

2025

Abitur

Original-Prüfung
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Sachsen

Mathematik I

+ *Online-Glossar*



STARK

Inhalt

Vorwort
Stichwortverzeichnis
Materialien für Aufgaben zur Stochastik

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

Ablauf der Prüfung	I
Bewertung	II
Verwendung von Operatoren	III
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	V

Abiturprüfung 2017

Teil A	2017-1
Teil B, Aufgabe 1	2017-9
Teil B, Aufgabe 2	2017-17

Abiturprüfung 2018

Teil A	2018-1
Teil B, Aufgabe 1	2018-10
Teil B, Aufgabe 2	2018-19

Abiturprüfung 2019

Teil A	2019-1
Teil B, Aufgabe 1	2019-10
Teil B, Aufgabe 2	2019-21

Abiturprüfung 2020

Teil A	2020-1
Teil B, Aufgabe 1	2020-10
Teil B, Aufgabe 2	2020-20

Abiturprüfung 2021

Teil A	2021-1
Teil B, Aufgabe 1	2021-10
Teil B, Aufgabe 2	2021-19

Abiturprüfung 2022

Teil A	2022-1
Teil B, Aufgabe 1	2022-10
Teil B, Aufgabe 2	2022-20

Abiturprüfung 2023

Teil A	2023-1
Teil B, Aufgabe 1	2023-11
Teil B, Aufgabe 2	2023-19

Abiturprüfung 2024 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen. Den Zugangscode finden Sie auf der Umschlaginnenseite.



Bei **MySTARK** finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil A, teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht
Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie auf der Umschlaginnenseite.



Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein kostenloses **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.



Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2025 unter:
www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse

Lösungen der Aufgaben:

Steffi Hultsch, Radebeul

Vorwort

Liebe zukünftige Abiturientinnen und Abiturienten,

im vorliegenden Band finden Sie die **Original-Abituraufgaben ab Jahrgang 2017** für den **Leistungskurs Mathematik** im Freistaat Sachsen zur zentralen Abiturprüfung; die Aufgaben des **Jahrgangs 2024** stehen Ihnen auf der Plattform MySTARK zum Download zur Verfügung.

Diese Aufgaben helfen Ihnen bei der individuellen **Vorbereitung auf das Abitur**. Darüber hinaus kann das Material aber auch zur **Vorbereitung auf Klausuren** verwendet werden. Dazu bietet Ihnen dieses Buch **sehr ausführliche Lösungen mit Zwischenergebnissen** zur Selbstkontrolle. Die angegebenen Lösungswege sind frei-lich oft nicht die einzigen möglichen.

Zu jeder Aufgabe sind „**Tipps und Hinweise**“ aufgeführt. Sie sollen im Problemfall den Einstieg in die Aufgabe erleichtern und dazu beitragen, die Aufgabe **möglichst selbstständig** zu lösen.

Noch ein Wort an die zukünftigen Abiturientinnen und Abiturienten: Sicher benötigt man erst einmal mehr Zeit, als für die Aufgabe eigentlich vorgesehen ist. Aber mit der Übung stellen sich Fertigkeiten ein und Standardaufgaben werden bald sicher gelöst, sodass mehr Zeit für die anspruchsvolleren Aufgabenteile bleibt. In unmittelbarer Vorbereitung auf das Abitur sollte aber schon der Zeitfaktor eine zunehmende Rolle spielen. Nutzen Sie auch die Selbstkontrolle mit der Bewertungstabelle.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2025 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MySTARK.

Ihnen viel Erfolg bei Ihrer Arbeit und Spaß beim Üben sowie ein gutes Abiturzeugnis!

Steffi Hultsch

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

Ablauf der Prüfung

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

In Sachsen gibt es zentrale schriftliche Abiturprüfungen, die im Auftrag des Ministeriums für Kultus erstellt und begutachtet werden. Die Inhalte richten sich nach den einheitlichen Prüfungsanforderungen aller Länder (EPA) bzw. den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012) sowie dem Lehrplan für das allgemeinbildende Gymnasium in Sachsen.

Seit dem Abitur 2014 wird im Leistungskurs von mehreren Bundesländern gemeinsam ein Aufgabenpool erarbeitet und bereitgestellt. Aus diesem werden von den Ländern einzelne Aufgaben ausgewählt und in die jeweiligen Abiturprüfungen integriert.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden **Prüfungsteilen A und B**. Die Gesamtarbeitszeit für beide Prüfungsteile beträgt **300 Minuten**.

Ab der Abiturprüfung 2024 hat sich die Struktur der Prüfungsarbeit verändert.

Der **Prüfungsteil A** besteht aus mehreren nicht zusammenhängenden, kürzeren Aufgaben, die **hilfsmittelfrei** zu bearbeiten sind. Dem Prüfling werden Aufgaben aus **zwei Aufgabengruppen** vorgelegt, wobei die Aufgaben der Aufgabengruppe 1 den Anforderungsbereichen I und II zuzuordnen sind, während die Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zumindest in einer Teilaufgabe den Anforderungsbereich III erreichen.

Im Leistungskurs enthält die **Aufgabengruppe 1** zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analysis sowie je eine Aufgabe aus den Sachgebieten Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik. Diese **vier Aufgaben müssen bearbeitet** werden.

Aufgabengruppe 2 besteht aus sechs Aufgaben, je zwei zu jedem der drei Sachgebiete Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik; von diesen sechs Aufgaben müssen **zwei beliebige Aufgaben ausgewählt und bearbeitet** werden. Insgesamt sind in Prüfungsteil A also sechs Aufgaben zu bearbeiten.

Der **Prüfungsteil B** besteht aus **bis zu drei umfangreicheren Pflichtaufgaben**, die jeweils in zusammenhängende Teilaufgaben gegliedert sind. Die Aufgaben können Inhalte aus Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik miteinander vernetzen oder Inhalte aus nur einem der Sachgebiete beinhalten. Sie berücksichtigen die Bearbeitung innermathematischer Fragestellungen und die Anwendung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten auf praxisorientierte Sachverhalte.

Zu Prüfungsbeginn erhalten die Prüflinge sowohl die Aufgaben zum Prüfungsteil A als auch die Aufgaben zum Prüfungsteil B. Jeder Prüfling entscheidet selbst über den Zeitpunkt, zu dem er die Bearbeitung zum **Prüfungsteil A** bei der Aufsicht führenden Lehrkraft abgibt und die Hilfsmittel erhält. Dieser Zeitpunkt muss im Leistungskurs **innerhalb der ersten 100 Minuten** nach Prüfungsbeginn liegen.

In den Aufgabenstellungen werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

- mathematisch argumentieren,
- Probleme mathematisch lösen,
- mathematisch modellieren,
- mathematische Darstellungen verwenden,
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen,
- mathematisch kommunizieren

in einem ausgewogenen Verhältnis berücksichtigt.

Hilfsmittel

Bei der Bearbeitung der Prüfung stehen folgende Hilfsmittel zur Verfügung:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Zeichengeräte

Zusätzlich im Prüfungsteil B:

- Tabellen- und Formelsammlung
- grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS)

(Die Software eines solchen Taschenrechners oder eine gleichwertige Software kann auch auf einer anderen geschlossenen Plattform verwendet werden.)

Bewertung

Die Durchführung der Prüfung und die Korrektur der Arbeiten sind in der Oberstufen- und Abiturprüfungsverordnung (OAVO) vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus festgelegt und werden durch eine Verwaltungsvorschrift zu jeder Abiturstprüfung konkretisiert.

Die Bewertung der Abiturarbeit erfolgt unabhängig durch die eigene Fachlehrkraft (Erstkorrektor) sowie eine weitere Fachlehrkraft eines anderen Gymnasiums (Zweitkorrektor). Weichen deren Punktzahlen um mehr als drei Punkte voneinander ab, erfolgt eine Drittkorrektur.

Gegenstand der Bewertung ist die **sachliche Richtigkeit** der Beantwortung. **Sinnvolle Gedankenführung** und angemessene **sprachliche Darstellung** fließen dabei in die Bewertung ein.

Für die Bewertung der Prüfungsarbeiten werden fachbezogene Korrekturhinweise ausgegeben. Bei schwerwiegenden und gehäuften Verstößen gegen die sprachliche Richtigkeit in der Muttersprache oder gegen die äußere Form kann jeweils ein Punkt der einfachen Wertung abgezogen werden.

An den jeweiligen Aufgabenstellungen sind die verbindlichen Bewertungsmaßstäbe ersichtlich. Im **Prüfungsteil A** sind **30 Bewertungseinheiten (BE)** und im **Teil B 90 Bewertungseinheiten** erreichbar.

120-BE-Skala (Skalierung passend ab Jahrgang 2018):

BE	Punkte	Note
120 ... 114	15	1+
113 ... 108	14	1
107 ... 102	13	1-
101 ... 96	12	2+
95 ... 90	11	2
89 ... 84	10	2-
83 ... 78	9	3+
77 ... 72	8	3
71 ... 66	7	3-
65 ... 60	6	4+
59 ... 54	5	4
53 ... 48	4	4-
47 ... 40	3	5+
39 ... 33	2	5
32 ... 24	1	5-
23 ... 0	0	6

Verwendung von Operatoren

Bei der Formulierung der Prüfungsaufgaben werden sogenannte **Operatoren** verwendet, die sicherstellen sollen, dass alle Lehrer*innen und Schüler*innen unter einer bestimmten Aufgabenstellung das Gleiche verstehen. Dies ist insbesondere durch die Nutzung des grafikfähigen Taschenrechners von Bedeutung.

Dazu existiert die im Folgenden auszugsweise beigelegte Handreichung vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus zur „Verwendung von ausgewählten Operatoren im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht bei Verfügbarkeit des grafikfähigen Taschenrechners (GTR)“.

Die Verwendung der Operatoren orientiert sich an dem vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) für den gemeinsamen Aufgabenpool der Länder veröffentlichten „Grundstock von Operatoren“ für das Fach Mathematik:
<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik>

Leistungskurs Mathematik (Sachsen): Abiturprüfung 2023
Teil B – Aufgabe 2

Die Abbildung zeigt das Viereck ABCD mit $A(0|3|0)$, $B(0|9|0)$, $C(2|8|4)$ und $D(2|4|4)$. Gegeben sind außerdem die Punkte $S_t(0|6|t)$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $t \geq 0$.

- 2.1 Weisen Sie nach, dass das Viereck ABCD ein Trapez ist, in dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang sind.

Zeigen Sie, dass dieses Trapez kein Rechteck ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

- 2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks ABCD.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

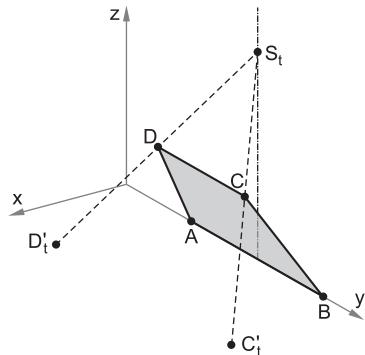


Abbildung (nicht maßstäblich)

Das Viereck ABCD liegt in der Ebene E. Diese Ebene schneidet die x-y-Ebene unter dem Winkel φ .

- 2.3 Zeigen Sie, dass E durch die Gleichung $2 \cdot x - z = 0$ beschrieben werden kann.

Berechnen Sie die Größe des Winkels φ .

Erreichbare BE-Anzahl: 5

- 2.4 Die Ebene E schneidet die x-z-Ebene in einer Gerade.

Geben Sie die Koordinaten zweier Punkte an, die auf dieser Geraden und symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs liegen.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

- 2.5 Untersuchen Sie, ob es einen Wert t gibt, für den das Dreieck CBS_t gleichseitig ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 8

- 2.6 Geben Sie einen Term an, mit dem der Flächeninhalt des Dreiecks CBS_t unter Verwendung der gegebenen Punkte ermittelt werden kann.

Begründen Sie, dass der Term $\frac{|\overline{BC}| \cdot |\overline{BS}_t| \cdot \sin(90^\circ - \varphi)}{2}$ zur Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks CBS_t nicht geeignet ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 6

- 2.7 Vom Punkt S_t aus wird das Lot auf die Ebene E gefällt.

Ermitteln Sie diejenigen Werte von t , für die der Lotfußpunkt im Inneren des Vierecks ABCD liegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Tipps und Hinweise

Teilaufgabe 2.1

- ↗ Vergleichen Sie die Vektoren, die zu den jeweils gegenüberliegenden Seiten gehören.

Teilaufgabe 2.2

- ↗ Die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes lautet $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$, wobei h hier noch als Lot von D auf AB berechnet werden muss.

Teilaufgabe 2.3

- ↗ Am einfachsten zeigen Sie, dass alle Eckpunkte des Vierecks in der Ebene liegen.

- ↗ Für den Winkel zwischen zwei Ebenen gilt: $\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \circ \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$
Alternativ nutzen Sie ein Rechnerprogramm.

Teilaufgabe 2.4

- ↗ Ermitteln Sie zunächst die Schnittgerade mittels Rechner.

- ↗ Fertigen Sie eine Skizze der Geraden mit dem Stützpunkt P_0 , dem Richtungsvektor \vec{a} und der Lage von O an und schlussfolgern Sie daraus auf zwei entsprechende Punkte.

Teilaufgabe 2.5

- ↗ Setzen Sie die Beträge der Seiten $\overline{BS_t}$ und $\overline{CS_t}$ jeweils mit dem Betrag von \overline{BC} gleich, berechnen Sie jeweils t und vergleichen Sie.

Teilaufgabe 2.6

- ↗ Verwenden Sie hier das Vektorprodukt von Vektoren.

- ↗ Beachten Sie die Lage des Dreiecks CBS_t bezogen auf die x-y-Ebene und begründen Sie, dass der Winkel $90^\circ - \varphi$ für die Flächenberechnung nicht geeignet ist.

Teilaufgabe 2.7

- ↗ Fällen Sie zunächst das Lot von S_t auf E und berechnen Sie den Lotfußpunkt als Durchstoßpunkt der Lotgeraden und der Ebene.

- ↗ Vergleichen Sie die Koordinaten der Punkte A, B, C, D mit denen des Lotfußpunkts.

Teilaufgabe 2.8

- ↗ Berechnen Sie zuerst den Parameter, der sich beim Schnitt der Geraden durch S_t und D mit der Ebene ergibt, und daraus dann die gesuchten Koordinaten von C'_t und D'_t .

- ↗ Die Summe der y-Koordinaten ist daraus erreichbar oder auch durch Betrachtung der besonderen Lage der Objekte im Koordinatensystem zu ermitteln.

Teilaufgabe 2.9

- ↗ Prüfen Sie die Auswirkung des Parameters t für $t \rightarrow 4$ und $t \rightarrow +\infty$ auf das Volumen der Pyramide, um auf den richtigen Graphen zu schließen.

Lösungen

Viereck ABCD: A(0|3|0), B(0|9|0), C(2|8|4), D(2|4|4), S_t(0|6|t), t ∈ ℝ, t ≥ 0

$$2.1 \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC}$$

⇒ Trapez, aber $|\overrightarrow{AB}| \neq |\overrightarrow{DC}|$, also kein Rechteck

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AD} \nparallel \overrightarrow{BC}$$

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{21}$$

⇒ Zwei gegenüberliegende Seiten sind gleich lang.

⇒ ABCD ist ein gleichschenkliges Trapez, bei dem \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{DC} parallel sind.

$$2.2 \quad A_{Tr} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$

F(0|y_F|0) ... Lotfußpunkt von D auf AB

$\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{FD} = 0$, da orthogonal

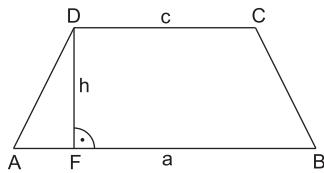
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2-0 \\ 4-y_F \\ 4-0 \end{pmatrix} = 6 \cdot (4 - y_F) = 0 \\ y_F = 4$$

⇒ F(0|4|0)

$$\overrightarrow{FD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad |\overrightarrow{FD}| = \sqrt{20} = 2 \cdot \sqrt{5}$$

$$A_{Tr} = \frac{1}{2} \cdot (|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{DC}|) \cdot |\overrightarrow{FD}| = \frac{1}{2} \cdot (6+4) \cdot 2\sqrt{5} = \underline{\underline{10\sqrt{5}}}$$

Skizze:



$$2.3 \quad E \dots 2x - z = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in E: 2 \cdot 0 - 0 = 0 \text{ w. A.} \\ B \in E: 2 \cdot 0 - 0 = 0 \text{ w. A.} \\ C \in E: 2 \cdot 2 - 4 = 0 \text{ w. A.} \\ D \in E: 2 \cdot 2 - 4 = 0 \text{ w. A.} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{ABCD \text{ liegt in } E.}}$$

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_E \circ \vec{n}_{xy}|}{|\vec{n}_E| \cdot |\vec{n}_{xy}|}; \quad \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{n}_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\cos \varphi = \frac{\left| \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|}{\sqrt{5} \cdot 1} = \frac{|-1|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\underline{\underline{\varphi \approx 63,4^\circ}}$$

Die Berechnung ist auch über ein GTR-Programm möglich.

2.4 $E \cap x\text{-}z\text{-Ebene}: 2x - z = 0$
 $y = 0$

Mittels Rechner:

Schnittgerade	
$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	+ t $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
Winkel = 90 °	

Die Ebenen schneiden sich orthogonal; eine Gleichung der Schnittgeraden ist:

$$g \dots \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad t \in \mathbb{R}$$

$$P_0(0,5|0|1); \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Den Koordinatenursprung $O(0|0|0)$

erhält man für $t = -\frac{1}{2}$.

Den Spiegelpunkt von P_0 dann für $t = -1$

(vgl. Skizze):

$$P'_0(-0,5|0|-1)$$

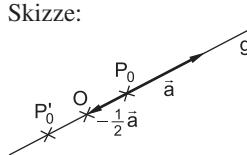
Andere Möglichkeit z. B.:

$$\text{für } t = 1,5: \quad P_1(2|0|4)$$

$$\text{für } t = -2,5: \quad P'_1(-2|0|-4)$$

$$\text{Lösungen: } \underline{\underline{P_0(0,5|0|1) \text{ und } P'_0(-0,5|0|-1)}}$$

$$\text{oder } \underline{\underline{P_1(2|0|4) \text{ und } P'_1(-2|0|-4)}}$$





© STARK Verlag

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK