

Vorwort

Die Methoden der algorithmischen Graphentheorie werden immer weiter entwickelt. Somit muss ein Lehrbuch zu diesem Thema auch stets aktualisiert werden. Die fünfte Auflage wurde um ein Kapitel über randomisierte Algorithmen und deren Analyse erweitert. Randomisierte Algorithmen sind in vielen Fällen einfacher zu verstehen, einfacher zu implementieren und oft effizienter als deterministische Algorithmen. Das neue Kapitel behandelt zahlreiche Anwendungen innerhalb der algorithmischen Graphentheorie und zeigt damit das Potential dieser Methodik. Neben einem neuen Kapitel wurden einige vorhandene Themen erweitert und besser behildert. Ferner wurden neue Aufgaben hinzugefügt und kleinere Korrekturen vorgenommen.

Das Buch enthält mittlerweile fast 300 Übungsaufgaben. Die Lösungen sind wie bisher kostenfrei über die Webseite¹ des Verlags verfügbar.

Hamburg, Juni 2024

Volker Turau
Christoph Weyer

Vorwort zur 1. Auflage

Graphen sind die in der Informatik am häufigsten verwendete Abstraktion. Jedes System, welches aus diskreten Zuständen oder Objekten und Beziehungen zwischen diesen besteht, kann als Graph modelliert werden. Viele Anwendungen erfordern effiziente Algorithmen zur Verarbeitung von Graphen. Dieses Lehrbuch ist eine Einführung in die algorithmische Graphentheorie. Die Algorithmen sind in kompakter Form in einer programmiersprachennahen Notation dargestellt. Eine Übertragung in eine konkrete Programmiersprache wie C++ oder Pascal ist ohne Probleme durchzuführen. Die meisten der behandelten Algorithmen sind in der dargestellten Form im Rahmen meiner Lehrveranstaltungen implementiert und getestet worden. Die praktische Relevanz der vorgestellten Algorithmen wird in vielen Anwendungen aus Gebieten wie Compilerbau, Betriebssysteme, künstliche Intelligenz, Computernetzwerke und Operations Research demonstriert.

Dieses Buch ist an all jene gerichtet, die sich mit Problemen der algorithmischen Graphentheorie beschäftigen. Es richtet sich insbesondere an Studenten der Informatik und Mathematik im Grund- als auch im Hauptstudium.

Die neun Kapitel decken die wichtigsten Teilgebiete der algorithmischen Graphentheorie ab, ohne einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben. Die Auswahl der Algorithmen erfolgte nach den folgenden beiden Gesichtspunkten: Zum einen sind nur

¹ <https://doi.org/10.1515/9783111352954>

solche Algorithmen berücksichtigt, die sich einfach und klar darstellen lassen und ohne großen Aufwand zu implementieren sind. Der zweite Aspekt betrifft die Bedeutung für die algorithmische Graphentheorie an sich. Bevorzugt wurden solche Algorithmen, welche entweder Grundlagen für viele andere Verfahren sind oder zentrale Probleme der Graphentheorie lösen.

Unter den Algorithmen, welche diese Kriterien erfüllten, wurden die effizientesten hinsichtlich Speicherplatz und Laufzeit dargestellt. Letztlich war die Auswahl natürlich oft eine persönliche Entscheidung. Aus den genannten Gründen wurde auf die Darstellung von Algorithmen mit kompliziertem Aufbau oder auf solche, die sich auf komplexe Datenstrukturen stützen, verzichtet. Es werden nur sequentielle Algorithmen behandelt. Eine Berücksichtigung von parallelen oder verteilten Graphalgorithmen würde den Umfang dieses Lehrbuchs sprengen.

Das erste Kapitel gibt anhand von mehreren praktischen Anwendungen eine Motivation für die Notwendigkeit von effizienten Graphalgorithmen. Das zweite Kapitel führt in die Grundbegriffe der Graphentheorie ein. Als Einstieg in die algorithmische Graphentheorie wird der Algorithmus zur Bestimmung des transitiven Abschlusses eines Graphen diskutiert und analysiert. Das zweite Kapitel stellt außerdem Mittel zur Verfügung, um Zeit- und Platzbedarf von Algorithmen abzuschätzen und zu vergleichen.

Kapitel 3 beschreibt Anwendungen von Bäumen und ihre effiziente Darstellung. Dabei werden mehrere auf Bäumen basierende Algorithmen präsentiert. Kapitel 4 behandelt Suchstrategien für Graphen. Ausführlich werden Tiefen- und Breitensuche, sowie verschiedene Realisierungen dieser Techniken diskutiert. Zahlreiche Anwendungen auf gerichtete und ungerichtete Graphen zeigen die Bedeutung dieser beiden Verfahren.

Kapitel 6 diskutiert Algorithmen zur Bestimmung von minimalen Färbungen. Für allgemeine Graphen wird mit dem Backtracking-Algorithmus ein Verfahren vorgestellt, welches sich auch auf viele andere Probleme anwenden lässt. Für planare und transitiv orientierbare Graphen werden effiziente Algorithmen zur Bestimmung von minimalen Färbungen dargestellt.

Die beiden Kapitel 8 und 9 behandeln Flüsse in Netzwerken. Zunächst werden zwei Algorithmen zur Bestimmung von maximalen Flüssen vorgestellt. Der erste basiert auf Erweiterungswegen minimaler Länge, der zweite verwendet die Technik der blockierenden Flüsse. Im Mittelpunkt von Kapitel 9 stehen Anwendungen dieser Verfahren: Bestimmung von maximalen Zuordnungen in bipartiten Graphen, Bestimmung der Kanten- und Eckenzusammenhangszahl eines ungerichteten Graphen und Bestimmung von minimalen Schnitten.

Kapitel 10 betrachtet verschiedene Varianten des Problems der kürzesten Wege in kantenbewerteten Graphen. Es werden auch Algorithmen zur Bestimmung von kürzesten Wegen diskutiert, wie sie in der künstlichen Intelligenz Anwendung finden.

Kapitel 11 gibt eine Einführung in approximative Algorithmen. Unter der Voraussetzung $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ wird gezeigt, dass die meisten \mathcal{NP} -vollständigen Probleme keine approximativen Algorithmen mit beschränktem absoluten Fehler besitzen und dass sich die Probleme aus \mathcal{NPC} bezüglich der Approximierbarkeit mit beschränktem relativen

Fehler sehr unterschiedlich verhalten. Breiten Raum nehmen approximative Algorithmen für das Färbungsproblem und das Traveling-Salesman-Problem ein. Schließlich werden Abschätzungen für den Wirkungsgrad dieser Algorithmen untersucht.

Ein unerfahrener Leser sollte zumindest die ersten vier Kapitel sequentiell lesen. Die restlichen Kapitel sind relativ unabhängig voneinander (mit Ausnahme von Kapitel 9, welches auf Kapitel 8 aufbaut). Das Kapitel über approximative Algorithmen enthält viele neuere Forschungsergebnisse und ist aus diesem Grund das umfangreichste. Damit wird auch der Hauptrichtung der aktuellen Forschung der algorithmischen Graphentheorie Rechnung getragen.

Jedes Kapitel hat am Ende einen Abschnitt mit Übungsaufgaben; insgesamt sind es etwa 250. Der Schwierigkeitsgrad ist dabei sehr unterschiedlich. Einige Aufgaben dienen nur zur Überprüfung des Verständnisses der Verfahren. Mit * bzw. ** gekennzeichnete Aufgaben erfordern eine intensivere Beschäftigung mit der Aufgabenstellung und sind für fortgeschrittene Studenten geeignet.

Mein Dank gilt allen, die mich bei der Erstellung dieses Buches unterstützt haben. Großen Anteil an der Umsetzung des Manuskriptes in \LaTeX hatten Thomas Erik Schmidt und Tim Simon. Einen wertvollen Beitrag leisteten auch die Studentinnen und Studenten mit ihren kritischen Anmerkungen zu dem Stoff in meinen Vorlesungen und Seminaren. Ein besonderer Dank gilt meiner Schwester Christa Teusch für die kritische Durchsicht des Manuskriptes. Den beiden Referenten Professor Dr. A. Beutelspacher und Professor Dr. P. Widmayer danke ich für ihre wertvollen Verbesserungsvorschläge zu diesem Buch.

Wiesbaden, im Februar 1996

Volker Turau

