

Faszination Mathematik

**Eine Reise durch die Welt der Mathematik
mit interessanten Gedanken und Zahlenspielereien**

Inhalt

Einleitung 25

Urzeit 28

Mesopotamien 30

Sumerer 30

Rechnen mit Keilzahlen 31

Babylonier 32

Hexagesimalsystem 32

Rechnen mit Quadratzahlen und Quadratwurzeln 33

Codex Hammurapi 35

Ägypten 36

Imhotep 36

Rechnen mit ägyptischen Zahlzeichen 37

Rechenaufgaben auf dem Papyrus Rhind 38

Harappa-Kultur 41

China 42

Frühbronzezeit in Mitteleuropa 44

Himmelsscheibe von Nebra 44

Kelten 46

Keltischer Wackelstein 46

Keltische Knoten 47

Astronomische Kenntnisse 48

Minoer 50

Zahlen auf Tontafeln 51

Griechenland 52

Thales von Milet 53

Satz des Thales 53

Pythagoras von Samos 54

Lehrsatz des Pythagoras 54

Irrationale Zahlen 54

Mangelhafte, vollkommene und überschießende Zahlen 55

Zusammenhang zwischen Arithmetik und Geometrie 55

Zenon von Elea 56

Paradoxon von Achilles und der Schildkröte 56

Einfluss auf den Atomismus 57

Entkräftung der Behauptung: „Es gibt keine Bewegung“ 58

Hippokrates von Chios 59

„Möndchen“ des Hippokrates 60

Platon 62

Platonische Körper 63

Aristoteles 64

Mathematische Logik 64

Indizien zur Kugelform der Erde 66

Archimedes 67

Archimedisches Prinzip 67

Annäherung an die Kreiszahl π 69

Archimedische Schraube 71

Grundlagen der Infinitesimalrechnung 72

Hebelgesetze und Verteidigungsmaschinen 73

Eratosthenes 75

Berechnung des Erdumfangs 75

Sieb des Eratosthenes 77

Euklid 79

Axiome und Postulate 79

Euklids „Elemente“ als Hauptwerk der frühen Mathematik 80

Vollkommene Zahlen 81

Apollonius von Perge 82

Kegelschnitte 83

Gedanken zum Aufbau der Materie

Leukipp 84

Das Nichtseiende „sei“ 84
Ureigenschaft der Stoffe 84

Demokrit 85

Atome 85
Der lachende Philosoph 86

Heron von Alexandria 87

Heronische Formel 87
Heron-Verfahren 88
Genialer Techniker 88

Diophantos von Alexandria 89

Diophantische Gleichungen 89

Römer 91

Römische Zahlen 91
Rechnen mit den Fingern 92
Abakus 93

Maya 96

Schriftzeichen der Maya 96
Vigesimalsystem 97

Indien 98

Entwicklung der Trigonometrie 98
Indische Ziffern 98
Poesie in mathematischen Aufgaben 99

Araber 100

Bedeutung der islamischen Wissenschaften 100
Ab ū'l-Wafā' und die Winkelfunktionen am Einheitskreis 101

Al-Chwarizmī 102

Algorithmus 102
Algebra 102

Entwicklung der Mathematik in Europa 103
Septem Artes liberales und Septem Probitates 103

Fibonacci 104

Fibonacci-Folge 104
Der Goldene Schnitt 105
Die irrationale Zahl ϕ und ihr Kehrwert 107
Kuriositäten von ϕ 107
Kepler-Dreieck 107
Das Verhältnis von ϕ in Architektur und Kunst 109
Die Goldene Fibonacci-Folge 110
Fibonacci-Folgen in der Musik 110
Fibonacci-Zahlen in der Natur 111

Nikolaus von Kues 112

Quadratur des Kreises 113
Kalenderreform 113

Regiomontanus 114

Alfonsinische Tafeln 114
Missweisung der Magnetnadel 114
Ebene und sphärische Trigonometrie 114
Ephemeriden 115
Entdeckungsfahrten 116

Lucca Pacioli 118

Doppelte Buchführung 118

Leonardo da Vinci 119

Zentralperspektive 120
Der vitruvianische Mensch 121
Stadtpläne und topologische Karten 122
Spiegelschrift 123

Albrecht Dürer 124

- Studien zur menschlichen Proportion 124
- „Mathematischster Kopf“ der Künstler seiner Zeit 126
- Mathematikbuch in deutscher Sprache 127
- Stabius-Dürer-Karte 128
- Melencolia: Magisches Quadrat und geometrische Körper 129
- Rätsel an Dürers Grab 131

Nikolaus Kopernikus 133

- Heliozentrisches Weltbild 133
- Verschiebung des Frühlingspunktes 134

Michael Stifel 135

- Arithmetische und geometrische Folge 135
- Logarithmisches Rechnen 136

Adam Ries 137

- „Rechnung auff der linihen“ 137
- Neunerprobe 138
- Die unveröffentlichte Coß 139

Niccolò Tartaglia 140

- Rechenstreite 140
- Lösung der kubischen Gleichung mittels Substitution 140
- Verrat Cardanos 141

Geronimo Cardano 143

- Kubische Gleichungen 143
- Cardanische Formeln 143
- Kardanische Aufhängung und Kardanwelle 146

Rafael Bombelli 147

- Imaginäre und komplexe Zahlen 147

Francois Viète (Vieta) 148

- Einführung mathematischer Symbole 148
- Satz von Vieta 148
- Linearfaktoren 149

Tycho Brahe 150

Entdeckung einer Supernova 150

Kometen 150

John Neper (Napier) 151

Bearbeitung der Logarithmen 151

Multiplikation mit Rechenstäbchen 151

Nepersche Regel in der sphärischen Geometrie 151

Kommaschreibweise von Dezimalbrüchen 151

Jost Bürgi 152

Uhr mit Sekundenzeiger 152

Sinustafel und natürliche Logarithmen 152

Francis Bacon 153

Wiederholbare Experimente 153

Galileo Galilei 154

Praktische Mechanik 154

Formel für das Volumen einer Kugel 154

Entwicklung eines Fernrohrs 155

Entdeckung von vier Jupitermonden 155

Überarbeitung des heliozentrischen Weltmodells 155

Saggiatore 155

Johannes Kepler 157

Keplersche Gesetze 157

Claudius Ptolemäus 158

Logarithmisches Rechnen 158

René Descartes 159

Analytische Geometrie 159

Schreibweise von Variablen, Parametern, Potenzen 159

Cogito ergo sum 160

Pierre de Fermat 161

Fermat'sche Vermutung 161

Analytische Geometrie 163

Wahrscheinlichkeitsrechnung 163

Natürliche Zahl als Summe von vier Quadratzahlen 163

Primzahl als Summe von zwei Quadratzahlen 164

Kleiner Fermat'scher Satz 164

Befreundete Zahlen 164

Fermat'scher Irrtum 165

Blaise Pascal 166

Wahrscheinlichkeitsrechnung 166

Pascal'sches Dreieck mit Binomialkoeffizienten 167

Konstruktion einer Rechenmaschine 169

Mechanik der Flüssigkeiten und Gase 169

Christiaan Huygens 170

Entdeckung des Saturnrings 170

Entdeckung des Orionnebels und eines Jupitermonds 170

Erarbeitung zahlreicher physikalischer Formeln 170

Bau der ersten Pendeluhr 171

Aufhängung für Pendeluhren auf Schiffen 171

Untersuchung der Pendelbewegung 171

Erfindung der Unruh für Uhren 171

Einführung des Erwartungswerts einer Zufallsgröße 171

Isaac Newton 173

Entwicklung der Infinitesimalrechnung 173

Gravitationslehre 173

Erklärung der Spektralfarben 173

Gottfried Wilhelm Leibniz 174
Entwicklung der Infinitesimalrechnung 174
Dreieckszahlen 174
Vollkommene Zahlen 176
Summen unendlicher Reihen 176
Reihe der reziproken Dreieckszahlen 177
Konvergenzkriterium für alternierende Reihen 177
Leibniz-Reihe 177
Differentialgleichungen mit Trennung der Variablen 178
Erfindung der Staffelwalze 178
Konstruktion einer mechanischen Rechenmaschine 179

Die Mathematiker-Familie Bernoulli 180

Jakob Bernoulli 181
Beweis der Divergenz der harmonischen Reihe 181
Bernoulli'sche Ungleichung 181
Vollständige Induktion 181
Lösung des Florentiner Problems 183
Bernoulli-Formel der Wahrscheinlichkeitstheorie 184

Johann Bernoulli 185
Bernoulli'sche Differentialgleichung 185
Lösung des Brachistochronen Problems 186
Strömungsverhältnisse von Flüssigkeiten 187

Nikolaus Bernoulli 188
Wahrscheinlichkeitstheorie in der Rechtslehre 188
Sankt-Petersburg-Paradoxon 188

Daniel Bernoulli 190
Bernoullisches Gesetz zur Hydromechanik 190
Medizinische Untersuchungen 191

Marquis de L'Hospital 192
Regel von de L'Hospital 192

Brook Taylor 193
Taylor-Reihe 193
Grundlagen der geometrischen Perspektive 195
Prinzip des Fluchtpunkts 195

Christian Goldbach 196

- Gerade Zahl als Summe zweier Primzahlen 196
- Starke und schwache Goldbachsche Vermutung 196

Leonhard Euler 198

- Aufdeckung des Fermat'schen Irrtums 199
- Frage: $n^2 + n + 41 = \text{Primzahl}$? 199
- Beweis des Theorems von Fermat 199
- Beweis des kleinen Fermat'schen Satzes 200
- Königsberger Brückenproblem 200
- Begründung der Topologie 200
- Lösung des Hamiltonwegs 201
- Eulerscher Polyedersatz 202
- Eulersche Zahl e 203
- Bestimmung von Reihen 205
- Basler Problem 205
- Eulersche Identität 205

Joseph Louis Lagrange 207

- Variationsrechnung 207
- Problem der Brachistochrone 208
- Euler-Lagrange-Gleichung 208
- Lagrange'sche Bewegungsgleichungen 209
- Mitentwickler des metrischen Systems 209
- Beweis des Vierquadratesatzes (Satz von Lagrange) 209
- Beweis der Fermat-Gleichung $x^2 - Dy^2 = 1$ 210
- Untersuchung der Libration des Mondes 210
- Aufsatz zum Dreikörperproblem 210

Gaspard Monge 211

- Dreidimensionale Figuren in der Zeichenebene 211
- Theorien zu Luftspiegelungen 211
- Synthese von Wasser 211

Pierre Simon Laplace 212

- Wahrscheinlichkeitsrechnung 212
- Himmelsmechanik 212
- Drei-Körper-Problem 213

Adrien-Marie Legendre 214
Legendre-Polynome 214
Legendre-Transformation von Variablen 214
Lösbarkeit einer Legendre-Gleichung 215
Gauß–Legendre-Algorithmus 215
Quadratisches Reziprozitätsgesetz 216
Satz von Legendre 216
Methode der kleinsten Quadrate 216
Fehlerfreier Beweis des Eulerschen Polyedersatzes 216
Mindestens eine Primzahl zwischen zwei Quadratzahlen 216

Jean Baptiste Joseph Fourier 217
Gesetz zur Wärmeausbreitung in Festkörpern 217
Fourier-Reihe 217
Fourier-Transformation und Fourier-Analyse 217
Fourier-Zahl „Fo“ 218
Entdecker des Treibhauseffekts 218

Carl Friedrich Gauß 220
Gaußsche Summenformel 220
Arithmetisches und geometrisches Mittel 221
Primzahlverteilung 222
Primzahlsatz 223
Primzahlzwillinge 223
Gauß–Legendre-Algorithmus 224
Fehlerrechnung 224
Gauß'sche Glockenkurve 224
Konstruktion des regelmäßigen 17-Ecks 225
Komplexe Zahlen mit Gauß'scher Zahlenebene 226
Rechnen mit komplexen Zahlen 226
Fundamentalsatz der Algebra 227
Bahnbestimmung von Planeten 227
Entwicklung des Heliotrops 228
Konstruktion des elektromagnetischen Telegrafen 228

Bernhard Bolzano	229
Definition der Stetigkeit	229
Bolzanofunktion	229
Zwischenwertsatz – Satz von Bolzano	230
Satz von Bolzano-Weierstraß	231
Phänomenologie	231
Mengen	231
Jean Victor Poncelet	232
Projektive Geometrie	232
Verbesserung von Turbinen und Wasserrädern	232
Augustin-Louis Cauchy	233
Ausbau der Analysis	233
Lehre zu Determinanten	233
Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen	234
Cauchy-Folgen	235
Cauchy'sches Konvergenzkriterium	235
August Ferdinand Möbius	236
Möbius-Band	236
Vorreiter der Topologie	236
Möbius-Cantor-Graph	237
Möbiustransformation	237
Möbiusfunktion	237
Nikolai Iwanowitsch Lobatschewskij	238
Hyperbolische oder Lobatschewskij-Geometrie	238
Negation des euklidischen Parallelenaxioms	238
Pierre Frédéric Sarrus	239
Regel von Sarrus	239
Variationsrechnung	239
Niels Henrik Abel	240
Erkenntnis zu Gleichungen fünften Grades	240
Untersuchung des binomischen Lehrsatzes	240
Abelsches Theorem	241
Veröffentlichung zu elliptischen Funktionen	241

Janos Bolyai 242

Parallelenpostulat des Euklid 242
Geometrie ohne Parallelenpostulat 242

Carl Gustav Jacob Jacobi 243

Elliptische Integrale 243
Kreisteilung 243
Determinanten 244
Theorie zu konjugierten Punkten 244
Jacobi-Matrix 245

Peter Gustav Lejeune Dirichlet 246

Dirichlet'scher Primzahlsatz 246

William Rowan Hamilton 247

Entwicklung der Quaternionenalgebra 247
Hamiltonfunktion in der theoretischen Mechanik 247

Hermann Graßmann 248

Exakte Definition des Vektorbegriffs 248
Lineale Ausdehnungslehre 249
Graßmannsche Gesetze der Farbenlehre 250

Joseph Liouville 251

Unendliche Klasse von transzendenten Zahlen 251
Kettenbrüche 251
Randwertprobleme 252
Theorie von Sturm-Liouville 252

Ernst Eduard Kummer 253

Hypergeometrische Reihe 253
Reziprozitätsgesetze der Zahlentheorie 253
Ideale Zahlen 254

Evariste Galois 255

Lösungen algebraischer Gleichungen 256
Theorie elliptischer Funktionen 256
Tod im Duell 256

George Boole 257
Boolesche Algebra 257
Logische Verknüpfungen 258

Karl Weierstraß 260
Potenzreihenentwicklung in der Funktionentheorie 260
Satz von Bolzano-Weierstraß 260

Pafnutij Lwowitsch Tschebyschow 262
Statistische Methoden in Wahrscheinlichkeitstheorie 262
Gesetz der großen Zahlen 262
Erwartungswert 263
Tschebyschowsche Ungleichung 264
Varianz und Standardabweichung 264

Charles Hermite 266
Transzendenz der Eulerschen Zahl e 266
Gleichungen 5. Grades mit elliptischen Integralen 267

Leopold Kronecker 268
Kronecker-Symbol δ_{ik} 268

Bernhard Riemann 269
Riemann Integral 269
Partielle Differentialgleichungen in der Physik 270

James Clerk Maxwell 271
Maxwell-Gleichungen 271
Kinetische Gastheorie 272

Julius Wilhelm Richard Dedekind 273
Dedekindsche Schnitte 273
Das Ideal 273

Rudolf Lipschitz 274
Lipschitz-Bedingung 274
Dehnungsbeschränkte Funktion 274

Sophus Lie 275

Berührungstransformationen 275
Theorie der Transformationsgruppen 276

Heinrich Martin Georg Weber 277

Begriff der Charaktere für endliche Gruppen 277

Ludwig Boltzmann 278

Maxwell-Boltzmann-Statistik 278
Stefan-Boltzmann-Gesetz 278
Boltzmann-Gleichung zur Thermodynamik 278
Schöpfer der statistischen Physik 279
Begriff der Entropie 279

William Kingdon Clifford 280

Clifford-Algebren 280
Quaternionen 280

Georg Cantor 281

Entwicklung der allgemeinen Mengenlehre 281
Entwurf der Maßtheorie 281
Beweis der Gleichmächtigkeit von \mathbb{N} , \mathbb{Z} und \mathbb{Q} 282

Felix Klein 284

Klein'sche Flasche 285

Ferdinand von Lindemann 286

Beweis der Transzendenz von π 286

Henri Poincaré 287

Begründer der algebraischen Topologie 287
Begründer der Funktionentheorie 287
Drei-Körper-Problem 287
Prinzip des Chaos 289

Carl David Tolmé Runge 290

Runge-Kutta-Verfahren 290
Polygonzugverfahren 290

Nikola Tesla 291

Die digital root 291
Bedeutung der Ziffern 3, 6 und 9 291 ff.

Max Planck 296

Begründer der Quantenphysik 296
Schwarzer Körper 296
Planck'sches Wirkungsquantum h 296
Max-Planck-Gesellschaft 297

Kurt Hensel 298

p -adische Zahlen 298

David Hilbert 299

23 mathematische Probleme 299
Begründer des mathematischen Formalismus 300

Hermann Minkowski 301

Konvexe Körper und Gitter in der Zahlentheorie 301
Minkowskischer Gitterpunktsatz 301
Geometrie der Zahlen 301
Vierdimensionales Raum-Zeit-Kontinuum 301
Vierdimensionale Elektrodynamik 301
Minkowski-Raum 302
Minkowski-Diagramm 302
Minkowski-Ungleichung 302

Jacques Hadamard 303

Primzahlsatz 303

Charles de la Vallée Poussin 304

Beweis des Primzahlsatzes 304

Felix Hausdorff 305

Entwicklung des Maximalkettensatzes 305
Hausdorff-Dimension 305
Hausdorff-Raum 306
Hausdorff-Metrik 306
Schriftsteller-Pseudonym „Paul Mongré“ 306

Élie Joseph Cartan 308

Differentialgleichungssysteme 308

Beweis der Vermutung von Ludwig Schläfli 308

Ernst Steinitz 309

Charakteristik eines Körpers 309

Transzendenzgrad 309

Beweis der algebraisch abgeschlossenen Erweiterung 309

Henri Léon Lebesgue 310

Lebesgue-Integral 310

Satz von Lebesgue 310

Lebesgue-Zahl 310

Edmund Landau 311

Verallgemeinerung des Primzahlsatzes 311

Zeta-Funktion 311

Summe von höchstens acht kubischen Zahlen 311

Leon Lichtenstein 312

Beweis des Satzes zu konformen Abbildungen 312

Existenzbeweis ringförmiger Struktur von Planeten 312

Beweis für die Gleichgewichtsfigur des Mondes 312

Max Dehn 313

Lösung des dritten von Hilberts 23 Problemen 313

Dehn-Invariante 313

Wortproblem für endlich erzeugte Gruppen 313

Beweis für grundlegenden Satz der Knotentheorie 314

Dehn-Twist 314

Dehn-Chirurgie 314

Albert Einstein 315

Spezielle Relativitätstheorie 316

Allgemeine Relativitätstheorie 316

$E = m \cdot c^2$ 316

Luitzen Egbertus Jan Brouwer 318

Brouwerscher Fixpunktsatz 318

Prinzip des ausgeschlossenen Dritten 318

Amalie Emmy Noether 319

Strukturelles Denken in der Algebra 319
Noether-Theorem 319

Max Born 320

Kopenhagener Deutung 320
Born-Infeld-Theorie 321
Stringtheorie der Atome 321

Bharati Krishna Tirthaji 322

Vedische Mathematik 322

Hermann Weyl 324

Zweidimensionale differenzierbare Mannigfaltigkeit 324
Zufallszahlen 324
Symmetrien in Lösungen von Gleichungen 325
Symmetrische Strukturen in der Quantenmechanik 325

Viggo Brun 326

Verbesserung des Siebes von Eratosthenes 326
Fastprimzahlen 326
Brunscher Witz 327
Primzahlzwillinge 327
Verallgemeinerung des Euklidischen Algorithmus 327

Erwin Schrödinger 328

Elektronenschwingungen im Atom 328
Schrödingergleichung 329

Richard Courant 330

Anwendungen der Analysis 330

Stefan Banach 331

Banachräume 331
Satz von Hahn-Banach 331
Fixpunktsatz von Banach 331
Satz von Banach-Steinhaus 332
Banach-Tarski-Paradoxon 332

Norbert Wiener 333

Grundlagen der harmonischen Analyse 333

Operatorenrechnung 333

Grenzwertsatz von Wiener 334

Arbeiten zur Brownschen Bewegung 334

Kybernetik 334

Heinz Hopf 336

Satz von Poincaré-Hopf 336

Homologie- und Kohomologietheorien 336

Pawel Sergejewitsch Alexandrow 337

Grundlagen für die Homotopietheorie 337

Kern eines Homomorphismus 337

Juliusz Pawel Schauder 338

Leray-Schauder-Abbildungsgrad 338

Schauderscher Fixpunktsatz 338

Werner Heisenberg 339

Matrizenmechanik 339

Unschärferelation 339

Weltformel 339

Materiegleichung 340

Paul Dirac 341

Formalisierung der Quantenmechanik 341

Dirac-Gleichung 341

John von Neumann 342

MANIAC-Computer 342

Andrej Nikolajewitsch Kolmogorow 343

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 343

Gesetz der großen Zahlen 343

Kolmogorow-Smirnow-Test 344

Bartel Leendert van der Waerden 345

Algebraische Methoden in der Quantenmechanik 345

Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften 345

Kurt Gödel 346

Erster und zweiter Unvollständigkeitssatz 346
Kontinuuumshypothese 346
Gödel-Zahlen 347

Jean Leray 349

Leray-Schauderscher Abbildungsgrad 349
Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen 349
Satz zu Garbenkohomologiegruppen 349

Erich Kähler 350

Kählersche Mannigfaltigkeiten 350
Schriften zur Monadologie 350

Konrad Zuse 351

Erster frei programmierbarer Rechner 351
Hexadezimalzahlen 352
Dualsystem 353
Bits und Bytes 353

Alan Turing 354

Turingmaschine 354
Entschlüsselung der Enigma 354

Geschichte der Verschlüsselungen 355

Skytala 355
Code des Polybios 356
Cäsar-Code 356
Anagramme des Galileo Galilei 356
Persönliche Identifikationsnummer – PIN 357
Modulo-Methode 357
Diffie-Hellman-Verfahren 357

Israil Moisejewitsch Gelfand 358

Gelfand-Transformation 358
Satz von Gelfand-Neumark 358
Gelfand-Neumark-Segal-Konstruktion 358
Satz von Gelfand-Mazur 358
Gelfand-Levitan-Theorie 358
Gelfandsche Raumtripel 359