 Minuten</i>	49

Körper

Kurztest 22: Prisma	<i>20 Minuten</i>	51
Kurztest 23: Pyramide	<i>25 Minuten</i>	52
Kurztest 24: Zylinder	<i>25 Minuten</i>	53
Kurztest 25: Kegel	<i>25 Minuten</i>	54
Abschlusstest 7	<i>60 Minuten</i>	55

Zusammengesetzte Zufallsexperimente

Kurztest 26: Pfadregeln mit Baumdiagrammen	<i>30 Minuten</i>	58
Kurztest 27: Erwartungswert	<i>30 Minuten</i>	59
Kurztest 28: Streuungsmaße	<i>30 Minuten</i>	60
Abschlusstest 8	<i>45 Minuten</i>	61

Tests und Abschlusstests für die 10. Klasse

Kreisberechnungen

Kurztest 1: Kreisumfang und Kreisinhalt	20 Minuten	64
Kurztest 2: Approximationen	25 Minuten	65
Kurztest 3: Kreissektoren	25 Minuten	66
Kurztest 4: Kreissegmente	20 Minuten	67
Abschlusstest 1	60 Minuten	68

Exponentialfunktionen und Logarithmen

Kurztest 5: Exponentialfunktionen	20 Minuten	70
Kurztest 6: Exponentialgleichungen	25 Minuten	71
Kurztest 7: Begriff des Logarithmus	25 Minuten	72
Kurztest 8: Logarithmengesetze	20 Minuten	73
Kurztest 9: Logarithmengleichungen	30 Minuten	74
Abschlusstest 2	60–75 Minuten	75

Vertiefung der Funktionenlehre

Kurztest 10: Nullstellen ganzrationaler Funktionen	20 Minuten	79
Kurztest 11: Symmetrie ganzrationaler Funktionen	25 Minuten	80
Kurztest 12: Bestimmung von Gleichungen ganzrationaler Funktionen	20 Minuten	81
Kurztest 13: Trigonometrische Funktionen	20 Minuten	82
Kurztest 14: Umkehrfunktionen	30 Minuten	83
Abschlusstest 3	60–75 Minuten	84

Kugel

Kurztest 15: Kugelvolumen	25 Minuten	87
Kurztest 16: Kugeloberfläche	20 Minuten	88
Kurztest 17: Vergleich mit anderen Körpern	20 Minuten	89
Abschlusstest 4	60 Minuten	90

Winkelberechnungen

Kurztest 18: Winkel am Einheitskreis	15 Minuten	93
Kurztest 19: Berechnungen mit Winkelfunktionen	30 Minuten	94
Kurztest 20: Additionstheoreme	15 Minuten	95
Abschlusstest 5	45 Minuten	96

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Kurztest 21: Vierfeldertafel	<i>15 Minuten</i>	98
Kurztest 22: Satz von Bayes	<i>15 Minuten</i>	99
Kurztest 23: Vermischte Anwendungsaufgaben	<i>15 Minuten</i>	100
Abschlusstest 6	<i>45 Minuten</i>	101

Lösungen Tests und Abschlusstests 9. Klasse	103
--	------------

Lösungen Tests und Abschlusstests 10. Klasse	135
---	------------

Mathematik 9. Klasse



20 Minuten

Quadratwurzeln und irrationale Zahlen

Kurztest 1: Eigenschaften von Quadratwurzeln

1 Bestimme $c \in \mathbb{R}$ so, dass die Gleichung $x^2 = c$ die angegebene Lösung hat.

a) $x = -4$ _____

b) $x = -\sqrt{3}$ _____

c) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ _____

/ 3

2 Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ sind die nachfolgenden Wurzelterme definiert?

a) $\sqrt{a+6}$ _____

b) $\sqrt{0,2-a}$ _____

c) $\sqrt{a^2}$ _____

d) $\sqrt{-a^2}$ _____

e) $\sqrt{(-a)^2}$ _____

f) $\sqrt{a^3}$ _____

g) $\sqrt{-a^3}$ _____

h) $\sqrt{(-a)^3}$ _____

i) $\sqrt{-(-a)^3}$ _____

j) $\sqrt{\frac{3}{(2-a) \cdot a}}$ _____

k) $\sqrt{\frac{-2}{(a+1) \cdot (4-a)}}$ _____

/ 20

3 Unter welcher Bedingung sind die nachfolgenden Aussagen wahr bzw. falsch?

a) $0 < a < b \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$ _____

b) $a > \sqrt{a}$ _____

c) $\sqrt{a^2} = (\sqrt{-a})^2$ _____

d) $\sqrt{a^2} = (-\sqrt{-a})^2$ _____

/ 3

/ 26

Bewertung: 26 – 18 Punkte: 😊 17 – 9 Punkte: 😊 8 – 0 Punkte: ☹



Kurztest 2: Rechnen mit Quadratwurzeln

1 Multipliziere aus, vereinfache möglichst weit und ziehe gegebenenfalls teilweise die Wurzel.

a) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{8}) =$

b) $(\sqrt{125} - \sqrt{80}) \cdot \sqrt{5} =$

c) $(\sqrt{108} - \sqrt{48}) : \sqrt{3} =$

d) $(\sqrt{10} + \sqrt{5})^2 =$

e) $(2 \cdot \sqrt{50} - 50 \cdot \sqrt{2})^2 =$

f) $(7\sqrt{3} - 3\sqrt{7}) \cdot (3\sqrt{7} + 7\sqrt{3}) =$

g) $(3\sqrt{x} + 6\sqrt{y})^2 =$

h) $(\sqrt{3x} + \sqrt{6y})^2 =$

i) $(\sqrt{x-y} + \sqrt{x+y})^2 =$

j) $(\sqrt{x-y} - \sqrt{x+y})^2 =$

/ 20

2 Vereinfache möglichst weit.

$$\sqrt{\frac{8x^3 + 16x^2y}{(x+2y)^3}} =$$

für $x > 0$ und $y > 0$

/ 5

3 Schreibe als einen einzigen Wurzelterm.

$$\frac{2(q-1)}{p^2} \sqrt{\frac{p^3}{2(q^2-1)}} =$$

/ 5

=====

/ 30

Bewertung: 30 – 21 Punkte: 😊

20 – 11 Punkte: 😊

10 – 0 Punkte: 😞



20 Minuten

Kurztest 3: Nenner rational machen**1** Mache den Nenner ganzzahlig und schreibe möglichst kurz.

a) $\frac{4}{4 + \sqrt{6}} =$

b) $\frac{2}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} =$

c) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} =$

d) $\frac{2\sqrt{3}}{5 - \sqrt{3}} =$

e) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} =$

f) $\frac{1}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{2}} =$

 / 12**2** Mache den Nenner wurzelfrei und schreibe möglichst kurz.

a) $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{y}} =$

b) $\frac{2}{\sqrt{2a}} =$

c) $\frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} =$

d) $\frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$

e) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} =$

f) $\frac{a + \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} =$

 / 12**3** Schreibe unter eine einzige Wurzel.

a) $\frac{a + b\sqrt{a}}{b + \sqrt{a}} =$

b) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{a - b}} =$

 / 4 / 28**Bewertung:** 28 – 19 Punkte: 😊 18 – 9 Punkte: 😊 8 – 0 Punkte: ☹

**Abschlusstest 1****1 Bestimme p so, dass die Gleichung $x^2 = p$ die angegebene Lösung hat.**

a) $x = -2,5$ _____

b) $x = -\sqrt{1,5}$ _____

c) $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ _____

 / **2 Für welche Werte von c sind die nachfolgenden Wurzelterme definiert?**

a) $\sqrt{2c+3}$ _____

b) $\sqrt{0,3-2c}$ _____

c) $\sqrt{2c^2+1}$ _____

d) $\sqrt{2c^2}$ _____

e) $\sqrt{(-2c)^2}$ _____

f) $\sqrt{2c^5}$ _____

g) $\sqrt{-2c^5}$ _____

h) $\sqrt{(-2c)^5}$ _____

i) $\sqrt{-(-2c)^5}$ _____

j) $\sqrt{\frac{2}{(3-2c) \cdot c}}$ _____

k) $\sqrt{\frac{-3}{(2c+1) \cdot (5-2c)}}$ _____

 / **3 Unter welcher Bedingung sind die nachfolgenden Aussagen wahr bzw. falsch?**

a) $a < b < 0 \Rightarrow \sqrt{-a} < \sqrt{-b}$ _____

b) $-c > \sqrt{-c}$ _____

c) $\sqrt{(-c)^2} = (\sqrt{c})^2$ _____

d) $\sqrt{(-c)^2} = (-\sqrt{c})^2$ _____

 /

4 Multipliziere aus, vereinfache möglichst weit und ziehe gegebenenfalls teilweise die Wurzel.

a) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{27}) =$

b) $(\sqrt{216} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6} =$

c) $(\sqrt{128} - \sqrt{72}) : \sqrt{2} =$

d) $(\sqrt{12} + \sqrt{6})^2 =$

e) $(3 \cdot \sqrt{20} - 20 \cdot \sqrt{3})^2 =$

f) $(5\sqrt{6} - 6\sqrt{5}) \cdot (5\sqrt{6} + 6\sqrt{5}) =$

g) $(2\sqrt{3a} + 3\sqrt{2b})^2 =$

h) $(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})^2 =$

i) $(\sqrt{2a - 3b} + \sqrt{2a + 3b})^2 =$

j) $(\sqrt{2a - 3b} - \sqrt{2a + 3b})^2 =$

 / 18

5 Vereinfache möglichst weit.

a) $\sqrt{\frac{12a^3 + 24a^2b}{(a + 2b)^3}} =$ für $a > 0$ und $b > 0$

b) $(2\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{8})^2 =$

 / 8

6 Schreibe als einen einzigen Wurzelterm.

$\frac{3(y - 2)}{x^2} \sqrt{\frac{x^3}{3(y^2 - 4)}} =$

 / 8

7 Mache den Nenner ganzzahlig und schreibe möglichst kurz.

a) $\frac{3}{3+\sqrt{5}} =$

b) $\frac{4}{\sqrt{17}-\sqrt{6}} =$

c) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} =$

d) $\frac{3\sqrt{5}}{6-\sqrt{5}} =$

e) $\frac{3\sqrt{5}+5\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} =$

f) $\frac{2}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})\sqrt{6}} =$

/ 18

8 Mache den Nenner wurzelfrei und schreibe möglichst kurz.

a) $\frac{2\sqrt{p}}{\sqrt{q}} =$

b) $\frac{3}{\sqrt{3c}} =$

c) $\frac{2p}{\sqrt{2p}+\sqrt{q}} =$

d) $\frac{2x-3y}{\sqrt{2x}-\sqrt{3y}} =$

e) $\frac{\sqrt{2x}-\sqrt{3y}}{\sqrt{2x}+\sqrt{3y}} =$

f) $\frac{2x+\sqrt{3y}}{2x-\sqrt{3y}} =$

/ 12

9 Schreibe unter eine einzige Wurzel.

a) $\frac{2x+3y\sqrt{2x}}{3y+\sqrt{2x}} =$

b) $\frac{\sqrt{4x^2-9y^2}}{\sqrt{2x-3y}} =$

/ 6

=====
 / 91

Bewertung: 91 – 61 Punkte: 😊 60 – 31 Punkte: 😊 30 – 0 Punkte: ☹️

Lösungen Tests und Abschlusstests 9. Klasse

Quadratwurzeln und irrationale Zahlen

Kurztest 1: Eigenschaften von Quadratwurzeln

Seite 10 ◀

- 1 a) $c = 16$ b) $c = 3$ c) $c = \frac{1}{2}$
 Aufgabe 1a)–c): je 1 Punkt
- 2 a) $a + 6 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq -6$ b) $0,2 - a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 0,2$ c) für jedes $a \in \mathbb{R}$
 d) für $a = 0$ e) für jedes $a \in \mathbb{R}$ f) für $a \geq 0$
 g) für $a \leq 0$ h) für $a \leq 0$ i) für $a \geq 0$
 Aufgabe 2a)–i): je 1,5 Punkte
- j) $(2 - a) \cdot a > 0 \Leftrightarrow (2 - a > 0 \text{ und } a > 0) \text{ oder } (2 - a < 0 \text{ und } a < 0)$
 $\Leftrightarrow (a < 2 \text{ und } a > 0) \text{ oder } (a > 2 \text{ und } a < 0) \Leftrightarrow 0 < a < 2$ Aufgabe 2j): 3 Punkte
- k) $(a + 1) \cdot (4 - a) < 0 \Leftrightarrow (a + 1 < 0 \text{ und } 4 - a > 0) \text{ oder } (a + 1 > 0 \text{ und } 4 - a < 0)$
 $\Leftrightarrow (a < -1 \text{ und } a < 4) \text{ oder } (a > -1 \text{ und } a > 4)$
 $\Leftrightarrow a < -1 \text{ oder } a > 4$ Aufgabe 2k): 3,5 Punkte
- 3 a) immer wahr b) wahr für $a > 1$ c), d) wahr für $a \leq 0$
 Aufgabe 3a)–d): je 1 Punkt

Kurztest 2: Rechnen mit Quadratwurzeln

Seite 11 ◀

- 1 a) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{8}) = \sqrt{4} + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6$
 b) $(\sqrt{125} - \sqrt{80}) \cdot \sqrt{5} = \sqrt{625} - \sqrt{400} = 25 - 20 = 5$
 c) $(\sqrt{108} - \sqrt{48}) : \sqrt{3} = \sqrt{36} - \sqrt{16} = 6 - 4 = 2$
 d) $(\sqrt{10} + \sqrt{5})^2 = 10 + 2\sqrt{50} + 5 = 15 + 10\sqrt{2}$
 e) $(2 \cdot \sqrt{50} - 50 \cdot \sqrt{2})^2 = 200 - 200\sqrt{100} + 5000 = 5200 - 2000 = 3200$
 f) $7\sqrt{3} - 3\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7} + 7\sqrt{3} = 147 - 63 = 84$
 g) $(3\sqrt{x} + 6\sqrt{y})^2 = 9x + 36\sqrt{xy} + 36y$
 h) $(\sqrt{3x} + \sqrt{6y})^2 = 3x + 2\sqrt{18xy} + 6y = 3x + 6\sqrt{2xy} + 6y$
 i) $(\sqrt{x-y} + \sqrt{x+y})^2 = x - y + 2\sqrt{x^2 - y^2} + x + y = 2x + 2\sqrt{x^2 - y^2}$
 j) $(\sqrt{x-y} - \sqrt{x+y})^2 = x - y - 2\sqrt{x^2 - y^2} + x + y = 2x - 2\sqrt{x^2 - y^2}$ Aufgabe 1a)–j): je 2 Punkte
- 2 $\sqrt{\frac{8x^3 + 16x^2y}{(x+2y)^3}} = \sqrt{\frac{8x^2(x+2y)}{(x+2y)^3}} = \sqrt{\frac{8x^2}{(x+2y)^2}} = \frac{2x}{x+2y}\sqrt{2}$ Aufgabe 2: 5 Punkte
- 3 $\frac{2(q-1)}{p^2} \sqrt{\frac{p^3}{2(q^2-1)}} = \sqrt{\frac{4(q-1)^2 p^3}{2p^4(q-1)(q+1)}} = \sqrt{\frac{2(q-1)}{p(q+1)}}$ Aufgabe 3: 5 Punkte

Kurztest 3: Nenner rational machen

- 1 a) $\frac{4}{4+\sqrt{6}} = \frac{4(4-\sqrt{6})}{16-6} = \frac{4(4-\sqrt{6})}{10} = \frac{2(4-\sqrt{6})}{5}$ b) $\frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} = \frac{2(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{11-7} = \frac{2(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{4} = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{2}$
 c) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{2-3} = \frac{2+2\sqrt{6}+3}{-1} = -5-2\sqrt{6}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}(5+\sqrt{3})}{25-3} = \frac{10\sqrt{3}+6}{22} = \frac{5\sqrt{3}+3}{11}$
 e) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{(2\sqrt{3}+3\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{3-5} = \frac{6+2\sqrt{15}+3\sqrt{15}+15}{-2} = -\frac{21+5\sqrt{15}}{2}$
 f) $\frac{1}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{6}-2} = \frac{\sqrt{6}+2}{6-4} = \frac{\sqrt{6}+2}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{6} + 1$ Aufgabe 1a)–f): je 2 Punkte
- 2 a) $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \frac{3\sqrt{xy}}{y}$ b) $\frac{2}{\sqrt{2a}} = \frac{2\sqrt{2a}}{2a} = \frac{\sqrt{2a}}{a}$
 c) $\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$ d) $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{(a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$
 e) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a-b} = \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{a-b}$ f) $\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{(a+\sqrt{b})^2}{a^2-b} = \frac{a^2+2a\sqrt{b}+b}{a^2-b}$ Aufgabe 2a)–f): je 2 Punkte
- 3 a) $\frac{a+b\sqrt{a}}{b+\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a}+b)}{b+\sqrt{a}} = \sqrt{a}$ Aufgabe 3a)–b): je 2 Punkte
 b) $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a-b}} = \frac{\sqrt{(a-b)(a+b)}}{\sqrt{a-b}} = \sqrt{\frac{(a-b)(a+b)}{a-b}} = \sqrt{a+b}$

Abschlusstest 1

- 1 a) $p = 6,25$ b) $p = 1,5$ c) $p = 1\frac{1}{3}$ Aufgabe 1a)–c): je 1 Punkt
- 2 a) $2c + 3 \geq 0 \Leftrightarrow c \geq -1,5$ b) $0,3 - 2c \geq 0 \Leftrightarrow c \leq 0,15$ c) für jedes c
 d) für jedes c e) für jedes c f) für $c \geq 0$
 g) für $c \leq 0$ h) für $c \leq 0$ i) für $c \geq 0$ Aufgabe 2a)–i): je 1 Punkt
- j) $(3-2c) \cdot c > 0 \Leftrightarrow (3-2c > 0 \text{ und } c > 0) \text{ oder } (3-2c < 0 \text{ und } c < 0)$
 $\Leftrightarrow (c < 1,5 \text{ und } c > 0) \text{ oder } (c > 1,5 \text{ und } c < 0)$
 $\Leftrightarrow 0 < c < 1,5$
 k) $(2c+1) \cdot (5-2c) < 0 \Leftrightarrow (2c+1 < 0 \text{ und } 5-2c > 0) \text{ oder } (2c+1 > 0 \text{ und } 5-2c < 0)$
 $\Leftrightarrow (c < -0,5 \text{ und } c < 2,5) \text{ oder } (c > -0,5 \text{ und } c > 2,5)$
 $\Leftrightarrow c < -0,5 \text{ oder } c > 2,5$ Aufgabe 2j)–k): je 3 Punkte
- 3 a) immer falsch b) wahr für $c < -1$ c), d) wahr für $c \geq 0$ Aufgabe 3a)–d): je 0,75 Punkte
- 4 a) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{27}) = \sqrt{9} + \sqrt{81} = 3 + 9 = 12$
 b) $(\sqrt{216} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6} = \sqrt{1296} - \sqrt{144} = 36 - 12 = 24$
 c) $(\sqrt{128} - \sqrt{72}) : \sqrt{2} = \sqrt{64} - \sqrt{36} = 8 - 6 = 2$
 d) $(\sqrt{12} + \sqrt{6})^2 = 12 + 2\sqrt{72} + 6 = 18 + 12\sqrt{2}$
 e) $(3 \cdot \sqrt{20} - 20 \cdot \sqrt{3})^2 = 180 - 120\sqrt{60} + 1200 = 1380 - 240\sqrt{15}$
 f) $(5\sqrt{6} - 6\sqrt{5}) \cdot (5\sqrt{6} + 6\sqrt{5}) = 150 - 180 = -30$
 g) $(2\sqrt{3a} + 3\sqrt{2b})^2 = 12a + 12\sqrt{6ab} + 18b$
 h) $(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})^2 = 2a + 2\sqrt{6ab} + 3b$ Aufgabe 4a)–h): je 1,5 Punkte

$$i) (\sqrt{2a-3b} + \sqrt{2a+3b})^2 = 2a-3b + 2\sqrt{4a^2-9b^2} + 2a+3b = 4a + 2\sqrt{4a^2-9b^2}$$

$$j) (\sqrt{2a-3b} - \sqrt{2a+3b})^2 = 2a-3b - 2\sqrt{4a^2-9b^2} + 2a+3b = 4a - 2\sqrt{4a^2-9b^2}$$

Aufgabe 4i)–j): je 3 Punkte

$$5 \quad a) \sqrt{\frac{12a^3+24a^2b}{(a+2b)^3}} = \sqrt{\frac{12a^2(a+2b)}{(a+2b)^3}} = \sqrt{\frac{12a^2}{(a+2b)^2}} = \frac{2a}{a+2b} \sqrt{3}$$

$$b) (2\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{8})^2 = 12 - 4\sqrt{18} + 6 - (18 - 3) + 4 + 4\sqrt{8} + 8 \\ = 15 - 12\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 15 - 4\sqrt{2}$$

Aufgabe 5a)–b): je 4 Punkte

$$6 \quad \frac{3(y-2)}{x^2} \sqrt{\frac{x^3}{3(y^2-4)}} = \sqrt{\frac{9(y-2)^2 x^3}{3x^4(y-2)(y+2)}} = \sqrt{\frac{3(y-2)}{x(y+2)}}$$

Aufgabe 6: 8 Punkte

$$7 \quad a) \frac{3}{3+\sqrt{5}} = \frac{3(3-\sqrt{5})}{9-5} = \frac{3(3-\sqrt{5})}{4}$$

$$b) \frac{4}{\sqrt{17}-\sqrt{6}} = \frac{4(\sqrt{17}+\sqrt{6})}{17-6} = \frac{4(\sqrt{17}+\sqrt{6})}{11}$$

$$c) \frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2}{5-6} = \frac{5+2\sqrt{30}+6}{-1} = -11 - 2\sqrt{30}$$

$$d) \frac{3\sqrt{5}}{6-\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}(6+\sqrt{5})}{36-5} = \frac{18\sqrt{5}+15}{31}$$

$$e) \frac{3\sqrt{5}+5\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} = \frac{(3\sqrt{5}+5\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{6})}{5-6} = \frac{15+3\sqrt{30}+5\sqrt{30}+30}{-1} = -45 - 8\sqrt{30}$$

$$f) \frac{2}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{42}-6} = \frac{2(\sqrt{42}+6)}{42-36} = \frac{\sqrt{42}+6}{3}$$

Aufgabe 7a)–f): je 3 Punkte

$$8 \quad a) \frac{2\sqrt{p}}{\sqrt{q}} = \frac{2\sqrt{pq}}{q}$$

$$b) \frac{3}{\sqrt{3c}} = \frac{3\sqrt{3c}}{3c} = \frac{\sqrt{3c}}{c}$$

$$c) \frac{2p}{\sqrt{2p}+\sqrt{q}} = \frac{2p(\sqrt{2p}-\sqrt{q})}{2p-q}$$

$$d) \frac{2x-3y}{\sqrt{2x}-\sqrt{3y}} = \frac{(2x-3y)(\sqrt{2x}+\sqrt{3y})}{2x-3y} = \sqrt{2x} + \sqrt{3y}$$

$$e) \frac{\sqrt{2x}-\sqrt{3y}}{\sqrt{2x}+\sqrt{3y}} = \frac{(\sqrt{2x}-\sqrt{3y})^2}{2x-3y} = \frac{2x-2\sqrt{6xy}+3y}{2x-3y}$$

$$f) \frac{2x+\sqrt{3y}}{2x-\sqrt{3y}} = \frac{(2x+\sqrt{3y})^2}{4x^2-3y} = \frac{4x^2+4x\sqrt{3y}+3y}{4x^2-3y}$$

Aufgabe 8)–f): je 2 Punkte

$$9 \quad a) \frac{2x+3y\sqrt{2x}}{3y+\sqrt{2x}} = \frac{\sqrt{2x}(\sqrt{2x}+3y)}{3y+\sqrt{2x}} = \sqrt{2x}$$

$$b) \frac{\sqrt{4x^2-9y^2}}{\sqrt{2x-3y}} = \frac{\sqrt{(2x-3y)(2x+3y)}}{\sqrt{2x-3y}} = \sqrt{\frac{(2x-3y)(2x+3y)}{2x-3y}} = \sqrt{2x+3y}$$

Aufgabe 9a)–b): je 3 Punkte

Quadratische Gleichungen

Kurztest 4: Lösung mit quadratischer Ergänzung

Seite 16 ◀

$$1 \quad a) x^2 - 3,4x + 2,8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot 1,7x + 1,7^2 - 1,7^2 + 2,8 = 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1,7)^2 - 0,09 = 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1,7)^2 = 0,09 \\ \Leftrightarrow x - 1,7 = -0,3 \text{ oder } x - 1,7 = 0,3 \\ \Leftrightarrow x = 1,4 \text{ oder } x = 2$$

hier abtrennen