

Faszination Mathematik

**Eine Reise durch die Welt der Mathematik
mit interessanten Gedanken und Zahlenspielereien**

Inhalt

Einleitung 25

Urzeit 28

Mesopotamien 30

Sumerer 30

Rechnen mit Keilzahlen 31

Babylonier 32

Hexagesimalsystem 32

Rechnen mit Quadratzahlen und Quadratwurzeln 33

Codex Hammurapi 35

Ägypten 36

Imhotep 36

Rechnen mit ägyptischen Zahlzeichen 37

Rechenaufgaben auf dem Papyrus Rhind 38

Harappa-Kultur 41

China 42

Frühbronzezeit in Mitteleuropa 44

Himmelsscheibe von Nebra 44

Kelten 46

Keltischer Wackelstein 46

Keltische Knoten 47

Astronomische Kenntnisse 48

Minoer 50

Zahlen auf Tontafeln 51

Griechenland	52
Thales von Milet	53
Satz des Thales	53
Pythagoras von Samos	54
Lehrsatz des Pythagoras	54
Irrationale Zahlen	54
Mangelhafte, vollkommene und überschießende Zahlen	55
Zusammenhang zwischen Arithmetik und Geometrie	55
Zenon von Elea	56
Paradoxon von Achilles und der Schildkröte	56
Einfluss auf den Atomismus	57
Entkräftigung der Behauptung: „Es gibt keine Bewegung“	58
Hippokrates von Chios	59
„Mönchchen“ des Hippokrates	60
Platon	62
Platonische Körper	63
Aristoteles	64
Mathematische Logik	64
Indizien zur Kugelform der Erde	66
Archimedes	67
Archimedisches Prinzip	67
Annäherung an die Kreiszahl π	69
Archimedische Schraube	71
Grundlagen der Infinitesimalrechnung	72
Hebelgesetze und Verteidigungsmaschinen	73
Eratosthenes	75
Berechnung des Erdumfangs	75
Sieb des Eratosthenes	77
Euklid	79
Axiome und Postulate	79
Euklids „Elemente“ als Hauptwerk der frühen Mathematik	80
Vollkommene Zahlen	81
Apollonius von Perge	82
Kegelschnitte	83

Gedanken zum Aufbau der Materie

Leukipp 84

Das Nichtseiende „sei“ 84
Ureigenschaft der Stoffe 84

Demokrit 85

Atome 85
Der lachende Philosoph 86

Heron von Alexandria 87

Heronische Formel 87
Heron-Verfahren 88
Genialer Techniker 88

Diophantos von Alexandria 89

Diophantische Gleichungen 89

Römer 91

Römische Zahlen 91
Rechnen mit den Fingern 92
Abakus 93

Maya 96

Schriftzeichen der Maya 96
Vigesimalsystem 97

Indien 98

Entwicklung der Trigonometrie 98
Indische Ziffern 98
Poesie in mathematischen Aufgaben 99

Araber 100

Bedeutung der islamischen Wissenschaften 100
Ab ū'l-Wafā' und die Winkelfunktionen am Einheitskreis 101

Al-Chwarizmī 102

Algorithmus 102
Algebra 102

Entwicklung der Mathematik in Europa 103
Septem Artes liberales und Septem Probitates 103

Fibonacci 104

Fibonacci-Folge 104

Der Goldene Schnitt 105

Die irrationale Zahl φ und ihr Kehrwert 107

Kuriositäten von φ 107

Kepler-Dreieck 107

Das Verhältnis von φ in Architektur und Kunst 109

Die Goldene Fibonacci-Folge 110

Fibonacci-Folgen in der Musik 110

Fibonacci-Zahlen in der Natur 111

Nikolaus von Kues 112

Quadratur des Kreises 113

Kalenderreform 113

Regiomontanus 114

Alfonsinische Tafeln 114

Missweisung der Magnetnadel 114

Ebene und sphärische Trigonometrie 114

Ephemeriden 115

Entdeckungsfahrten 116

Lucca Pacioli 118

Doppelte Buchführung 118

Leonardo da Vinci 119

Zentralperspektive 120

Der vitruvianische Mensch 121

Stadtpläne und topologische Karten 122

Spiegelschrift 123

Albrecht Dürer	124
Studien zur menschlichen Proportion	124
„Mathematischster Kopf“ der Künstler seiner Zeit	126
Mathematikbuch in deutscher Sprache	127
Stabius-Dürer-Karte	128
Melencolia: Magisches Quadrat und geometrische Körper	129
Rätsel an Dürers Grab	131
Nikolaus Kopernikus	133
Heliozentrisches Weltbild	133
Verschiebung des Frühlingspunktes	134
Michael Stifel	135
Arithmetische und geometrische Folge	135
Logarithmisches Rechnen	136
Adam Ries	137
„Rechnung auff der linihen“	137
Neunerprobe	138
Die unveröffentlichte Coß	139
Niccolò Tartaglia	140
Rechenstreite	140
Lösung der kubischen Gleichung mittels Substitution	140
Verrat Cardanos	141
Geronimo Cardano	143
Kubische Gleichungen	143
Cardanische Formeln	143
Kardanische Aufhängung und Kardanwelle	146
Rafael Bombelli	147
Imaginäre und komplexe Zahlen	147
Francois Viète (Vieta)	148
Einführung mathematischer Symbole	148
Satz von Vieta	148
Linearfaktoren	149

- Tycho Brahe** 150
Entdeckung einer Supernova 150
Kometen 150
- John Neper (Napier)** 151
Bearbeitung der Logarithmen 151
Multiplikation mit Rechenstäbchen 151
Nepersche Regel in der sphärischen Geometrie 151
Kommaschreibweise von Dezimalbrüchen 151
- Jost Bürgi** 152
Uhr mit Sekundenzeiger 152
Sinustafel und natürliche Logarithmen 152
- Francis Bacon** 153
Wiederholbare Experimente 153
- Galileo Galilei** 154
Praktische Mechanik 154
Formel für das Volumen einer Kugel 154
Entwicklung eines Fernrohrs 155
Entdeckung von vier Jupitermonden 155
Überarbeitung des heliozentrischen Weltmodells 155
Sagittatore 155
- Johannes Kepler** 157
Keplersche Gesetze 157
Claudius Ptolemäus 158
Logarithmisches Rechnen 158
- René Descartes** 159
Analytische Geometrie 159
Schreibweise von Variablen, Parametern, Potenzen 159
Cogito ergo sum 160

Pierre de Fermat 161

Fermat'sche Vermutung 161

Analytische Geometrie 163

Wahrscheinlichkeitsrechnung 163

Natürliche Zahl als Summe von vier Quadratzahlen 163

Primzahl als Summe von zwei Quadratzahlen 164

Kleiner Fermat'scher Satz 164

Befreundete Zahlen 164

Fermat'scher Irrtum 165

Blaise Pascal 166

Wahrscheinlichkeitsrechnung 166

Pascal'sches Dreieck mit Binomialkoeffizienten 167

Konstruktion einer Rechenmaschine 169

Mechanik der Flüssigkeiten und Gase 169

Christiaan Huygens 170

Entdeckung des Saturnrings 170

Entdeckung des Orionnebels und eines Jupitermonds 170

Erarbeitung zahlreicher physikalischer Formeln 170

Bau der ersten Pendeluhr 171

Aufhängung für Pendeluhren auf Schiffen 171

Untersuchung der Pendelbewegung 171

Erfindung der Unruh für Uhren 171

Einführung des Erwartungswerts einer Zufallsgröße 171

Isaac Newton 173

Entwicklung der Infinitesimalrechnung 173

Gravitationslehre 173

Erklärung der Spektralfarben 173

Gottfried Wilhelm Leibniz	174
Entwicklung der Infinitesimalrechnung	174
Dreieckszahlen	174
Vollkommene Zahlen	176
Summen unendlicher Reihen	176
Reihe der reziproken Dreieckszahlen	177
Konvergenzkriterium für alternierende Reihen	177
Leibniz-Reihe	177
Differentialgleichungen mit Trennung der Variablen	178
Erfindung der Staffelwalze	178
Konstruktion einer mechanischen Rechenmaschine	179
Die Mathematiker-Familie Bernoulli	180
Jakob Bernoulli	181
Beweis der Divergenz der harmonischen Reihe	181
Bernoulli'sche Ungleichung	181
Vollständige Induktion	181
Lösung des Florentiner Problems	183
Bernoulli-Formel der Wahrscheinlichkeitstheorie	184
Johann Bernoulli	185
Bernoulli'sche Differentialgleichung	185
Lösung des Brachistochronen Problems	186
Strömungsverhältnisse von Flüssigkeiten	187
Nikolaus Bernoulli	188
Wahrscheinlichkeitstheorie in der Rechtslehre	188
Sankt-Petersburg-Paradoxon	188
Daniel Bernoulli	190
Bernoullisches Gesetz zur Hydromechanik	190
Medizinische Untersuchungen	191
Marquis de L'Hospital	192
Regel von de L'Hospital	192
Brook Taylor	193
Taylor-Reihe	193
Grundlagen der geometrischen Perspektive	195
Prinzip des Fluchtpunkts	195

Christian Goldbach	196
Gerade Zahl als Summe zweier Primzahlen	196
Starke und schwache Goldbachsche Vermutung	196
Leonhard Euler	198
Aufdeckung des Fermat'schen Irrtums	199
Frage: $n^2 + n + 41 = \text{Primzahl}$?	199
Beweis des Theorems von Fermat	199
Beweis des kleinen Fermat'schen Satzes	200
Königsberger Brückenproblem	200
Begründung der Topologie	200
Lösung des Hamiltonwegs	201
Eulerscher Polyedersatz	202
Eulersche Zahl e	203
Bestimmung von Reihen	205
Basler Problem	205
Eulersche Identität	205
Joseph Louis Lagrange	207
Variationsrechnung	207
Problem der Brachistochrone	208
Euler-Lagrange-Gleichung	208
Lagrange'sche Bewegungsgleichungen	209
Mitentwickler des metrischen Systems	209
Beweis des Vierquadrateatzes (Satz von Lagrange)	209
Beweis der Fermat-Gleichung $x^2 - Dy^2 = 1$	210
Untersuchung der Libration des Mondes	210
Aufsatz zum Dreikörperproblem	210
Gaspard Monge	211
Dreidimensionale Figuren in der Zeichenebene	211
Theorien zu Luftspiegelungen	211
Synthese von Wasser	211
Pierre Simon Laplace	212
Wahrscheinlichkeitsrechnung	212
Himmelsmechanik	212
Drei-Körper-Problem	213

Adrien-Marie Legendre	214
Legendre-Polynome	214
Legendre-Transformation von Variablen	214
Lösbarkeit einer Legendre-Gleichung	215
Gauß-Legendre-Algorithmus	215
Quadratisches Reziprozitätsgesetz	216
Satz von Legendre	216
Methode der kleinsten Quadrate	216
Fehlerfreier Beweis des Eulerschen Polyedersatzes	216
Mindestens eine Primzahl zwischen zwei Quadratzahlen	216
Jean Baptiste Joseph Fourier	217
Gesetz zur Wärmeausbreitung in Festkörpern	217
Fourier-Reihe	217
Fourier-Transformation und Fourier-Analyse	217
Fourier-Zahl „Fo“	218
Entdecker des Treibhauseffekts	218
Carl Friedrich Gauß	220
Gaußsche Summenformel	220
Arithmetisches und geometrisches Mittel	221
Primzahlverteilung	222
Primzahlsatz	223
Primzahlzwillinge	223
Gauß-Legendre-Algorithmus	224
Fehlerrechnung	224
Gauß'sche Glockenkurve	224
Konstruktion des regelmäßigen 17-Ecks	225
Komplexe Zahlen mit Gauß'scher Zahlenebene	226
Rechnen mit komplexen Zahlen	226
Fundamentalsatz der Algebra	227
Bahnbestimmung von Planeten	227
Entwicklung des Heliotrops	228
Konstruktion des elektromagnetischen Telegrafen	228

- Bernhard Bolzano** 229
 Definition der Stetigkeit 229
 Bolzanofunktion 229
 Zwischenwertsatz – Satz von Bolzano 230
 Satz von Bolzano-Weierstraß 231
 Phänomenologie 231
 Mengen 231
- Jean Victor Poncelet** 232
 Projektive Geometrie 232
 Verbesserung von Turbinen und Wasserrädern 232
- Augustin-Louis Cauchy** 233
 Ausbau der Analysis 233
 Lehre zu Determinanten 233
 Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen 234
 Cauchy-Folgen 235
 Cauchy'sches Konvergenzkriterium 235
- August Ferdinand Möbius** 236
 Möbius-Band 236
 Vorreiter der Topologie 236
 Möbius-Cantor-Graph 237
 Möbiustransformation 237
 Möbiusfunktion 237
- Nikolai Iwanowitsch Lobatschewskij** 238
 Hyperbolische oder Lobatschewskij-Geometrie 238
 Negation des euklidischen Parallelenaxioms 238
- Pierre Frédéric Sarrus** 239
 Regel von Sarrus 239
 Variationsrechnung 239
- Niels Henrik Abel** 240
 Erkenntnis zu Gleichungen fünften Grades 240
 Untersuchung des binomischen Lehrsatzes 240
 Abelsches Theorem 241
 Veröffentlichung zu elliptischen Funktionen 241

Janos Bolyai	242
Parallelenpostulat des Euklid	242
Geometrie ohne Parallelenpostulat	242
Carl Gustav Jacob Jacobi	243
Elliptische Integrale	243
Kreisteilung	243
Determinanten	244
Theorie zu konjugierten Punkten	244
Jacobi-Matrix	245
Peter Gustav Lejeune Dirichlet	246
Dirichlet'scher Primzahlsatz	246
William Rowan Hamilton	247
Entwicklung der Quaternionenalgebra	247
Hamiltonfunktion in der theoretischen Mechanik	247
Hermann Graßmann	248
Exakte Definition des Vektorbegriffs	248
Lineale Ausdehnungslehre	249
Graßmannsche Gesetze der Farbenlehre	250
Joseph Liouville	251
Unendliche Klasse von transzendenten Zahlen	251
Kettenbrüche	251
Randwertprobleme	252
Theorie von Sturm-Liouville	252
Ernst Eduard Kummer	253
Hypergeometrische Reihe	253
Reziprozitätsgesetze der Zahlentheorie	253
Ideale Zahlen	254
Evariste Galois	255
Lösungen algebraischer Gleichungen	256
Theorie elliptischer Funktionen	256
Tod im Duell	256

George Boole 257
Boolesche Algebra 257
Logische Verknüpfungen 258

Karl Weierstraß 260
Potenzreihenentwicklung in der Funktionentheorie 260
Satz von Bolzano-Weierstraß 260

Pafnutij Lwowitsch Tschebyschow 262
Statistische Methoden in Wahrscheinlichkeitstheorie 262
Gesetz der großen Zahlen 262
Erwartungswert 263
Tschebyschowsche Ungleichung 264
Varianz und Standardabweichung 264

Charles Hermite 266
Transzendenz der Eulerschen Zahl e 266
Gleichungen 5. Grades mit elliptischen Integralen 267

Leopold Kronecker 268
Kronecker-Symbol δ_{ik} 268

Bernhard Riemann 269
Riemann Integral 269
Partielle Differentialgleichungen in der Physik 270

James Clerk Maxwell 271
Maxwell-Gleichungen 271
Kinetische Gastheorie 272

Julius Wilhelm Richard Dedekind 273
Dedekindsche Schnitte 273
Das Ideal 273

Rudolf Lipschitz 274
Lipschitz-Bedingung 274
Dehnungsbeschränkte Funktion 274

Sophus Lie	275
Berührungstransformationen	275
Theorie der Transformationsgruppen	276
Heinrich Martin Georg Weber	277
Begriff der Charaktere für endliche Gruppen	277
Ludwig Boltzmann	278
Maxwell-Boltzmann-Statistik	278
Stefan-Boltzmann-Gesetz	278
Boltzmann-Gleichung zur Thermodynamik	278
Schöpfer der statistischen Physik	279
Begriff der Entropie	279
William Kingdon Clifford	280
Clifford-Algebren	280
Quaternionen	280
Georg Cantor	281
Entwicklung der allgemeinen Mengenlehre	281
Entwurf der Maßtheorie	281
Beweis der Gleichmächtigkeit von \mathbb{N} , \mathbb{Z} und \mathbb{Q}	282
Felix Klein	284
Klein'sche Flasche	285
Ferdinand von Lindemann	286
Beweis der Transzendenz von π	286
Henri Poincaré	287
Begründer der algebraischen Topologie	287
Begründer der Funktionentheorie	287
Drei-Körper-Problem	287
Prinzip des Chaos	289
Carl David Tolmé Runge	290
Runge-Kutta-Verfahren	290
Polygonzugverfahren	290

Nikola Tesla 291
Die digital root 291
Bedeutung der Ziffern 3, 6 und 9 291 ff.

Max Planck 296
Begründer der Quantenphysik 296
Schwarzer Körper 296
Planck'sches Wirkungsquantum h 296
Max-Planck-Gesellschaft 297

Kurt Hensel 298
p-adische Zahlen 298

David Hilbert 299
23 mathematische Probleme 299
Begründer des mathematischen Formalismus 300

Hermann Minkowski 301
Konvexe Körper und Gitter in der Zahlentheorie 301
Minkowskischer Gitterpunktsatz 301
Geometrie der Zahlen 301
Vierdimensionales Raum-Zeit-Kontinuum 301
Vierdimensionale Elektrodynamik 301
Minkowski-Raum 302
Minkowski-Diagramm 302
Minkowski-Ungleichung 302

Jacques Hadamard 303
Primzahlsatz 303

Charles de la Vallée Poussin 304
Beweis des Primzahlsatzes 304

Felix Hausdorff 305
Entwicklung des Maximalkettensatzes 305
Hausdorff-Dimension 305
Hausdorff-Raum 306
Hausdorff-Metrik 306
Schriftsteller-Pseudonym „Paul Mongré“ 306

Élie Joseph Cartan	308
Differentialgleichungssysteme	308
Beweis der Vermutung von Ludwig Schläfli	308
Ernst Steinitz	309
Charakteristik eines Körpers	309
Transzendenzgrad	309
Beweis der algebraisch abgeschlossenen Erweiterung	309
Henri Léon Lebesgue	310
Lebesgue-Integral	310
Satz von Lebesgue	310
Lebesgue-Zahl	310
Edmund Landau	311
Verallgemeinerung des Primzahlsatzes	311
Zeta-Funktion	311
Summe von höchstens acht kubischen Zahlen	311
Leon Lichtenstein	312
Beweis des Satzes zu konformen Abbildungen	312
Existenzbeweis ringförmiger Struktur von Planeten	312
Beweis für die Gleichgewichtsfigur des Mondes	312
Max Dehn	313
Lösung des dritten von Hilberts 23 Problemen	313
Dehn-Invariante	313
Wortproblem für endlich erzeugte Gruppen	313
Beweis für grundlegenden Satz der Knotentheorie	314
Dehn-Twist	314
Dehn-Chirurgie	314
Albert Einstein	315
Spezielle Relativitätstheorie	316
Allgemeine Relativitätstheorie	316
$E = m \cdot c^2$	316

Luitzen Egbertus Jan Brouwer 318

Brouwerscher Fixpunktsatz 318

Prinzip des ausgeschlossenen Dritten 318

Amalie Emmy Noether	319
Strukturelles Denken in der Algebra	319
Noether-Theorem	319
Max Born	320
Kopenhagener Deutung	320
Born-Infeld-Theorie	321
Stringtheorie der Atome	321
Bharati Krishna Tirthaji	322
Vedische Mathematik	322
Hermann Weyl	324
Zweidimensionale differenzierbare Mannigfaltigkeit	324
Zufallszahlen	324
Symmetrien in Lösungen von Gleichungen	325
Symmetrische Strukturen in der Quantenmechanik	325
Viggo Brun	326
Verbesserung des Siebes von Eratosthenes	326
Fastprimzahlen	326
Brunscher Witz	327
Primzahlzwillinge	327
Verallgemeinerung des Euklidischen Algorithmus	327
Erwin Schrödinger	328
Elektronenschwingungen im Atom	328
Schrödingergleichung	329
Richard Courant	330
Anwendungen der Analysis	330
Stefan Banach	331
Banachräume	331
Satz von Hahn-Banach	331
Fixpunktsatz von Banach	331
Satz von Banach-Steinhaus	332
Banach-Tarski-Paradoxon	332

Norbert Wiener	333
Grundlagen der harmonischen Analyse	333
Operatorenrechnung	333
Grenzwertsatz von Wiener	334
Arbeiten zur Brownschen Bewegung	334
Kybernetik	334
Heinz Hopf	336
Satz von Poincaré-Hopf	336
Homologie- und Kohomologietheorien	336
Pawel Sergejewitsch Alexandrow	337
Grundlagen für die Homotopietheorie	337
Kern eines Homomorphismus	337
Juliusz Paweł Schauder	338
Leray-Schauder-Abbildungsgrad	338
Schauderscher Fixpunktsatz	338
Werner Heisenberg	339
Matrizenmechanik	339
Unschärferelation	339
Weltformel	339
Materiegleichung	340
Paul Dirac	341
Formalisierung der Quantenmechanik	341
Dirac-Gleichung	341
John von Neumann	342
MANIAC-Computer	342
Andrej Nikolajewitsch Kolmogorow	343
Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	343
Gesetz der großen Zahlen	343
Kolmogorow-Smirnow-Test	344
Bartel Leendert van der Waerden	345
Algebraische Methoden in der Quantenmechanik	345
Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften	345

Kurt Gödel	346
Erster und zweiter Unvollständigkeitssatz	346
Kontinuumshypothese	346
Gödel-Zahlen	347
Jean Leray	349
Leray-Schauderscher Abbildungsgrad	349
Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen	349
Satz zu Garbenkohomologiegruppen	349
Erich Kähler	350
Kählersche Mannigfaltigkeiten	350
Schriften zur Monadologie	350
Konrad Zuse	351
Erster frei programmierbarer Rechner	351
Hexadezimalzahlen	352
Dualsystem	353
Bits und Bytes	353
Alan Turing	354
Turingmaschine	354
Entschlüsselung der Enigma	354
Geschichte der Verschlüsselungen	355
Skytala	355
Code des Polybius	356
Cäsar-Code	356
Anagramme des Galileo Galilei	356
Persönliche Identifikationsnummer – PIN	357
Modulo-Methode	357
Diffie-Hellman-Verfahren	357
Israel Moisejewitsch Gelfand	358
Gelfand-Transformation	358
Satz von Gelfand-Neumark	358
Gelfand-Neumark-Segal-Konstruktion	358
Satz von Gelfand-Mazur	358
Gelfand-Levitan-Theorie	358
Gelfandsche Raumtripel	359