# 50 Aufgaben zur modernen Physik

## Allgemeine Relativitätstheorie

## Quantenphysik

## Kernphysik

**Vorwort:**

**Der Autor will in seiner Abhandlung über die moderne Physik die Teilbereiche „Allgemeine Relativitätstheorie; Quantenphysik; Quantenmechanik und Kernphysik“ behandeln. In dem vorliegenden Buch werden diese durch Einstein (ART), Planck (Quantenphysik), Heisenberg (Quantenmechanik), sowie die Koryphäen der Kernphysik revolutionierende Theorien näher beschrieben. In anschaulichen Beispielen kann der Leser diese wichtigen und bahnbrechenden Entdeckungen der modernen Physik anhand von Beispielen ergründen.**
**Zweifellos hat Einstein mit der Relativitätstheorie eine neue Zeitgeschichte der theoretischen Physik eingeläutet. Das Gravitationsgesetz – mit dem Newton die die Anziehung schwerer Massen postulierte – hat Albert Einstein neu geschrieben. Die Newtonschen Berechnungen haben bis heute ihre Richtigkeit, doch erst Einstein gelang es, die Gravitation absolut genau zu beschreiben.**
**Der große Physiker hat mit seiner Allgemeinen Relativitätstheorie die Raum-Zeit-Krümmung als Grund für die Korrespondenz schwerer Massen, also deren „Anziehung“ neu formuliert. Der Durchbruch der Bestätigung dieser Theorie war ein Experiment. Edison gelang es die Ablenkung eines Lichtstrahls an der Sonne zu messen. Ab nun an war Einstein in aller Munde. „Alles ist relativ“ – diese Worte wurden zum Gesprächsthema Nummer eins in der gehobenen Gesellschaft. Heute gilt seine Theorie als anerkannt. Dutzende Male hat man sie bestätigt!**

**Doch die ART ist nicht nur ein Konstrukt von komplizierten Formeln; sie hat auch für den Nichtphysiker ihre Relevanz – es sei nur das GPS-System genannt. Was Einstein zunächst nur in Ableitungen beschrieben hat (Gravitationswellen, Schwarze Löcher) hat die experimentelle Physik erst jüngst bewiesen.**
**Gravitationswellen, die den Raum mit Lichtgeschwindigkeit durchlaufen, hat man mit einer Apparatur auf der Erde nachgewiesen, ja sogar sichtbar gemacht.**
**Der große Astrophysiker Stephen Hawkins hat sich in seiner Arbeit mit den Schwarzen Löchern auseinandergesetzt. Heute weiß man; wenn die Masse in den Ereignishorizont eintritt, dann wird sie „spaghettisiert , d.h. sie wird durch die große Gravitation auseinandergerissen. Wenn dies geschieht, entsteht Röntgen-Strahlung. Hawkins berechnete die Lebensdauer eines massereichen Schwarzen Loches auf 10 $^{64}$ Jahre. Der Stand der Dinge ist, dass in jedem Zentrum jeglicher Galaxie ein Schwarzes Loch existiert. Eine große Errungenschaft der experimentellen Physik war der Nachweis dieser Schwarzen Löcher: ja man hat sie sogar fotografiert.**
**Ein weiteres großes Gebiet der theoretischen Physik ist die Quantenphysik. Sie geht auf Max Planck zurück. Er wurde am 23. April 1858 in Kiel geboren und besuchte die Universitäten München und Berlin.**

**1885 wurde er als Professor für Physik an die Universität Kiel berufen und übte das gleiche Amt von 1888 bis 1928 an der Berliner Universität aus. 1899 postulierte Planck, dass Energie in kleinen, diskreten Einheiten abgestrahlt wird, die er als Quanten bezeichnete. Bei einer Weiterentwicklung dieser Theorie fand er eine universelle Naturkonstante, die als Planck'sches Wirkungsquantum bekannt wurde. Nach diesem Gesetz ist die Energie elektromagnetischer Strahlung gequantelt.**

**Plancks Entdeckungen, die später von anderen Wissenschaftlern bestätigt wurden, bildeten die Grundlagen für ein völlig neues Gebiet der Physik - die sog. Quantenphysik. Zu seinem 90. Geburtstag plante man eine große Feier, doch Planck starb einige Monate vorher am 4. Oktober 1947.**

**Eine wichtige Arbeit zur Quantenphysik leisteten unter anderem Wolfgang Pauli und Erwin Schrödinger.**

**Wolfgang Pauli, der schweizerisch-amerikanische Physiker österreichischer Herkunft (1900-1958), wurde durch die Definition des Ausschlussprinzips in der Quantenmechanik bekannt. Er wurde am 25. April 1900 in Wien geboren. Er studierte Physik bei Arnold Sommerfeld an der Universität München. 1921 schloss Pauli sein Studium erfolgreich mit der Promotion ab. Nach dem Pauli-Prinzip - auch Pauli Verbot genannt - kann ein durch drei Quantenzahlen (Haupt- Neben- und magnetische Quantenzahl) beschriebenes Atomorbital maximal von zwei Elektronen besetzt werden, wobei sich die Elektronen in ihren Spinquantenzahlen unterscheiden (+1/2 und - 1/2).**

**Mit anderen Worten ausgedrückt, kann ein Quantenzustand - beschrieben durch eine räumliche Wellenfunktion und eine Spinquantenzahl - von nur einem Teilchen (Elektron) besetzt werden. Seine Hypothese von 1931 zur Existenz des Neutrinos war ein grundlegender Beitrag zur Mesonentheorie. 1945 erhielt Pauli den Nobelpreis für Physik. Er starb am 15. Dezember 1958 in Zürich.**

**Erwin Schrödinger lebte von 1887 bis 1961. Er wurde weltbekannt durch seine mathematischen Studien zur Wellenmechanik. Schrödingers bedeutendster Beitrag zur Physik lag in der Entwicklung der nach ihm benannten Gleichung. Es handelt sich dabei um eine nichtrelativistische Bewegungsgleichung für ein quantenmechanisches System.**

**Neben der Quantenphysik gibt es ein weiteres wichtiges Gebiet der Physik – die Quantenmechanik. Werner Karl Heisenberg war einer der Begründer der Quantenmechanik. Er wurde am 5. Dezember 1901 in Würzburg geboren und studierte mathematische Physik, Mathematik und Astronomie an der Universität München. 1923 habilitierte er sich bei Max Born an der Universität Göppingen. Von 1924 bis 1927 hielt er sich zu Forschungszwecken bei dem dänischen Physiker Niels Bohr an der Universität Kopenhagen auf. Heisenberg, einer der bedeuteten theoretischen Physiker des 20. Jahrhundert, der die Physik und die Philosophie nachhaltig beeinflusste, leistete seine wichtigsten Beiträge zur Theorie der Atomstruktur. 1925 begann er mit der Entwicklung einer besonderen Form der Quantenmechanik.**

**Die darin enthaltene mathematische Formulierung basiert auf den Frequenzen und Amplituden der Strahlung, die das Atom absorbiert und emittiert, sowie auf den Energieniveaus des atomaren Systems. Heisenbergs Unschärfe-Relation spielt eine wichtige Rolle bei der Entwicklung der Mechanik und übte großen Einfluss auf die moderne Philosophie aus, da das von ihm formulierte Prinzip den klassischen Determinismus in Frage stellte.**
**Ein weiteres interessantes Gebiet der Physik ist die Kernphysik.**
**Nachdem Becquerel Uranmineralien in einem dunklen Raum auf eine Fotoplatte gelegt hatte, bemerkte er, dass die Platte eingeschwärzt worden war. Dies war ein Beweis dafür, dass Uran Energie abstrahlt. Später bezeichnete man diese unbekannte Strahlung als Radioaktivität. Becquerel wies nach, dass die Radioaktivität Stoffe in allen Aggregatzuständen durchdringt. Ferner entdeckte er in der Strahlung Elektronen, also die später sog. Betastrahlung. Marie Curie war die Erste, die den Begriff radioaktiv zur Beschreibung von Elementen verwendete, die bei der Spaltung ihrer Atomkerne Strahlung abgeben. Pierre Curie beendete seine eigene Arbeit zum Magnetismus, um sich an der Forschung seiner Ehefrau zu beteiligen; 1898 gaben die Curies dann die Entdeckung zweier neuer Elemente bekannt: Polonium (von Marie zu Ehren Polens so genannt) und Radium. Man sagt, dass sowohl Marie als auch ihr Mann Pierre Curie praktisch in den radioaktiven Strahlungen lebten - selbst ihr Kochbuch strahlte noch viele Jahre nach ihrem Tode.**

**Schließlich starb sie dann am 4. Juli 1934. Die Curies hatten zwei Töchter, von denen eine ebenfalls Nobelpreisträgerin wurde: Irene Joloit- Curie und ihr Ehemann Frederic erhielten 1935 den Nobelpreis für Chemie für die Synthese neuer radioaktiver Elemente.**
**Ernest Rutherford: Im Jahr 1919 führte er ein wichtiges kernphysikalisches Experiment durch. Durch den Beschuss von Stickstoff mit Alphastrahlen wurden die Atome eines Sauerstoffisotops sowie Protonen freigelegt. Mit dieser Umwandlung von Stickstoff in Sauerstoff war die erste künstliche Kernreaktion vollzogen. Sie forderte die intensive Forschung späterer Wissenschaftler heraus. Die Theorie, die Rutherford und der britische Physiker Frederick Soddy über die Radioaktivität entwickelten, wird von Wissenschaftlern heute noch akzeptiert.**
**Niels Bohr: In Cambridge traf Bohr mit Rutherford zusammen, der einen solchen Eindruck auf ihn machte, dass er im November 1911 nach Manchester ging, um an einem experimentellen Kurs über radioaktive Messungen teilzunehmen.**
**Während er auf die Ankunft auf die radioaktive Quelle wartete, arbeitete er zunächst an einem Thema, das in Rutherford Labor gerade Mode war: am Durchgang von Alpha-Teilchen durch Materie.**
**Enrico Fermi: Er entwickelte auch eine Theorie des Beta-Zerfalls und forschte ab 1934 an der Erzeugung künstlicher Radioaktivität, indem er Elemente mit Neutronen beschoss. Für letztere Arbeit wurde Fermi 1938 der Nobelpreis für Physik verliehen.**

**Er zündete im Dezember 1942 an der University of Chicago die erste kontrollierte Kernspaltungskettenreaktion und arbeitete bis zum Ende des 2. Weltkriegs in Los Alamos an der Atombombe mit. Später widersetzte er sich der Entwicklung der Wasserstoffbombe.**
**Nach dem Krieg (1946) wurde Fermi Professor für Physik und Direktor des neu eröffneten Institute of Nuclear Studies an der Universität of Chicago. Wie schon in Rom, so kamen auch jetzt Studierende aus aller Welt, um bei ihm zu lernen. Er starb am 28. November 1954 in Chicago. Der Enrico-Fermi-Preis wird jährlich für besondere Leistungen in der Kernforschung verliehen.**
**Schlussendlich gelang es Otto Hahn eine Kernreaktion zu vollbringen. 1917 entdeckte er mit dem österreichischen Physikerin Lise Meitner das Element Protactinium. Gemeinsam mit seinen Mitarbeitern Meitner und dem Chemiker Fritz Strassmann setzte Hahn die Forschungsarbeiten fort, die der italienische Physiker Enrico Fermi durch den Beschuss von Uran mit Neutronen begonnen hatte. Bis 1939 glaubten die Wissenschaftler, dass die Elemente mit Ordnungszahlen größer als 92 - die sog. Transurane - entstehen, wenn man Uranatome verwendet.**

**Aufgabe (1):**

**Newton hat mit seinen Prinzipien der Menschheit eine große Erkenntnis vermacht, nämlich das Gravitationsgesetz. Er fand heraus, dass die Körper neben der Trägheit noch eine weitere universelle Eigenschaft besitzen: sie üben eine Schwerkraft, auch Gravitation genannt, aufeinander aus, deren Ursache die schwere Masse der Körper ist. Die von einem Körper hervorgerufene Schwerkraft ist der schweren Masse des Körpers proportional. Für zwei getrennte Massenpunkte mit den schweren Massen m (s) und M (s), die sich im Abstand r voneinander befinden, hat die Schwerkraft den Betrag**

$$G = y_N \quad \frac{m(s)\ \ M\,(s)}{4\pi\, r^2}$$

**d.h. sie nimmt mit dem Quadrat der Entfernung der Körper voneinander ab.**

**Im Gedankenexperiment soll die Schwerkraft berechnet werden, welche die Sonne auf die Erde auswirkt. Dazu gilt:**

**m (s) Erde = 6,0 $10^{24}$ kg**

**M (s) =Sonne 1,993 $10^{30}$ kg**

**Der Abstand von der Erde zur Sonne ist r = 149, 6 $10^{6}$ km**

**Es gilt:**

$$G = y_N \quad \frac{m(s)\ \ M\,(s)}{4\pi\, r^2}$$

**r = 149,6 $10^{6}$ km = 149, 6 $10^{6}$ km $10^{4}$ cm.**

**m (s) $_{Erde}$: 6,0 $19^{24}$ kg = 6,0 $19^{24}$ kg 1000 g = 6,0 $10^{27}$ g.**

**M (s) $_{Sonne}$: 1,993 $10^{30}$ kg = 1,993 $10^{30}$ kg 1000 g = 1,993 $10^{33}$ g.**

$$G = 6{,}67\ 10^{-8}\ cm^3 / g\ s^2 \quad \frac{6{,}0\ 10^{27}\ g\ 1{,}993\ 10^{33}\ g}{4\ \pi \left(1{,}469\ \ 10^{12}\right)^2 cm^2}$$

$$= 6{,}67\ 10^{-8} \quad \frac{1{,}1658\ 10^{61}}{2{,}81237385\ 10^{25}}\ cm / s^2$$

$$= 6{,}67\ 10^{-8}\ 4{,}14\ 10\ 35\ cm / s^2$$

$$= 2{,}76\ 10^{28}\ cm / s^2 = 2{,}76\ 10^{28} \quad 0{,}01 m / s^2$$
$$= 2{,}76\ 10^{26}\ m / s^2$$

**Aufgabe (2):**
**Leiten Sie die Formel**

**$G = y_N \frac{m\,(s)\ M\,(s)}{4\ \pi\ r^3}\ r$ mit folgender Beziehung her!**

$$a = y_N\ \frac{m\,(s)}{m\,T}\ \frac{M\,(s)}{4\ \pi\ r^3}\ r$$

**Es gilt:**

$$m_T\ a = y\ N\ \ \frac{m\,(s)}{m\,T}\ \frac{M\,(s)}{4\ \pi\ r^3}\ r$$

**Für $m_T$ gilt:**

$$F = y_N\ \frac{m\,T}{r^3}\ r$$

$$m_T = F / G\ r^2$$

$$a = y_N\ \frac{m\,(s)}{\frac{F}{G} r^2}\ \ \frac{M(s)}{4\ \pi\ r^3}\ r\ = \ y_N\ \frac{m\,(s) G}{F\ r^2}\ \frac{M\,(s)}{4\ \pi\ r^3}\ r\ = \ y_N$$
$$\frac{m\,(s\ G)}{G\ r^2}\ \frac{M\,(s)}{4\ \pi\ r^3}\ r$$

$$= y\,N\,\frac{m\,(s)}{r^2}\,\frac{M\,(s)}{4\,\pi\,r^3}\,r \;=\; y\,N\frac{m\,(s)\,M(\,s)}{4\,\pi\,r^3}\,r$$

---

**$F = m_T\, G\, r^2$**

**Aufgabe (3):**

**Berechnen Sie die Schwerkraft der Erde.**

$$a = y\,N\,\frac{m\,(s)}{m\,T}\;\frac{M\,(s)}{4\,\pi\,r^3}\;r$$

**Mit** $\frac{m\,(s)}{m\,T}$ **= 1 folgt** $a = 4\,\pi\;\; 6{,}67 \times 10^{-8}\ cm^3 / g\, s^2\;\; \frac{M\,(s)}{4\,\pi\,r^3}\; r$

$$a = 6{,}67\ 10^{-8}\ cm^3 / g\, s^2\;\; \frac{M\,(s)}{r^2}$$

$$a = 6{,}67\ 10^{-8}\ cm^3 / g\, s^2\;\; \frac{6{,}0\;\;10^{24}\,1000g}{\left(6378\;\;10^{5}km\right)^2} = 6{,}67\ 10^{-8}\ cm^3 / g\, s^2$$

**$1{,}4749667 \times 10^{10}\ cm / s^2$**

$$a = 983{,}\ 8028\ cm / s^2 = 983{,}\ 8028\;\frac{0{,}01\,m}{s^2}$$

**$a = 9{,}838028\ m / s^2$**

**Aufgabe (4): (1)**

**Das Michelson-Interferometer:**
**Dieses Experiment ist fest mit der Erde verbunden. Es weist also eine Relativbewegung gegen den Weltäther auf, dessen Existenz wir bei der Konzipierung dieses Versuches voraussetzen wollen, um ihn auf diese Weise ad absurdum zu führen.**

**Als Analogie zur Erde wird durch das Interferometer, eine kurze Zeit als den näherungsweise geradlinig angenommen Weg um die Sonne durch den Weltäther beschrieben. Sie rast dahin und so kann man sich ein auf der Erde fahrendes Auto vorstellen, das eine Relativbewegung gegenüber der Luft besitzt. Aus der Lichtquelle L kommend, trifft nun ein Lichtstrahl unter einem Winkel von 45 ° auf die einseitig leicht versilberte planparallele Glasplatte P. Ein Teilstrahl gelangt durch Reflexion nach Durchquerung der Glasplatte P`, die von derselben Art wie die Glasplatte P sei und dazu parallel stehen soll, auf den Planspiegel S 1, wird dort reflektiert und dringt nach Durchquerung von P `und P in das Fernrohr F ein. Der zweite Teilstrahl wird an der Glasplatte P gebrochen, trifft auf den Planspiegel S 2, wird reflektiert, durchdringt P bis zur Stelle 0, wird reflektiert und gelangt ebenfalls in das Fernrohr F. In 0 kommen die beiden Teilstrahlen zur Interferenz und da ihre Lichtwege verschieden sind, wirkt sich die Reflexion des einen Teilstrahls an S 2 so aus, als wäre er an dem gedachten Planspiegel S `1 reflektiert worden, so dass wir uns ersatzweise eine Interferenz der an S 1 und S `1 reflektierten Lichtstrahlen vorstellen können. Die Hilfsplatte P` wurde dabei deshalb eingeführt, damit beide Teilstrahlen dreimal das Glas durchqueren, also eine Phasenverschiebung infolge einer unsymmetrischen Durchquerung des Glases vermieden wird. Im Fernrohr werden dann die Interferenzstreifen ausgewertet.**

**a) Auf der Basis dieser Versuchsanordnung soll nun die Laufzeitdifferenz der beiden Strahlen in Abhängigkeit von der vermeintlichen Relativgeschwindigkeit v = 0,634 c gegen den Äther ermittelt werden. L1 und L2 sind dabei die Armlängen des Interferometers; Es soll gelten: L1 = 1m,25 Meter; L2 = 0,86 Meter.**
**b) Als nächstes wird nun die gesamte Apparatur um 90 ° gegen den Uhrzeigersinn gedreht. Diese Drehung ist deshalb nötig, um eine Bezugsmessung auszuführen zu können, da man die Erde nicht stillstehen lassen kann. Wir brauchen jetzt nicht alle Überlegungen noch einmal vom Anfang an durchzugehen, sondern sehen, dass diese Drehung lediglich bedeutet, dass die beiden Spiegel S 1 und S 2 ihre Funktion vertauschen. Berechnen Sie nun die „gedrehte" Laufzeitdifferenz.**
**c) Bildet man nun die Differenz dieser beiden Laufzeiten, rechnet diese in die korrespondierende Phasendifferenz und diese weiter in die Linienverschiebung in Streifenbreiten um, so findet man für v / c  1, d.h. für Relativgeschwindigkeiten, die gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sehr klein sind, bei etwaiger Gleichheit der Interferometer Arme ( l1 = l2 = l) den Ausdruck**

$$\Delta = \frac{2\,L}{Lamda}\,\frac{v^{\underline{2}}}{c^{\underline{2}}}$$

**Berechnen Sie Delta t mit den Daten: v = 0,005 c und l = 1,5 Meter.**

**a) Es gilt:**

$$(\Delta t)_{I} = \frac{2}{c}\left( \frac{l1}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{l2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

$$= \frac{2}{c}\left(\frac{1{,}25\,m}{1-0{,}634^2} - \frac{0{,}86\,m}{\sqrt{1-0{,}634^2}}\right)$$

$$= \frac{2}{c}\,(2{,}09614 - 1{,}1120694) = \frac{2}{c}\,(0{,}9780) = 6{,}52\ 10^{-6}\ \mathrm{s}$$

**b)**

$$(\Delta t)_{II} = \frac{2}{c}\left( \sqrt{\frac{l1}{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{l2}{1-\frac{v^2}{c^2}} \right)$$

$$= \frac{2}{c}\left( \frac{1{,}25m}{\sqrt{1-0{,}634^2}} - \frac{0{,}86\,m}{1-0{,}634^2}\right) = \frac{2}{c}\ (1{,}61637 - 1{,}43802)$$

$$= \frac{2}{c}\ (0{,}1783) = 1{,}18905\ 10^{-6}\ \mathrm{s}$$

**c)**

$$\Delta = \frac{2\,L}{Lamda}\ \frac{v^2}{c^2}$$

$$= \frac{1{,}5\,m\ \ 2}{375\ 10^{-9}\,m}\ \ \frac{0{,}005\,c^2}{c^2} = 8000000 \times 0{,}005 = 40\ 000\mathrm{s}$$

**Aufgabe (5):**

**Längenkontraktion und relativistische Zeitdilatation**
**Die Lorentz -Transformation lautet:**

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad\qquad y' = y$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad\qquad z' = z$$

**Jetzt schreiben wir die Formeln der Lorentz-Transformation einmal für das Ende 1 (Anhängen des Index 1) und einmal für das Ende 2 (Anhängen des Index 2) auf und subtrahieren die Gleichungen. Das Resultat lautet:**

$$x_2' - x'1 = \frac{(x2 - x1) - v\,(t2 - t12)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (1)$$

$$y_2' - y_1' = y_2 - y_1 \qquad\qquad z'_2 - z'_1 = z_2 - z_1$$

$$t_2' - t_1' = \frac{(t2 - t1) - \frac{v}{c^2}(x2 - x1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (2)$$

**Diese raumzeitlichen Relationen haben wir nun physikalisch sinnvoll zu interpretieren, wobei wir auf die festgehaltene Verknüpfung der beiden Inertialsysteme I und I \`Bezug nehmen wollen.**
**An dieser Stelle kommt nun das zum Tragen, was wir früher allgemein über den Messprozess ausgesagt haben. Messen wir erst die Angabe der genauen Bedingungen des Messprozesses. So kommen wir zu einer eindeutigen Operation. Im Einzelnen gehen wir folgendermaßen vor: ein Stab möge in dem Inertialsystem I \`ruhen und dort die Länge $L_0 = x_2' - x_1'$ besitzen. Die Messung soll so erfolgen, dass im Inertialsystem I, von dem aus betrachtet wird, sich der Stab mit der mit der Geschwindigkeit v vorbeibewegt, die Enden des Stabes gleichzeitig angestrahlt werden, d.h. $t_2 = t_1$. Bezeichnen wir die Länge des Stabes im Inertialsystem I mit $l = x_2 - x_1$, so folgt aus der Formel (1) sofort:**

$$x2' - x1' = \frac{(x2 - x1) - v\,(t2 - t1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \gg \quad l_0 = \frac{l - 0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \gg$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad (3)$$

**Betrachten wir nun im Inertialsystem I eine feste Stelle ($x_2 = x_1$, von der im zeitlichen Intervall $T_0 = t_2 - t_1$ Signale ausgehen). Den zeitlichen Abstand dieser Signale registrieren wir sodann in dem vorbei bewegten Inertialsystem I \`.**

**Gemäß Formel (1) müssen wir erkennen, dass für einen Beobachter in diesem Inertialsystem I `die Signale im Abstand**

$$x2` - x1` = \frac{(x2-x1)-v\,(t2-t12)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0-v\,T0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{v\,T0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

**entfernt voneinander gelegene Punkten herkommen. Außerdem beträgt das Intervall T = t`$_2$ - t`$_1$ der Signale für einen solchen Beobachter gemäß Formel (2):**

$$t`_2 - t`_1 = \frac{(t2-t1)-\frac{v}{c^2}(x2-x1)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \gg T = \frac{T0-(\frac{v}{c^2}\,0)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \gg$$

$$T = \frac{T\,0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad \textbf{(4)}$$

**a) Berechnen Sie die relative Länge eines erdachten Raumschiffes, das sich mit der Geschwindigkeit von 0,8c im Raum bewegt. Die Ruhelänge soll**

- **1000 Meter**
- **200 000 Kilometer**
- **6000 Meter**

**sein.**

**b) Ein Raumschiff fliegt mit der Geschwindigkeit von 0,945 c im Raum. Auf der Erde sind 20 Jahre vergangen. Wie viel Jahre sind an Bord vergangen.**

**a):**

- $l = l0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ = 1000 m $\sqrt{1 - 0,8c^2}$ = 600 m
- $l = l0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ = 200 000 km $\sqrt{1 - 0,8c^2}$

  = 120 000 km
- l = l0 ≫ = 6000 m $\sqrt{1 - 0,8c^2}$ = 3600 m

**b):**

$T = \frac{T0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ ≫ $T_0 = T_{Erde} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ = 20 a

$\sqrt{1 - 0,945^2}$ = 6,54 Jahre

**Aufgabe 6:**

**Laut Einstein gilt, dass bei seinem Zugang zur Relativitätstheorie das Problem der Gleichzeitigkeit von Ereignissen an zwei Körpern, die sich relativ zueinander in Bewegung befinden, eine herausragende Rolle gespielt hat. Einstein hat mittels des Prinzips der Konstanz der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit die Gleichzeitigkeit von Ereignissen gefasst. Seine Definition der Gleichzeitigkeit ist sehr beeindruckend.**

**Zwei Ereignisse an voneinander entfernten Orten sind gleichzeitig, wenn das zur Zeit der Ereignisse auesandte Licht sich in der Mitte der Verbindungsstrecke trifft.**
**In der vorigen Aufgabe 5 haben wir einen Einblick in das Phänomen der Zeitdilatation nehmen können.**
**Eng mit der Relativierung des Zeitintervalls ist die Relativierung der Gleichzeitigkeit verbunden. Das bedeutet, dass Ereignisse, die in einem Inertialsystem als gleichzeitig registriert werden, in einem dagegen bewegten Inertialsystem in einem zeitlichen Abstand auftreten. Mathematisch ist diese Gelegenheit außerordentlich leicht einzusehen. Zu diesem Zweck stellen wir uns im Inertialsystem I an der Stelle $x_1$ und $x_2$ ein gleichzeitiges Ereignis vor; ($t_1 = t_2$), das von vorbei bewegten Inertialsystem I\` aus betrachtet werden soll. Gemäß der Formel (2) von Aufgabe 5 folgt sofort der nichtverschwindende Zeitabstand:**
**Es gilt:**

$$t`_2 - t`_1 = - \frac{(t2-t1)-\frac{v}{c^2}(x2-x1)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ **; mit $t_1 = t_2$ gilt:**

$$\Delta t` = t_2` - t_1` = \frac{u}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}(x_2-x1)$$

**Es soll gelten: $x_1$ = 50 ms; $x_2$ = 30 ms; v = 0,8 c**

$$\Delta t` = - \frac{0{,}8\,c}{c\frac{2}{}\sqrt{1.-0{,}8\,c\frac{2}{}}} = - \frac{0{,}8}{c\;0{,}6}\;(-20\text{ ms}) = - \frac{1\frac{1}{3}}{c}\;(-\,20\text{ ms})$$

$$= -4\,\frac{4}{9}\;10^{-6}\;(-\,20\text{ ms}) = 8\,\frac{8}{9}\;\;10^{-5}\text{ ms} = 8{,}8 \times 10^{-5}\text{ ms}$$

**Für den bewegten Beobachter, d.h. für diesen Beobachter liegen die Ereignisse hintereinander. Er registriert sie also nicht als gleichzeitig!**
**Anhand der Beispielaufgabe wird eine Welt Uhr mit einer absoluten Zeitangabe damit zur Illusion.**

**Aufgabe 7:**

**Schwarzschildlösung:**

**Im Rahmen der Newtonschen Gravitationstheorie hat das Gravitationspotential einer Kugel konstanter Massendichte sowohl für den statischen als auch für den rotierenden Fall im Vakuum-Außenraum die Gestalt:**

$$\emptyset = - \frac{y\,N\;\;M}{4\,\pi\,r} \qquad (1)$$

**(M Kugelmasse) und im Innenraum die Form:**

$$\emptyset_{\,i} = \frac{3\,y\,N\,M}{8\,\pi\,R0}\;\left(1- \frac{r\frac{2}{}}{3\,R\,0\frac{2}{}}\right) \qquad (2)$$